



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П.О. Сухого»

Кафедра «Техническая механика»

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

ПОСОБИЕ

**по одноименному курсу для студентов
инженерно-технических специальностей
заочной формы обучения**

Электронный аналог печатного издания

Гомель 2006

УДК 531(075.8)
ББК 22.21я73
Т33

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
заочного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 6 от 17.05.2005 г.)*

Автор-составитель: *С. Ф. Андреев*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. каф. «Детали машин» ГГТУ им. П. О. Сухого *А. Т. Бельский*

Теоретическая механика : пособие по одному курсу для студентов инж.-техн. специальностей заоч. формы обучения / авт.-сост. С. Ф. Андреев. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2006. – 44 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://gstu.local/lib>. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 985-420-458-8.

Пособие содержит рабочую программу курса «Теоретическая механика», на основных законах и принципах которого базируется сопротивление материалов, гидравлика, теория механизмов и машин, детали машин. Во всех разделах курса широко используются векторная алгебра, дифференциальное и интегральное исчисления.

Для студентов инженерно-технических специальностей заочной формы обучения.

УДК 531(075.8)
ББК 22.21я73

ISBN 985-420-458-8

© Андреев С. Ф., составление, 2006
© Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2006

ВВЕДЕНИЕ

Теоретическая механика – фундаментальная дисциплина физико-математического цикла. На основных законах и принципах теоретической механики базируются сопротивление материалов, гидравлика, теория механизмов и машин, детали машин и др.

Для изучения курса теоретической механики необходима соответствующая математическая подготовка.

Во всех разделах курса широко используется векторная алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление, поэтому студент должен иметь навыки:

- определения проекций векторных величин на координатные оси;
- геометрического и аналитического определения суммы векторных величин;
- вычисления скалярного и векторного произведений;
- дифференцирования вектора;
- дифференцирования и интегрирования функций одного переменного;
- построения графиков функций одного переменного;
- построения кривых второго порядка и вычисления их кривизны;
- вычисления частных производных и полного дифференциала функции нескольких переменных;
- интегрирования дифференциального уравнения первого порядка с разделяющимися переменными;
- интегрирования однородных и неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами.

1. РАБОЧАЯ ПРОГРАММА КУРСА «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

Механическое движение как одна из форм движения материи. Теоретическая механика и её место среди естественных и технических наук. Механика как теоретическая база ряда областей современной техники. Объективный характер законов механики. Основные исторические этапы развития механики.

1.1. Статика твердого тела

Основные определения и аксиомы статики. Предмет статики. Основные понятия статики: абсолютно твёрдое тело, сила, эквивалентные системы сил, равнодействующая, уравновешенная система сил, силы внешние и внутренние. Аксиомы статики. Связи и реакции связей. Основные виды связей.

Система сходящихся сил. Геометрический способ сложения сил. Параллелограмм сил. Векторный многоугольник. равнодействующая система сходящихся сил. Геометрическое условие равновесия пространственной и плоской систем сходящихся сил. Проекция силы на ось и на плоскость. Аналитические условия равновесия пространственной и плоской систем сходящихся сил.

Момент силы относительно точки и оси. Вектор момента силы относительно точки (центра). Алгебраическая величина момента силы. Проекция вектора момента силы на ось. Момент силы относительно оси. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.

Теория пар сил. Пара сил. Вектор момента пары сил. Теорема о сумме моментов сил, образующих пару сил. Теорема об эквивалентности пар сил. Сложение пар сил.

Приведение произвольной системы сил к данному центру. Основная теорема статики о приведении системы сил к заданному центру. Вычисление главного вектора и главного момента системы сил.

Система сил, произвольно расположенных на плоскости (плоская система сил). Аналитические условия равновесия плоской системы сил. Условие равновесия плоской системы параллельных сил. Сосредоточенные и распределённые силы. Силы, равномерно распределённые по отрезку прямой, их равнодействующая. Реакция жёсткой заделки. Равновесие системы тел. Статически определимые и статически неопределимые системы. Равновесие при наличии сил трения. Коэффициент трения. Сила трения.

Система сил, произвольно расположенных в пространстве (пространственная система сил). Главный вектор и главный момент системы сил. Аналитические условия равновесия произвольной пространственной системы сил.

Центр параллельных сил и центр тяжести. Центр параллельных сил. Формулы для определения координат центра параллельных сил. Центр тяжести твёрдого тела и формулы для определения его координат.

1.2. Кинематика

1.2.1. Введение в кинематику

Предмет кинематики. Пространство и время в классической механике. Относительность механического движения. Система отсчёта. Задачи кинематики.

Кинематика точки. Векторный способ задания движения точки. Траектория точки. Скорость точки как производная её радиуса-

вектора по времени. Ускорение точки как производная её вектора скорости по времени.

Координатный способ задания движения точки (в прямоугольных координатах). Определение траектории точки. Определение скорости и ускорения точки по их проекциям на координатные оси.

Естественный способ задания движения точки. Алгебраическая величина скорости точки. Касательное и нормальное ускорения точки. Движение точки по окружности.

Равномерное и равнопеременное прямолинейное движение точки.

1.2.2. Кинематика твёрдого тела

Поступательное движение. Поступательное движение твёрдого тела. Теорема о траекториях, скоростях и ускорениях точек твёрдого тела при поступательном движении.

Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси (вращательное движение). Уравнение вращательного движения твёрдого тела. Угловая скорость и угловое ускорение твёрдого тела. Равномерное и равнопеременное вращение. Скорость и ускорение точки твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Векторы угловой скорости и углового ускорения тела.

Плоскопараллельное (плоское) движение твёрдого тела. Плоскопараллельное движение твёрдого тела и движение плоской фигуры в её плоскости. Уравнения движения плоской фигуры. Разложение движения плоской фигуры на поступательное и вращательное. Независимость угловой скорости и углового ускорения от выбора полюса. Определение скорости точки плоской фигуры как геометрической суммы скорости полюса и скорости этой точки при вращении фигуры вокруг полюса. Мгновенный центр скоростей. Вычисление скорости точки плоской фигуры с помощью мгновенного центра скоростей. Определение ускорения любой точки плоской фигуры как геометрической суммы ускорения полюса и ускорения этой точки при вращении фигуры вокруг полюса.

Общий случай движения свободного твёрдого тела. Уравнения движения свободного твёрдого тела. Разложение этого движения на поступательное движение вместе с полюсом и сферическое движение вокруг полюса.

Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движения точки. Относительная, переносная и абсолютная скорости. Относительное, переносное и абсолютное ускорения точки.

Теорема о сложении скоростей. Теорема Кориолиса о сложении ускорений. Модуль и направление ускорения Кориолиса. Случай поступательного переносного движения.

Сложное движение твёрдого тела. Сложение поступательных движений. Сложение мгновенных вращений твёрдого тела вокруг пересекающихся и параллельных осей.

1.3. Динамика

1.3.1. Введение в динамику

Основные понятия и определения динамики: масса, материальная точка, сила. Силы, зависящие от времени, от положения точки и от её скорости. Потенциальное силовое поле и потенциальная энергия. Поверхности равного потенциала. Работа силы на конечном перемещении точки в потенциальном силовом поле. Законы механики Галилея – Ньютона. Инерциальная система отсчёта. Задачи динамики.

1.3.2. Динамика материальной точки

Решение первой и второй задач динамики. Дифференциальные уравнения движения материальной точки в прямоугольных координатах. Естественные уравнения движения точки (уравнения в проекциях на оси естественного трёхгранника).

Две основные задачи динамики материальной точки.

Решение первой задачи динамики.

Решение второй задачи динамики. Начальные условия. Постоянные интегрирования и их определение по начальным условиям. Примеры интегрирования дифференциальных уравнений движения материальной точки методом разделения переменных:

- в случае постоянной силы;
- в случае силы, зависящей от времени;
- в случае силы, зависящей от положения точки;
- в случае силы, зависящей от скорости точки.

Относительное движение материальной точки. Переносная и кориолисова силы инерции. Дифференциальные уравнения относительного движения материальной точки.

Несвободное движение материальной точки. Принцип Даламбера. Понятие даламберовой силы инерции. Уравнение кинетостатики. Сила натяжения нити математического маятника.

Прямолинейные колебания точки. Свободные колебания материальной точки под действием восстанавливающей силы, пропор-

циональной расстоянию от центра колебаний. Амплитуда, начальная фаза, частота и период колебаний.

Затухающие колебания материальной точки при сопротивлении, пропорциональном скорости; период этих колебаний. Аперiodическое движение.

Вынужденные колебания материальной точки при действии гармонической возмущающей силы. Амплитуда вынужденных колебаний. Явление резонанса. Явление биений.

Общие теоремы динамики материальной точки. Количество движения материальной точки. Элементарный импульс силы. Импульс силы за конечный промежуток времени и его проекции на координатные оси. Дифференциальная и интегральная формы теоремы об изменении количества движения материальной точки.

Кинетическая энергия материальной точки. Элементарная работа силы. Работа силы на конечном перемещении точки. Мощность. Работа силы тяжести, силы упругости, силы тяготения. Теорема об изменении кинетической энергии материальной точки. Закон сохранения механической энергии.

Момент количества движения материальной точки относительно центра и относительно оси. Теорема об изменении момента количества движения материальной точки. Центральная сила. Сохранение момента количества движения материальной точки в случае центральной силы.

1.3.3. Динамика механической системы

Введение в динамику механической системы. Механическая система. Классификация сил, действующих на механическую систему: силы активные (задаваемые) и реакции связей; силы внешние и внутренние. Свойства внутренних сил. Масса системы. Центр масс и его координаты.

Моменты инерции. Момент инерции твёрдого тела относительно оси, радиус инерции. Моменты инерции тела относительно полюса и плоскости. Теорема о моментах инерции относительно параллельных осей. Примеры вычисления моментов инерции (моменты инерции однородного тонкого стержня, тонкого круглого кольца, полого цилиндра, круглого диска или сплошного круглого цилиндра). Центробежные моменты инерции. Главные и главные центральные оси инерции и их свойства.

Динамика твёрдого тела. Дифференциальные уравнения поступательного движения твёрдого тела. Дифференциальное уравнение

вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Физический маятник. Дифференциальные уравнения плоского движения твёрдого тела.

Принцип Даламбера. Принцип Даламбера для механической системы. Главный вектор и главный момент сил инерции. Определение динамических реакций подшипников при вращении твёрдого тела вокруг неподвижной оси.

1.3.4. Общие теоремы динамики механической системы

Теорема о движении центра масс. Дифференциальные уравнения движения механической системы. Теорема о движении центра масс механической системы. Закон сохранения движения центра масс.

Теорема об изменении количества движения. Количество движения механической системы, его выражение через массу системы и скорость её центра масс. Дифференциальная и интегральная формы теоремы об изменении количества движения механической системы. Закон сохранения количества движения механической системы.

Теорема об изменении момента количества движения. Главный момент количества движения или кинетический момент механической системы относительно центра и относительно оси. Кинетический момент вращающегося твёрдого тела относительно оси вращения. Теорема об изменении кинетического момента механической системы. Закон сохранения кинетического момента механической системы.

Теорема об изменении кинетической энергии. Кинетическая энергия механической системы. Формулы для вычисления кинетической энергии твёрдого тела при поступательном движении, при вращении вокруг неподвижной оси, при плоскопараллельном движении. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы. Работа и мощность сил, приложенных к твёрдому телу, совершающему поступательное или вращательное движение. Закон сохранения механической энергии.

1.3.5. Элементы аналитической механики

Принцип возможных перемещений. Возможные (или виртуальные) перемещения материальной точки и механической системы. Число степеней свободы системы. Обобщённые координаты системы. Выражение элементарной работы в обобщённых координатах. Идеальные связи. Уравнение работ.

Уравнения движения системы в обобщённых координатах (уравнение Лагранжа второго рода). Обобщённые силы и их вычисление. Случай сил, имеющих потенциал. Условие равновесия механической системы в обобщённых координатах. Дифференциальные уравнения движения системы в обобщённых координатах или уравнения Лагранжа 2-го рода.

2. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ ЗНАНИЙ

2.1. Статика

1. Какое тело называется абсолютно твердым?
2. Какая сила называется равнодействующей данной системы сил?
3. Какое тело называется несвободным и что называется силой реакции связи?
4. В чем состоит правило силового многоугольника?
5. В чем состоит аналитический способ сложения системы сходящихся сил?
6. Как сформулировать условия равновесия системы сходящихся сил в геометрической форме?
7. Как сформулировать условия равновесия системы сходящихся сил в аналитической форме?
8. Сумма проекций плоской системы сил на ось OY равна нулю. Как направлена равнодействующая такой системы сил?
9. Сформулировать теорему о трех уравновешивающихся непараллельных силах?
10. Что называется парой сил?
11. Как направлен и чему равен по величине вектор момента пары сил?
12. При каком условии две пары сил будут эквивалентны?
13. Могут ли быть эквивалентны две пары сил, лежащие в пересекающихся плоскостях?
14. Сформулировать условие равновесия системы пар сил.
15. Что называется моментом силы относительно точки?
16. В каком случае момент силы относительно точки равен нулю?
17. Изменится ли момент силы относительно данной точки при переносе силы по линии её действия?
18. В чём состоит условие равновесия рычага?
19. Что называется главным вектором системы сил?

20. Что называется главным моментом системы сил относительно точки?

21. Изменяется ли главный вектор системы сил при перемене центра приведения?

22. Изменяется ли главный момент системы сил при перемене центра приведения?

23. В чём состоит теорема Вариньона?

24. Как формулируются условия равновесия плоской системы сил?

25. В чём заключается метод решения задачи о равновесии системы, состоящей из нескольких твёрдых тел? Сколько независимых уравнений равновесия можно составить в такой задаче, если все силы, действующие на систему, лежат в одной плоскости?

26. Что называется углом трения?

27. Какова зависимость между углом трения и коэффициентом трения?

28. Как по углу наклонной плоскости определить коэффициент трения.

29. Как определить момент силы относительно оси?

30. В каких случаях момент силы относительно оси равен нулю?

31. Как направлен вектор момента силы относительно данной точки?

32. Какая существует зависимость между вектором момента силы относительно точки и моментом той же силы относительно оси, проходящей через эту точку?

33. Если вектор момента силы относительно начала координат лежит в координатной плоскости XOY , то чему равен момент этой силы относительно оси OZ ?

34. Как направлен вектор момента силы \vec{F} относительно начала координат O , если моменты этой силы относительно координатных осей OX и OY равны нулю?

35. Чему равны проекции главного вектора системы сил на каждую из координатных осей?

36. Каковы условия равновесия пространственной системы сил?

37. Сколько независимых уравнений равновесия можно составить в задаче равновесия, если все силы, приложенные к телу, параллельны, например, оси OZ , но не лежат в одной плоскости?

2.2. Кинематика

1. Что называется законом или уравнением движения точки по заданной траектории?
2. Какие способы задания движения точки применяются в кинематике и в чем они состоят?
3. Как направлена и чему равна по величине скорость точки, движущейся по заданной траектории?
4. Какая зависимость существует между радиусом-вектором движущейся точки и вектором скорости этой точки?
5. Чему равны проекции скорости точки на оси координат?
6. Что называется ускорением точки?
7. Какая зависимость существует между радиусом-вектором движущейся точки и вектором ускорения этой точки?
8. Чему равны проекции ускорения точки на оси декартовых координат?
9. Какие оси называются естественными осями?
10. Чему равны проекции ускорения точки на оси естественных координат?
11. В каком движении материальной точки равно нулю касательное ускорение точки?
12. В каком движении материальной точки равно нулю нормальное ускорение точки?
13. Какое движение твердого тела называется поступательным?
14. В чем состоит теорема о движении точек твердого тела, движущегося поступательно?
15. Что называется законом или уравнением вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси?
16. Как изображается угловая скорость тела в виде вектора?
17. Какое вращение твердого тела называется равномерным, равнопеременным?
18. Какая зависимость существует между угловой скоростью вращающегося тела и числом его оборотов в минуту?
19. Как выражается зависимость между угловой скоростью вращающегося тела и линейной скоростью точки этого тела?
20. Как выражается зависимость между угловой скоростью и осеостремительным (нормальным) ускорением точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?
21. Как выражается зависимость между угловым ускорением и вращательным (касательным) ускорением точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси?

22. Будет ли поступательным движение шатуна в кривошипно-шатунном механизме?
23. Чему равны и как направлены векторы скоростей точек кривошипа?
24. Какое движение твердого тела называется плоскопараллельным?
25. На какие движения можно разложить плоскопараллельное движение тела?
26. Сколько уравнений необходимо для определения плоскопараллельного движения плоской фигуры?
27. Что называется мгновенным центром скоростей плоской фигуры, движущейся в своей плоскости?
28. Как графически найти положение мгновенного центра скоростей плоской фигуры, если известны направления векторов скоростей двух точек этой фигуры?
29. Как графически найти положение мгновенного центра скоростей плоской фигуры, если две её точки лежат на одном перпендикуляре к своим скоростям, и модули этих скоростей известны?
30. Чему будут равны скорости точек плоской фигуры, если мгновенный центр скоростей плоской фигуры окажется в бесконечности?
31. Сформулировать теорему о скоростях точек плоской фигуры.
32. Как вычислить модуль скорости точки В плоской фигуры, если известны угловая скорость, вектор скорости точки А и длина отрезка АВ?
33. Какие три составляющие определяют ускорение точки плоской фигуры?
34. Какое движение точки называется переносным?
35. Какое движение точки называется относительным?
36. Какая скорость называется относительной скоростью точки?
37. Как определяется переносная скорость точки?
38. В чем состоит теорема о сложении скоростей?
39. Как определить направление вектора кориолисова ускорения?
40. В каких случаях кориолисово ускорение равно нулю?

2.3. Динамика

1. При каком условии материальная точка будет двигаться прямолинейно и равномерно?
2. Какие вопросы решает первая основная задача динамики материальной точки?

3. Какие вопросы решает вторая основная задача динамики материальной точки?
4. Как определяются значения произвольных постоянных, появляющихся при интегрировании дифференциальных уравнений движения?
5. Что называется восстанавливающей силой?
6. Как записывается дифференциальное уравнение свободных колебаний материальной точки?
7. Что называется количеством движения материальной точки?
8. Что называется элементарным импульсом силы?
9. Дать формулировку теоремы об изменении количества движения материальной точки в интегральном и дифференциальном виде.
10. Дать определение момента количества движения материальной точки.
11. В каком случае момент количества движения материальной точки относительно данного центра остается постоянным?
12. Дать формулировку теоремы об изменении момента количества движения материальной точки в интегральном и дифференциальном виде.
13. Дать формулировку законов сохранения количества движения точки и момента количества движения точки.
14. Чему равна работа силы тяжести при перемещении тела из одного положения в другое?
15. Что называется кинетической энергией материальной точки?
16. Дать формулировку теоремы об изменении кинетической энергии материальной точки?
17. Что называется силовым полем?
18. Какой вид имеют поверхности уровня в поле силы тяжести?
19. В чем состоит закон сохранения механической энергии?
20. Какое силовое поле называется потенциальным?
21. Какие две классификации сил, действующих на механической систему, применяются в динамике?
22. Что называется количеством движения механической системы?
23. Дать формулировку теоремы об изменении количества движения механической системы в интегральном и дифференциальном виде?
24. Почему главный вектор внутренних сил всегда равен нулю?
25. В каком случае количество движения системы останется постоянным?
26. Какая точка называется центром масс (центром инерции) механической системы?

27. Дать формулировку теоремы о движении центра масс механической системы.
28. Благодаря какой внешней силе возможно движение тепловоза по рельсам?
29. Что называется кинетическим моментом системы относительно данной точки (полюса)?
30. Как выражается теорема об изменении кинетического момента системы в векторной и координатной формах?
31. В каком случае кинетический момент системы относительно данной оси остается постоянным?
32. Как выражается кинетический момент вращающегося твердого тела относительно оси вращения?
33. Что называется моментом инерции твердого тела относительно данной оси и данной точки?
34. Каков физический смысл момента инерции тела относительно оси?
35. Что называется радиусом инерции тела относительно данной оси и данной точки?
36. Какая зависимость существует между моментами инерции тела относительно трех координатных осей и относительно начала координат?
37. В чем состоит теорема о зависимости между моментами инерции тела относительно двух параллельных осей?
38. Что называется кинетической энергией системы?
39. Как выражается кинетическая энергия твердого тела при поступательном и вращательном движении этого тела?
40. В чем состоит теорема об изменении кинетической энергии системы?
41. Как выражается работа силы, приложенной к твердому телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси?
42. Каковы направление и модуль силы инерции материальной точки?
43. Как направлена (по движению или против движения) сила инерции вагона на прямолинейном участке пути при торможении?
44. В чем состоит принцип Даламбера для материальной точки?
45. В чем состоит принцип Даламбера для системы?
46. Как пишутся в общем виде дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения твердого тела?
47. Как вычислить кинетическую энергию плоскопараллельного движения твердого тела?

3. ОТВЕТЫ НА ВОПРОСЫ САМОКОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

Подробное обоснование ответов на поставленные вопросы можно найти в учебниках и в методических указаниях, имеющих в библиотеке ГГТУ (см. список рекомендуемой литературы).

3.1. Статика

1. Материальное тело, в котором расстояния между материальными точками не изменяются.

2. Сила, заменяющая действие всех приложенных к телу сил и равная их геометрической сумме:

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{K=1}^N \vec{F}_K.$$

3. Движение которого ограничено другими, взаимодействующими с ним, телами. Силы взаимодействия тел – это реакции связей (рис. 1).

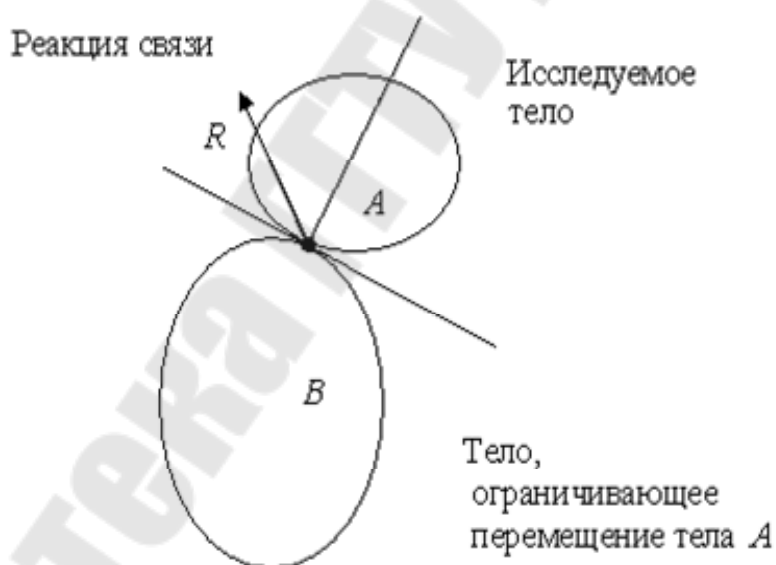


Рис. 1

4. Векторное сложение сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_N$, осуществленное последовательным переносом их на новый рисунок, с последовательным совмещением начала последующего вектора с концом (со стрелкой) предыдущего вектора. Вектор, соединяющий начало первого вектора и последнего вектора, является равнодействующей системы сил (рис. 2).

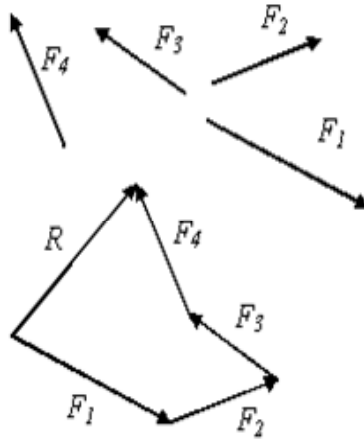


Рис. 2

5. Векторное уравнение сложения сил $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{K=1}^N \vec{F}_K$ записывается в проекциях на оси системы координат, например, прямоугольной:

$$R_X = F_{1X} + F_{2X} + F_{3X} + \dots + F_{NX} = \sum_{K=1}^N F_{KX}.$$

$$R_Y = F_{1Y} + F_{2Y} + F_{3Y} + \dots + F_{NY} = \sum_{K=1}^N F_{KY}.$$

$$R_Z = F_{1Z} + F_{2Z} + F_{3Z} + \dots + F_{NZ} = \sum_{K=1}^N F_{KZ}.$$

$$R = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2}.$$

6. Векторная сумма системы сил должна быть равна нулю $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \dots + \vec{F}_N = \sum_{K=1}^N \vec{F}_K = 0$, а силовой многоугольник – замкнут (рис. 3).

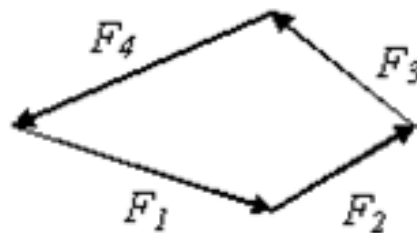


Рис. 3

7. Сумма проекций сил на координатные оси должна быть равна нулю:

$$\sum_{K=1}^N F_{KX} = 0, \quad \sum_{K=1}^N F_{KY} = 0, \quad \sum_{K=1}^N F_{KZ} = 0.$$

8. Параллельно оси OX (рис. 4).

9. Если на тело, находящееся в равновесии, действуют три силы, то их линии действия пересекаются в одной точке (рис. 5).

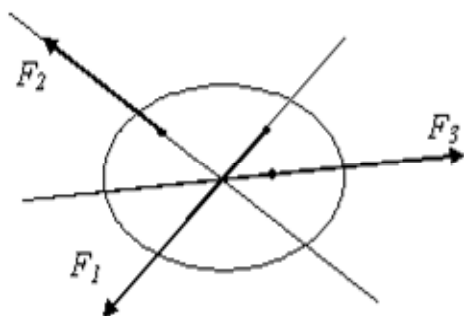


Рис. 4

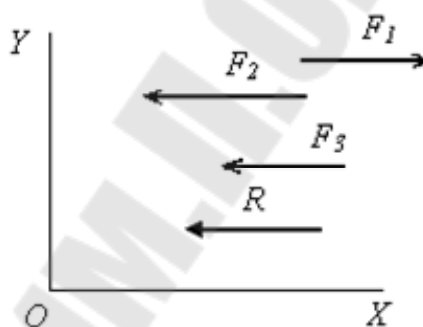


Рис. 5

10. Система двух параллельных, равных по модулю, и противоположно направленных сил.

11. Момент пары сил равен произведению модуля силы на кратчайшее расстояние между линиями действия сил, называемых плечом пары сил. Вектор момента пары сил перпендикулярен плоскости, в которой лежат силы, и направлен в ту сторону, откуда вращение пары видно против часовой стрелки (рис. 6).

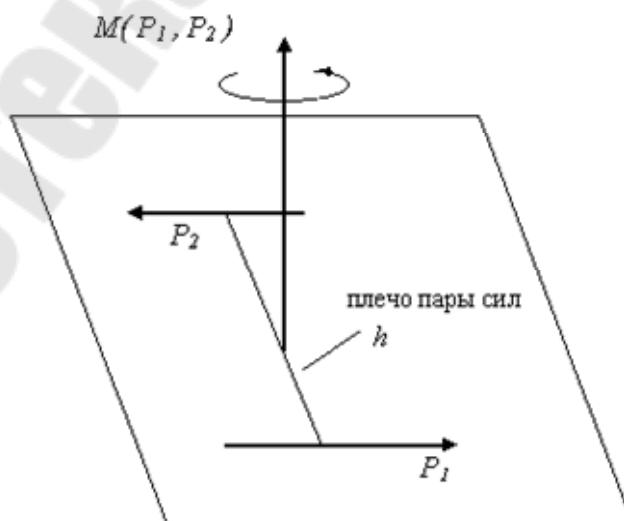


Рис. 6

12. Две пары сил эквивалентны, если их моменты равны, то есть векторы моментов параллельны, направлены в одну сторону и равны по модулю.

13. Нет.

14. Сумма моментов всех пар системы равна нулю:

$$\sum_{K=1}^N M(P_K, P_K^*) = 0.$$

15. Вектор, равный векторному произведению

$$\vec{M}_O(\vec{P}) = \vec{r}_A \times \vec{P},$$

где \vec{r}_A – радиус-вектор точки A приложения силы \vec{P} . Модуль момента равен произведению силы \vec{P} на плечо h – кратчайшее расстояние линии действия силы до точки O : $M_O(\vec{P}) = P \cdot h$ (рис. 7).

16. Если $h = 0$ (рис. 7).

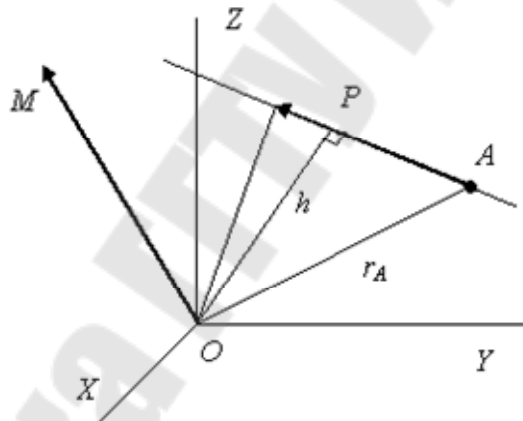


Рис. 7

17. Нет (рис. 8).

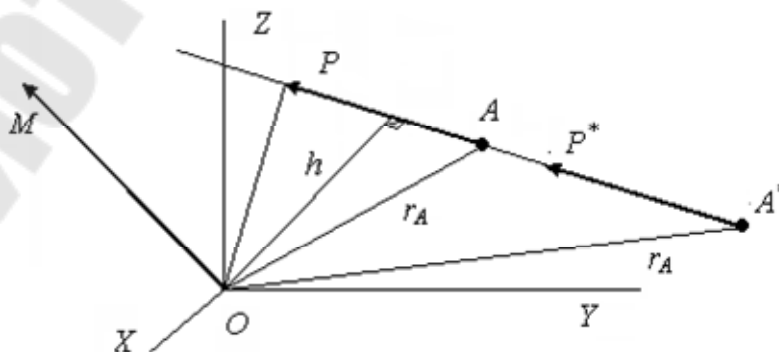


Рис. 8

18. В равенстве моментов двух сил приложенных к рычагу относительно точки опоры рычага: $P_1 \cdot h_1 = P_2 \cdot h_2$ (рис. 9).

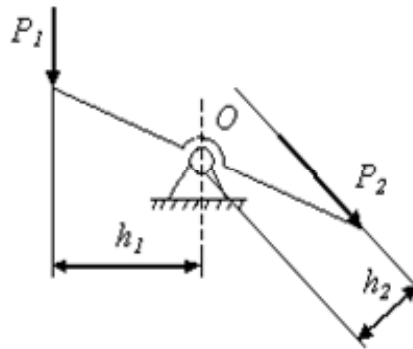


Рис. 9

19. Вектор силы $\vec{R}^* = R_X \cdot \vec{i} + R_Y \cdot \vec{j} + R_Z \cdot \vec{k}$, к которому приводится произвольная система сил в заданной точке приведения:

$$R_X^* = \sum_{K=1}^N F_{KX}, \quad R_Y^* = \sum_{K=1}^N F_{KY}, \quad R_Z^* = \sum_{K=1}^N F_{KZ},$$

$$R^* = \sqrt{R_X^2 + R_Y^2 + R_Z^2},$$

$$\cos(\vec{R}^*, X) = \frac{R_X^*}{R^*}, \quad \cos(\vec{R}^*, Y) = \frac{R_Y^*}{R^*}, \quad \cos(\vec{R}^*, Z) = \frac{R_Z^*}{R^*}.$$

20. Вектор момента пары сил

$$\vec{M}^* = M_X^* \cdot \vec{i} + M_Y^* \cdot \vec{j} + M_Z^* \cdot \vec{k},$$

к которому приводится произвольная система сил в заданной точке приведения:

$$M_X^* = \sum_{K=1}^N M_{KX}, \quad M_Y^* = \sum_{K=1}^N M_{KY}, \quad M_Z^* = \sum_{K=1}^N M_{KZ},$$

$$M^* = \sqrt{(M_X^*)^2 + (M_Y^*)^2 + (M_Z^*)^2},$$

$$\cos(\vec{M}^*, X) = \frac{M_X^*}{M^*}, \quad \cos(\vec{M}^*, Y) = \frac{M_Y^*}{M^*}, \quad \cos(\vec{M}^*, Z) = \frac{M_Z^*}{M^*}.$$

21. Нет.

22. Да.

23. Момент равнодействующей системы сил равен сумме моментов сил системы: $M_O(\vec{R}) = \sum_{K=1}^N M_O(\vec{F}_K)$ и $M_Z(\vec{R}) = \sum_{K=1}^N M_Z(\vec{F}_K)$.

24. Из условий равенства нулю главного вектора и главного момента: сумма проекций сил системы на координатные оси равна нулю:

$$\sum_{K=1}^N F_{KX} = 0, \quad \sum_{K=1}^N F_{KY} = 0,$$

и сумма моментов сил системы относительно любой точки плоскости равна нулю $\sum_{K=1}^N M_A(\vec{F}_K) = 0$.

25. В системе материальных тел рассматривается равновесие каждого твердого тела с учетом сил взаимодействия его с соседними телами.

Для плоской системы, состоящей из S материальных тел, необходимо $3 \cdot S$ уравнений равновесия (рис. 10–12). Для каждого материального тела составляется три уравнения равновесия.

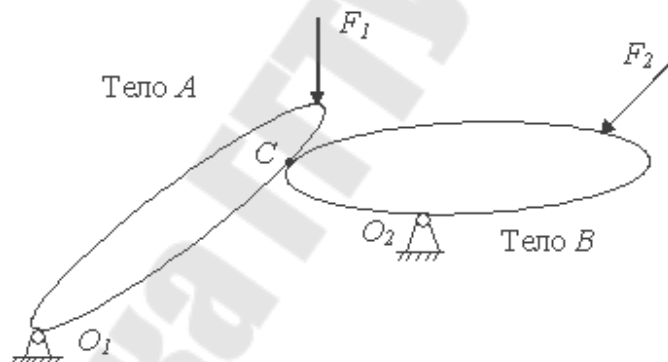


Рис. 10

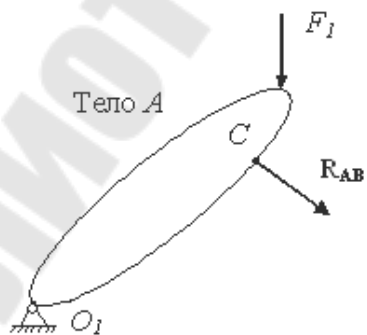


Рис. 11

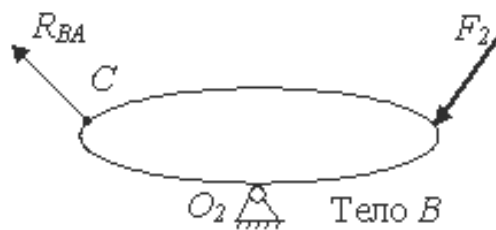


Рис. 12

26. Угол между вектором реакции шероховатой поверхности и нормалью к этой поверхности (рис. 13).

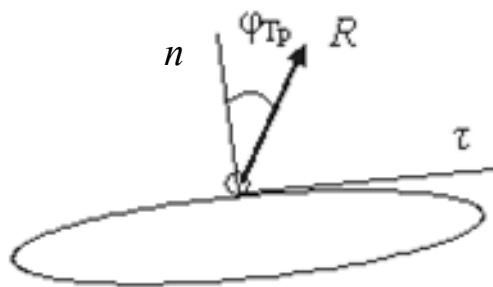


Рис. 13

27. Коэффициент трения равен тангенсу угла трения $f_{\text{тр}} = \text{tg}(\varphi_{\text{тр}})$.

28. Угол наклонной плоскости увеличивается до момента критического состояния тела на плоскости, то есть до начала его движения. Значение критического угла наклона плоскости равняется углу трения и следовательно $f_{\text{тр}} = \text{tg}(\alpha_{\text{кр}})$ (рис. 14).

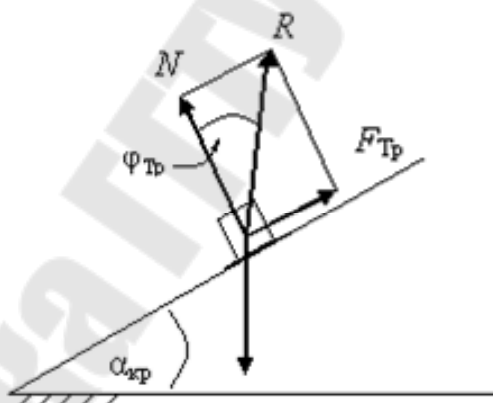


Рис. 14

29. Скалярная величина, определяемая как момент относительно точки O вектора силы \vec{F}_{XY} , являющимся проекцией заданной силы \vec{F} на плоскость, перпендикулярную оси (рис. 15). Точка O – точка пересечения оси и плоскости.

$$F_{XY} = F \cdot \cos(\alpha), \quad M_Z(F) = F_{XY} \cdot h.$$

30. Если сила \vec{P} пересекает ось, и если сила \vec{Q} параллельна оси (рис. 15).

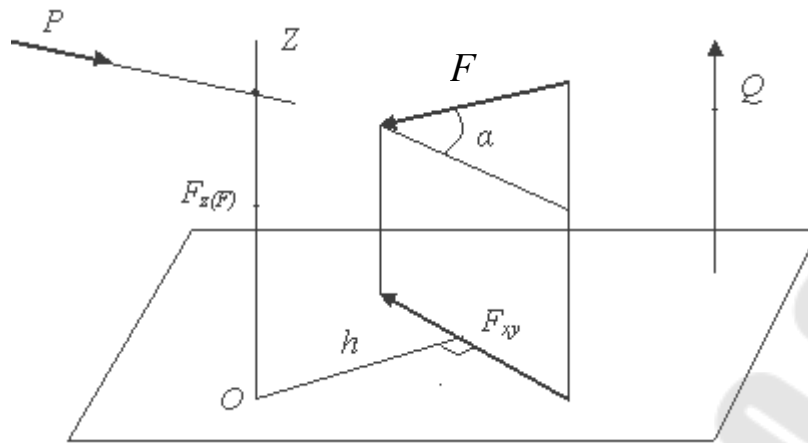


Рис. 15

31. Перпендикулярно плоскости треугольника OAB в ту сторону, откуда вращение наблюдается против часовой стрелки (рис. 16).

32. $M_Z(\vec{F}) = M_O(\vec{F}) \cdot \cos(\gamma)$, где γ – двугранный угол между плоскостями треугольников ΔOAB и ΔOA_1B_1 (рис. 16).

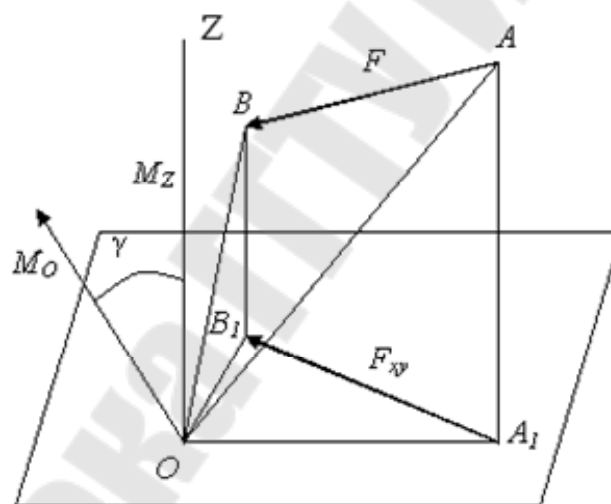


Рис. 16

33. Равен модулю момента силы относительно точки пересечения оси и плоскости: $M_Z(\vec{F}) = M_O(\vec{F})$.

34. Вдоль оси OZ .

$$35. R_X^* = \sum_{K=1}^N F_{KX}, \quad R_Y^* = \sum_{K=1}^N F_{KY}, \quad R_Z^* = \sum_{K=1}^N F_{KZ}.$$

$$36. \sum_{K=1}^N F_{KX} = 0, \quad \sum_{K=1}^N F_{KY} = 0, \quad \sum_{K=1}^N F_{KZ} = 0.$$

$$\sum_{K=1}^N M_{KX} = 0, \quad \sum_{K=1}^N M_{KY} = 0, \quad \sum_{K=1}^N M_{KZ} = 0.$$

37. Три, например: $\sum_{K=1}^N F_{KZ} = 0, \quad \sum_{K=1}^N M_{KX} = 0, \quad \sum_{K=1}^N M_{KY} = 0.$

3.2. Кинематика

1. Формула, определяющая положение точки с течением времени $t(c)$: $S = s(t)$ (рис. 17).

2а) в векторной форме изменяется радиус-вектор точки $\vec{r} = \vec{r}(t)$, (рис. 17);

2б) в координатной форме задаются координаты точки $X = X(t), Y = Y(t), Z = Z(t)$ (рис. 17);

2в) в естественной форме должна быть задана траектория точки. В этом случае дуговой координатой $S = S(t)$ задается положение точки на кривой (рис. 18).

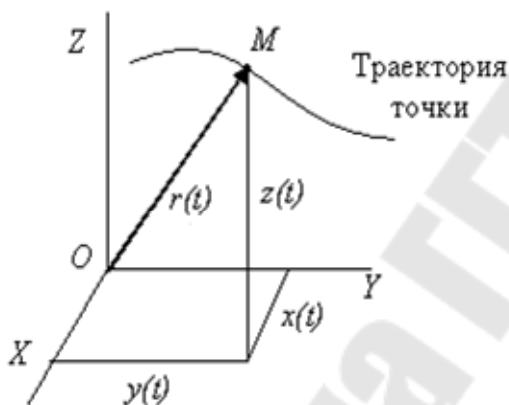


Рис. 17

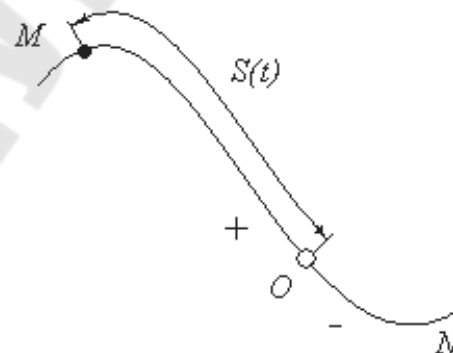


Рис. 18

3. Вдоль касательной к траектории в точке M (рис. 19).

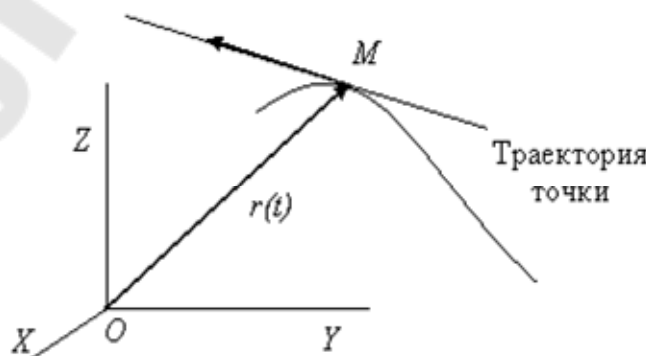


Рис. 19

Алгебраическое значение скорости равно первой производной по времени от дуговой координаты $V = \frac{dS}{dt} = \dot{S}$.

$$4. \vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}}.$$

$$5. V_X = \frac{dX}{dt} = \dot{X}, \quad V_Y = \frac{dY}{dt} = \dot{Y}, \quad V_Z = \frac{dZ}{dt} = \dot{Z}.$$

$$6. \text{Изменение вектора скорости в единицу времени } \vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt}.$$

$$7. \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}.$$

$$8. a_X = \frac{d^2X}{dt^2} = \ddot{X}, \quad a_Y = \frac{d^2Y}{dt^2} = \ddot{Y}, \quad a_Z = \frac{d^2Z}{dt^2} = \ddot{Z}.$$

9. Оси, образующие естественный трехгранник: τ – касательная к траектории; n – нормальная к траектории (перпендикуляр к касательной), направленная в сторону вогнутости кривой; b – бинормаль, перпендикулярная к осям τ и n (рис. 20).

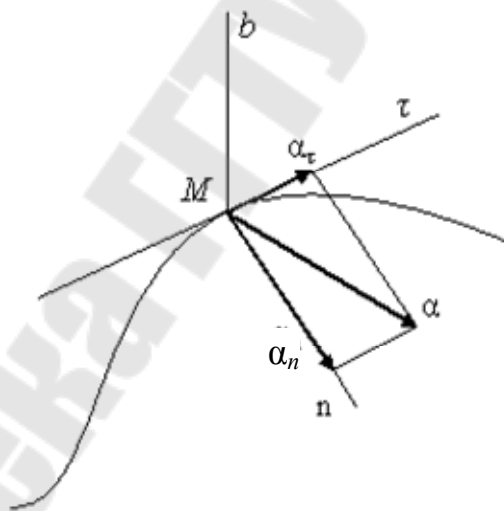


Рис. 20

10. $\alpha_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d^2S}{dt^2}$, $\alpha_n = \frac{V^2}{\rho}$, где ρ – радиус кривизны траектории в данной точке.

11. При выполнении условия $V = \text{const}$ и, следовательно, $\frac{dV}{dt} = 0$, то есть в прямолинейном равномерном движении точки и в её криволинейном движении с не изменяющейся по модулю скоростью.

12. В прямолинейном, когда вектор скорости не изменяет своего направления.

13. При котором любая прямая, принадлежащая твердому телу, движется параллельно самой себе (рис. 21).



Рис. 21

14. Все точки твердого тела имеют одинаковые скорости и ускорения, а траектории точек совпадают при наложении.

15. Формула, определяющая зависимость изменения угла поворота твердого тела относительно неподвижной плоскости, проходящей через ось вращения: $\varphi = \varphi(t)$, $[\varphi] = \text{рад}$ (рис. 22).

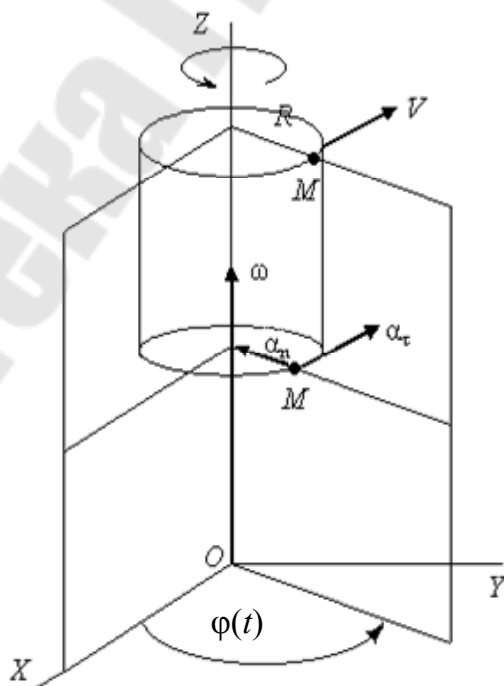


Рис. 22

16. Вектором, направленным вдоль оси вращения в ту сторону, откуда вращение твердого тела наблюдается против часовой стрелки (рис. 22).

17. Равномерное, если $\omega = \text{const}$, равнопеременное, если $\varepsilon = \text{const}$.

$$18. \omega = \frac{\pi \cdot n}{30},$$

$$[\omega] = \frac{\text{рад}}{\text{с}} = \text{с}^{-1}, \quad [n] = \frac{\text{об}}{\text{мин}}.$$

19. $V = \omega \cdot R$ – скорость точки пропорциональна радиусу окружности, по которой движется точка (рис. 22).

$$20. a_n = \omega^2 \cdot R.$$

$$21. a_n = \varepsilon \cdot R.$$

22. Нет, шатун AB совершает плоскопараллельное движение (рис. 23).

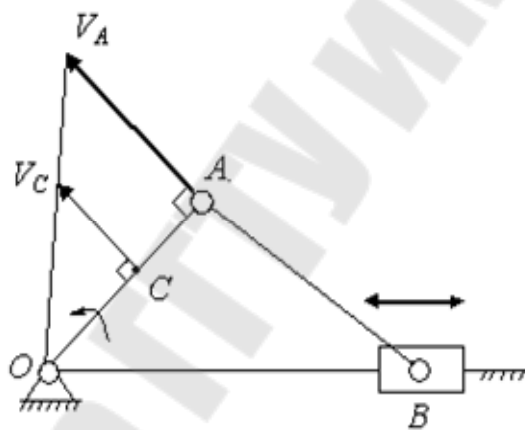


Рис. 23

23. Пропорциональны и перпендикулярны радиусам окружностей, по которым движутся точки: $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$, $V_C = \omega_{OA} \cdot OC$ (рис. 23).

24. При котором все точки твердого тела движутся в параллельных плоскостях (рис. 24).

25. На элементарные поступательные вместе с полюсом и вращательные вокруг полюса (рис. 24).

26. Три. Два уравнения $X_A = X_A(t)$ и $Y_A = Y_A(t)$ определяют поступательное движение твердого тела вместе с произвольно выбранным полюсом A. Третье уравнение $\varphi = \varphi(t)$ характеризует вращательное движение вокруг полюса (рис. 24).

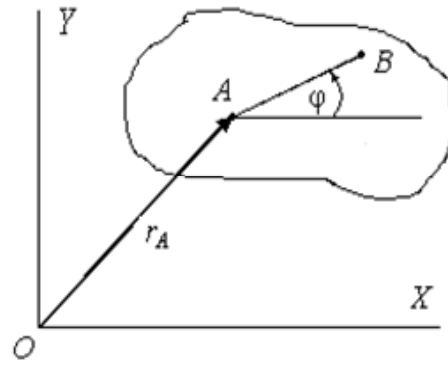


Рис. 24

27. Движение плоской фигуры можно представить суммой элементарных вращательных движений относительно точки, называемой мгновенным центром скоростей (вращения), так как её положение постоянно изменяется (рис. 25–26).

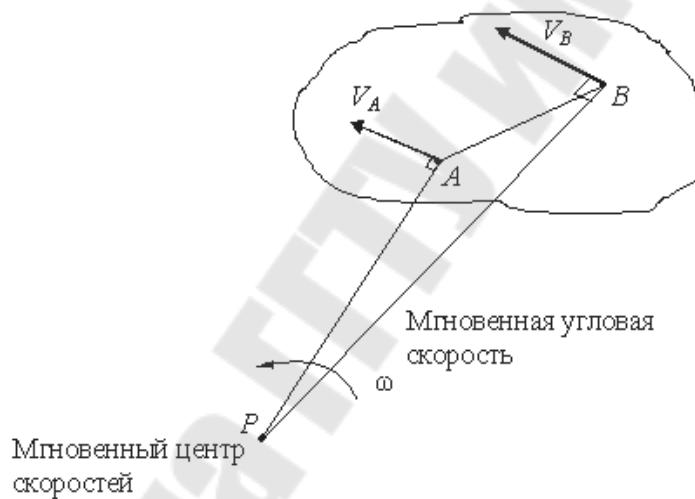


Рис. 25

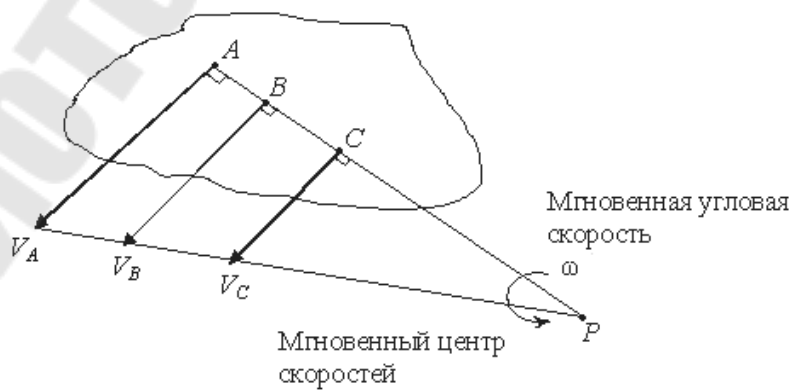


Рис. 26

28. Поскольку вращательные скорости перпендикулярны к радиусам траекторий точек, то мгновенный центр скоростей плоской фигуры находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных к скоростям в движущихся точках (рис. 25).

29. Так как модуль вращательной скорости пропорционален расстоянию точки до центра вращения, то мгновенный центр скоростей находится на пересечении линии, соединяющей концы векторов скоростей и прямой, на которой находятся движущиеся точки (рис. 26).

30. В этом случае плоская фигура совершает мгновенное поступательное движение, при котором скорости всех точек будут одинаково направлены и равны по модулю.

31. Скорость точки B плоской фигуры равна векторной сумме скорости полюса A , и вектора скорости точки B , полученной при её вращении вокруг полюса (рис. 27).

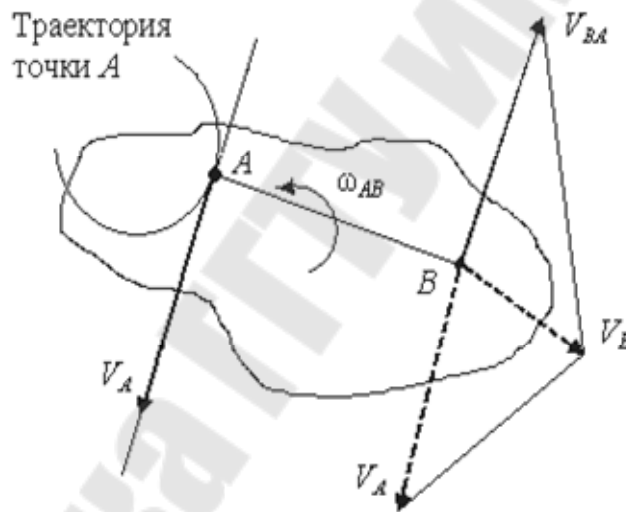


Рис. 27

32а) вычисляем модуль вектора скорости точки B , полученной при вращении отрезка AB вокруг точки A : $V_{BA} = \omega \cdot AB$;

32б) изображаем на рисунке вектор \vec{V}_{BA} , перпендикулярный к отрезку AB ;

32в) определив угол между векторами \vec{V}_{BA} и \vec{V}_A , применяем теорему косинусов для вычисления диагонали параллелограмма, построенного на векторах \vec{V}_{BA} и \vec{V}_A : $V_B = \sqrt{V_A^2 + V_{BA}^2 + 2 \cdot V_A \cdot V_{BA} \cdot \cos(\vec{V}_A, \vec{V}_{BA})}$ (рис. 27).

33. По теореме об ускорениях точки плоской фигуры имеем $\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n$ (рис. 28).

Здесь: \vec{a}_A – ускорение полюса A ; \vec{a}_{BA}^τ – касательное ускорение точки B при вращении её вокруг полюса A ; \vec{a}_{BA}^n – нормальное ускорение точки B при вращении её вокруг полюса A .

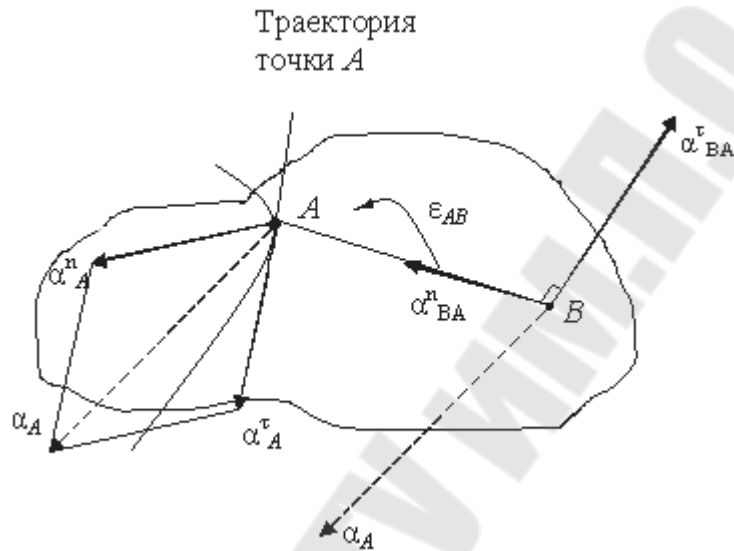


Рис. 28

34. Движение твердого тела, с которым жестко связана подвижная система координат (рис. 29).

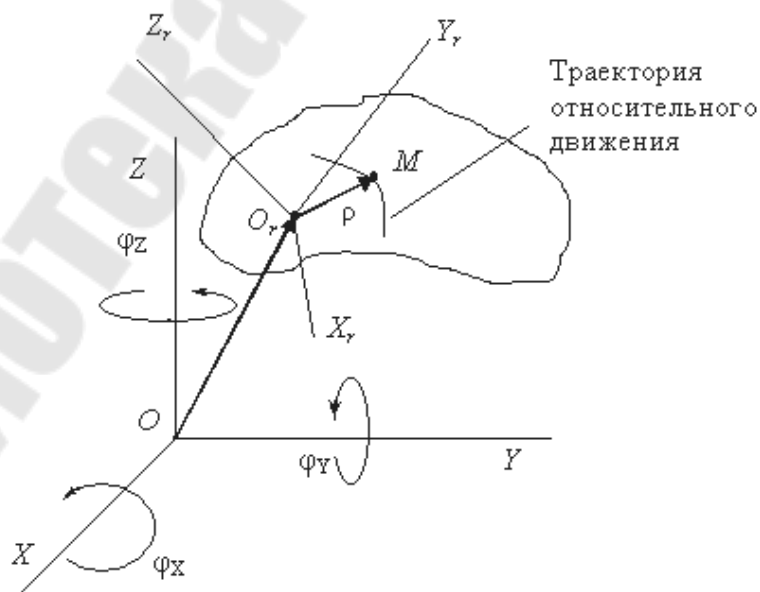


Рис. 29

35. Движение точки в системе отсчета, совершающей переносное движение (рис. 29).

36. Скорость точки относительно наблюдателя, находящегося в подвижной системе отсчета.

37. Условно останавливается относительное движение точки. Точка как бы приклеивается к твердому телу, совершающему переносное движение.

38. Абсолютная скорость точки, совершающей сложное движение, равна векторной сумме переносной и относительной скоростей:

$$\vec{V}_{\text{абс}} = \vec{V}_{\text{пер}} + \vec{V}_{\text{отн}}.$$

39. Применяем правило Жуковского. Вектор относительной скорости проектируем на плоскость, перпендикулярную оси переносного вращения. Полученный вектор в этой же плоскости поворачиваем относительно своего начала (движущейся точки) в сторону вращения на 90 градусов (рис. 30).

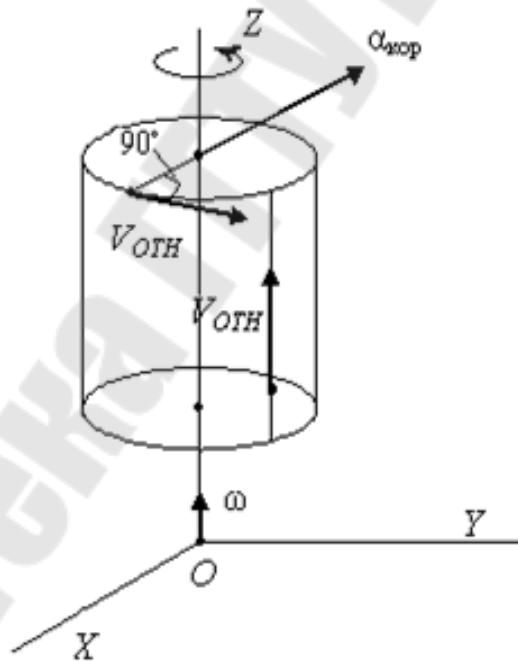


Рис. 30

40а) если переносное движение – поступательное;

40б) если вектор относительной скорости параллелен оси переносного вращения (рис. 30).

3.3. Динамика

1. Материальная точка движется равномерно и прямолинейно (по инерции), если равнодействующая системы сил, приложенных к ней, равна нулю.

2. Первая основная задача динамики материальной точки по заданному движению точки определяет, под действием каких сил происходит это движение.

Например. Заданы уравнения движения точки по окружности:

$$X = R \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad Y = R \cdot \sin(\omega \cdot t) .$$

Дважды дифференцируя уравнения, находим проекции ускорения точки на координатные оси: $\ddot{X} = -R \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t)$ и $\ddot{Y} = -R \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t)$. Применяя второй закон Ньютона в координатной форме $m\ddot{X} = F_X$ и $m\ddot{Y} = F_Y$, получаем:

$$F_X = -m \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega \cdot t);$$

$$F_Y = -m \cdot R \cdot \omega^2 \cdot \cos(\omega \cdot t);$$

$$F = \sqrt{F_X^2 + F_Y^2} = m \cdot R \cdot \omega^2 .$$

То есть определяем, что точка движется по окружности под действием центральной силы (рис. 31).

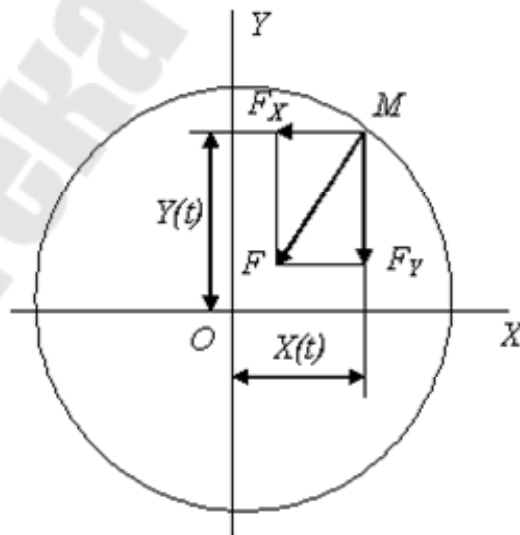


Рис. 31

3. Вторая основная задача динамики материальной точки определяет движение точки по заданным силам, действующим на неё, последовательно находит ускорение точки, её скорость и уравнение движения.

4. Постоянные интегрирования находятся по начальным условиям, определяющим координаты и скорость точки в начальный момент движения. При $t=0$ должны быть заданы координаты точки: $X(0) = X_0$, $Y(0) = Y_0$, $Z(0) = Z_0$ и её скорость $V_X(0) = \dot{X}_0$, $V_Y(0) = \dot{Y}_0$, $V_Z(0) = \dot{Z}_0$. Эти значения подставляются в полученные при интегрировании уравнения скорости и движения точки.

Например. На свободную материальную точку действуют сила тяжести $m\vec{g}$. Чтобы определить уравнение прямолинейного движения точки по вертикали, сначала находим ускорение $a_Y = -g = \text{const}$.

В дифференциальном уравнении $\frac{dV_Y}{dt} = a_Y$ разделяем переменные $dV_Y = a_Y \cdot dt$, и затем интегрируем с учетом начальных условий $t=0$ и $V_Y = V_0$. Получаем уравнение скорости равноускоренного движения точки $V_Y(t) = C_1 - gt$, $C_1 = V_0$.

Аналогично поступаем со вторым дифференциальным уравнением:

$$\frac{dY(t)}{dt} = V_Y(t), \quad dY(t) = V_Y(t) \cdot dt = (V_0 - gt) \cdot dt.$$

Для начальных условий $t=0$ и $Y = Y_0 = H$ после интегрирования находим

$$Y(t) = C_2 + V_0 t - g \frac{t^2}{2}, \quad C_2 = H.$$

5. Сила, стремящаяся вернуть точку в положение равновесия при отклонении точки от этого положения. Эта сила пропорциональна расстоянию точки от положения равновесия (рис. 32).

Например, сила упругости пружины $F_X = c \cdot X$. Здесь c – коэффициент жесткости пружины.

6. $\ddot{X} + k^2 \cdot X = 0$, где $k = \sqrt{\frac{c}{m}} = \frac{2\pi}{T}$ – круговая частота свободных колебаний.

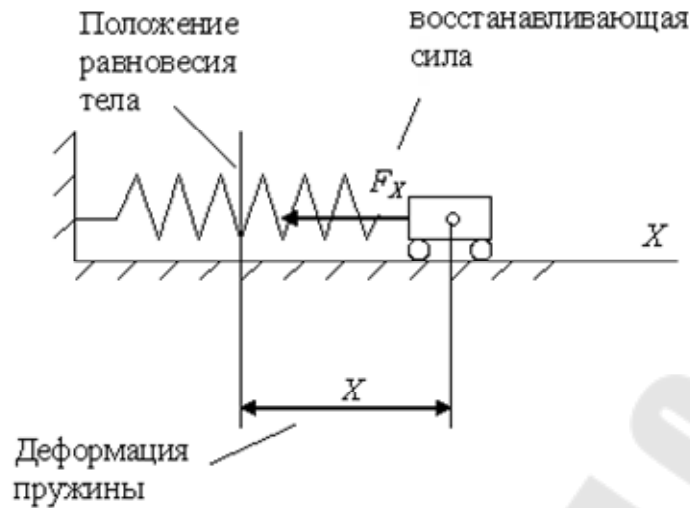


Рис. 32

7. Векторная величина, равная произведению массы точки на её скорость:

$$m\vec{V} = \vec{i} \cdot mV_X + \vec{j} \cdot mV_Y + \vec{k} \cdot mV_Z.$$

8. Элементарным импульсом силы называется вектор $\Delta\vec{S} = \vec{F} \cdot \Delta t$, определяющий действие силы за элементарный отрезок времени Δt .

9. Разность количеств движения точки, определенных в начальный момент времени и в заданный момент времени, равна импульсу силы $\vec{F}(t)$, приложенной к точке:

$$m\vec{V}(t_*) - m\vec{V}(0) = \vec{S}(t_*),$$

где $\vec{S}(t_*) = \int_{t=0}^{t=t_*} \vec{F}(t) dt$.

Если $\vec{F}(t) = \text{const}$, $\vec{S}(t) = \vec{F} \cdot t_*$.

Производная по времени от вектора количества движения точки равна вектору силы, приложенной к точке:

$$\frac{d(m\vec{V})}{dt} = \vec{F}(t).$$

10. Моментом вектора $m\vec{V}_A$ относительно заданной точки, например, точки O , называется векторное произведение радиуса вектора движущейся точки A на вектор количества движения точки

$\vec{M}_O(m\vec{V}_A) = \vec{r}_A \times m\vec{V}_A$. Численное значение вектора $\vec{M}_O(m\vec{V}_A)$ равно произведению модуля количества движения mV на кратчайшее расстояние линии действия вектора $m\vec{V}$ до точки O , то есть на плечо h вектора $m\vec{V}$ (рис. 33).

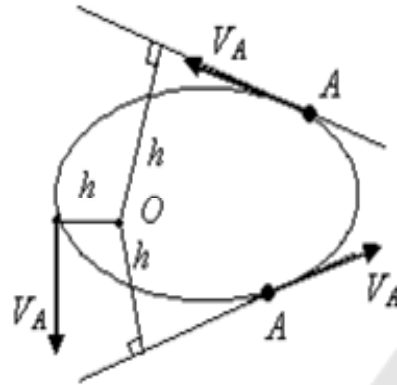


Рис. 33

11. Если момент силы $F(t)$ относительно этой точки равен нулю.

12а) разность моментов количества движения точки, определенных в начальный момент времени и в заданный момент времени, равна импульсу момента силы $\vec{F}(t)$, приложенной к точке:

$$\vec{M}_O(m\vec{V}(t_*)) - \vec{M}_O(m\vec{V}(0)) = \vec{M}_O(\vec{S}(t_*)),$$

где $\vec{S}(t_*) = \int_{t=0}^{t=t_*} \vec{F}(t) dt$.

Если $\vec{F}(t) = \text{const}$, $\vec{S}(t) = \vec{F} \cdot t_*$.

12б) производная по времени от момента вектора количества движения точки равна вектору момента силы:

$$\frac{d(\vec{M}_O(m\vec{V}))}{dt} = \vec{M}_O(\vec{F}(t)).$$

13. Если сила $\vec{F}(t) = 0$, то $m\vec{V} = \text{const}$.

Если момент силы $\vec{M}_O(\vec{F}(t)) = 0$, то $\vec{M}_O(m\vec{V}) = \text{const}$.

14. Работа силы тяжести вычисляется по формуле $A = mg \cdot H$, где H – разность потенциальных уровней в начальном и конечном положениях тела (рис. 34).

15. Кинетической энергией материальной точки называется скалярная мера механического движения $\frac{mV^2}{2}$, где V – скорость точки.

16. Разность кинетической энергии материальной точки в конечный и начальный моменты движения равны работе сил, под действием которых совершается перемещение точки:

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2} = A.$$

17. Физическое пространство, в котором на материальную точку действуют силы, зависящие от положения этой точки, называется силовым полем.

18. Поверхности уровня в поле силы тяжести представляются концентрическими сферами (рис. 35).

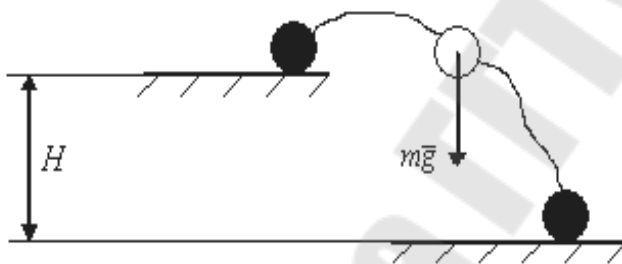


Рис. 34

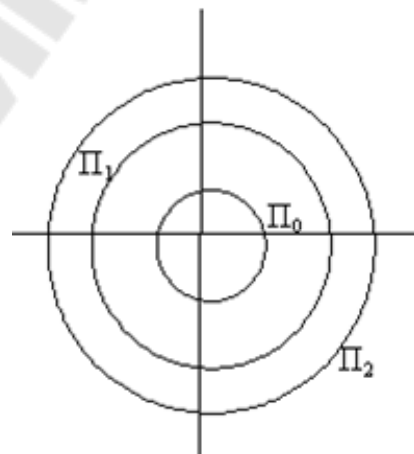


Рис. 35

19. При выполнении закона сохранения механической энергии сумма потенциальной и кинетической энергий тела остается постоянной: $mg \cdot H + \frac{mV^2}{2} = \text{const.}$

20. Стационарное силовое поле, в котором проекции силы, действующей на материальную точку определяются как частные производные от потенциальной энергии:

$$F_X = -\frac{\partial \Pi}{\partial X}, \quad F_Y = -\frac{\partial \Pi}{\partial Y}, \quad F_Z = -\frac{\partial \Pi}{\partial Z}.$$

21. На материальные точки механической системы действуют силы, которые классифицируются на внешние \vec{F}^E и внутренние \vec{F}^J силы.

22. Количеством движения механической системы называется векторная сумма количеств движения материальных точек, входящих

в систему: $\vec{Q} = \sum_{i=1}^n m_i \vec{V}_i$.

23. Разность количества движения механической системы в конечный и начальный моменты движения равна импульсу равнодействующей внешних сил, под действием которых совершается перемещение точек системы:

$$\vec{Q} - \vec{Q}_0 = \int_0^t (\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^E) dt.$$

Производная от количества движения механической системы по времени равна равнодействующей внешних сил:

$$\frac{d\vec{Q}}{dt} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i^E(t).$$

24. Согласно третьему закону Ньютона материальные точки механической системы взаимодействуют друг с другом с силами равными по величине и противоположенными по направлению.

25. Согласно закону сохранения количества движения, механической системы $\vec{Q} = \text{const}$, если сумма внешних сил, действующих на

систему, равна нулю: $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i^E = 0$.

26. Центром масс (центром инерции) механической системы называется геометрическая точка, координаты которой находятся по формулам:

$$X_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i X_i}{M}, \quad Y_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i Y_i}{M}, \quad Z_C = \frac{\sum_{i=1}^n m_i Z_i}{M},$$

где $M = \sum_{i=1}^n m_i$ – масса системы.

27. Центр масс механической системы движется как материальная точка массой, равной массе всей системы, к которой приложены все внешние силы, действующие на систему:

$$M \cdot \ddot{X}_C = \sum_{i=1}^n F_{iX}^E, \quad M \cdot \ddot{Y}_C = \sum_{i=1}^n F_{iY}^E, \quad M \cdot \ddot{Z}_C = \sum_{i=1}^n F_{iZ}^E.$$

28. Тепловоз движется по рельсам при наличии силы трения.

29. Векторная сумма моментов количеств движения всех точек механической системы относительно полюса называется кинетическим моментом системы относительно полюса:

$$\vec{L}_A = \sum_{i=1}^n (\vec{r}_i \times m_i \vec{V}_i).$$

30а) разность кинетических моментов механической системы в конечный и начальный моменты движения равна импульсу моментов внешних сил, под действием которых совершается перемещение точек системы:

$$(\vec{L})_A - (\vec{L}_0)_A = \int_0^t \left(\sum_{i=1}^n \vec{M}_i^E \right)_A dt;$$

30б) производная от кинетического момента механической системы по времени равна моменту внешних сил

$$\frac{d\vec{L}_A}{dt} = \left(\sum_{i=1}^n \vec{M}_i^E \right)_A.$$

31. Согласно закону сохранения кинетического момента механической системы $L_Z = \text{const}$, если сумма моментов внешних сил относительно оси, действующих на систему, равна нулю: $\sum_{i=1}^n M_{Zi}^E = 0$.

32. Кинетический момент вращающегося твердого тела относительно оси Z вращения определяется по формуле:

$$L_Z = J_Z \omega_Z,$$

где J_Z – момент инерции твёрдого тела относительно оси.

33. Моментом инерции твердого тела относительно данной оси или полюса называется скалярная величина, равная сумме произведений массы каждой точки тела на квадрат расстояния этой точки до оси или полюса (рис. 36):

$$J_Z = \sum_{i=1}^n m_i (X_i^2 + Y_i^2), \quad J_O = \sum_{i=1}^n m_i (X_i^2 + Y_i^2 + Z_i^2).$$

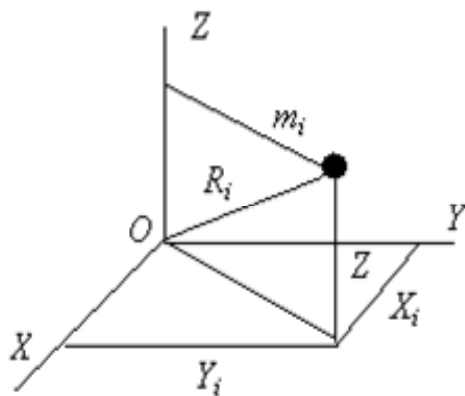


Рис. 36

34. Момент инерции тела относительно оси является мерой инертности вращающегося твердого тела.

35. Момент инерции тела относительно оси можно представить в виде произведения массы тела на квадрат линейной величины ρ , называемой радиусом инерции тела относительно этой оси: $J_Z = M \cdot \rho^2$.

36. $J_0 = \frac{1}{2}(J_X + J_Y + J_Z)$ – эта формула устанавливает связь момента инерции относительно начала координат и моментами инерции относительно координатных осей.

37. Теорема Гюйгенса-Штейнера: момент инерции твердого тела относительно некоторой оси равен моменту инерции тела относительно параллельной оси, проходящей через его центр масс, сложенному с произведением массы тела на квадрат расстояния между осями:

$$J_Z = J_{Z_C} + M \cdot d^2.$$

38. Кинетическая энергия механической системы равна сумме кинетической энергии точек системы:

$$T = \sum_{i=1}^n \frac{m_i V_i^2}{2}.$$

39. Кинетическая энергия твердого тела при поступательном вращательном и движении этого тела определяется по формулам:

$$T = \frac{1}{2} M \cdot V_C^2, \quad T = \frac{1}{2} J_z \omega_z^2.$$

40. Разность кинетических энергий механической системы в конечный и начальный моменты движения равна работе внешних сил, под действием которых совершается перемещение точек системы:

$$T - T_0 = A^E.$$

41. Работа силы, приложенной к вращающемуся твердому телу, равна

$$A = \int_{\varphi_0}^{\varphi} M_Z(\varphi) d\varphi,$$

где $M_Z(\varphi)$ – момент силы относительно оси.

42. Сила инерции материальной точки (условная сила) определяется как произведение массы точки на её ускорение, взятое с обратным знаком. То есть сила инерции точки противоположна по направлению ускорению точки:

$$\vec{\Phi} = -m \cdot \vec{a}.$$

43. Сила инерции вагона при торможении направлена по движению вагона.

44. Принцип Даламбера для материальной точки: векторная сумма всех сил, действующих на точку, включая силу инерции, равна нулю.

45. Принцип Даламбера для несвободной материальной системы: векторная сумма задаваемых сил, реакций связей и силы инерции каждой материальной точки равна нулю.

46. Дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения твердого тела:

$$M \cdot \ddot{X}_C = F_X^E, \quad M \cdot \ddot{Y}_C = F_Y^E, \quad M \cdot \ddot{Z}_C = F_Z^E.$$

47. Кинетическая энергия плоскопараллельного движения твердого тела определяется по формуле:

$$T = \frac{1}{2} M \cdot V_C^2 + \frac{1}{2} J_{Z_C} \omega^2.$$

Литература

1. Аркуша, А. И. Руководство к решению задач по теоретической механике : учеб. пособие для средн. проф. учеб. заведений. – 4-е изд., испр. – Москва : Высш. шк., 2000. – 336 с. : ил.
2. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов. Т. 1. Статика и кинематика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 9-е изд., перераб. / М. И. Бать [и др.]. – Москва : Наука, 1990. – 670 с. : ил.
3. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов. Т. 2. Динамика / М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 9-е изд., перераб. / М. И. Бать [и др.]. – Москва : Наука, 1990. – 639 с. : ил.
4. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики : учеб. для студ. вузов. Т. 1. Статика и кинематика / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – 4-е изд., испр. / Н. В. Бутенин [и др.]. – Москва : Наука, 1985. – 239 с. : ил.
5. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики : учеб. для студ. вузов. Т. 2. Динамика / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – 3-е изд., испр. / Н. В. Бутенин [и др.]. – Москва : Наука, 1985. – 496 с. : ил.
6. Воронков, И. М. Курс теоретической механики : учеб. для студ. вузов / И. М. Воронков. – 12-е изд., стер. – Москва : Наука, 1965. – 596 с.
7. Гернет, М. М. Курс теоретической механики : учеб. для вузов / М. М. Гернет. – 5-е изд., испр. – Москва : Высш. шк., 1987. – 344 с. : ил.
8. Голубев, Ю. Ф. Основы теоретической механики : учеб. для студентов вузов / Ю. Ф. Голубев. – Москва : Изд-во МГУ, 1992. – С. 524–525.
9. Жуковский, Н. Е. Теоретическая механика : учеб. пособие для вузов / Н. Е. Жуковский. – 2-е изд. – Москва ; Ленинград : Госиздат, 1952. – 811 с. : ил.
10. Коган, Б. Ю. Сто задач по механике / Б. Ю. Коган. – Москва : Наука, 1973. – 79 с. : ил. – (Физика. Б-ка физ.-мат. школы).
11. Мещерский, И. В. Задачи по теоретической механике : учеб. пособие для вузов / под ред. В. А. Пальмова, Д. Р. Меркина. – 37-е изд., испр. / И. В. Мещерский. – Санкт-Петербург : Лань, 1998. – 448 с. : ил.
12. Мещерский, И. В. Сборник задач по теоретической механике : учеб. пособие / И. В. Мещерский. – 35-е изд., перераб. – Москва : Наука, 1981. – 480 с.

13. Никитин, Е. М. Теоретическая механика для техникумов : учеб. для сред. спец. учеб. зав. / под ред. А. И. Аркуши. – 12-е изд., испр. / Е. М. Никитин. – Москва : Наука, 1988. – 336 с. : ил.
14. Никитин, Н. Н. Курс теоретической механики : учеб. для студентов машиностроит. и приборостроит. спец. вузов / Н. Н. Никитин. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Высш. шк., 1990. – 607 с. : ил.
15. Поляхов, Н. Н. Теоретическая механика : учеб. для вузов / Н. Н. Поляхов, С. А. Зегжда, М. П. Юшков; под ред. П. Е. Товстика. – 2-е изд., перераб. и доп. / Н. Н. Поляхов. – Москва : Высш. шк., 2000. – 592 с. : ил. – Библиогр.: с. 583.
16. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: учеб. пособие для втузов / под ред. А. А. Яблонского. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва : Высш. шк., 1985. – 367 с.: ил. – Библиогр.: с. 363.
17. Сборник коротких задач по теоретической механике : учеб. пособие для студентов втузов / О. Э. Кепе, Я. А. Виба, О. П. Грапис и др.; под ред. О. Э. Кепе. – Москва : Высш. шк., 1989. – 368 с. : ил.
18. Старжинский, В. М. Теоретическая механика: краткий курс по полной программе вузов : учеб. для втузов / В. М. Старжинский. – Москва : Наука, 1980. – 464 с. : ил. Библиогр.: С. 455–460.
19. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для втузов / С. М. Тарг. – 10-е изд., перераб. и доп. / С. М. Тарг. – Москва : Высш. шк., 1986. – 415 с. : ил.
20. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: учеб. для техн. вузов. Ч. 1. Статика. Кинематика / А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – 6-е изд., испр. – Москва : Высш. шк., 1984. – 343 с.
21. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики : учеб. для втузов. Ч. 2. Динамика / А. А. Яблонский. – 5-е изд., испр. – Москва : Высш. шк., 1977. – 430 с.
22. Теоретическая механика. Программа, методические указания и контрольные задания для студентов заочных специальностей. – Иванов-Франковск : ИФИИГ, 1990.

Статика

1. Мацур, М. А. Теоретическая механика : метод. указания и контрол. задания по одноименному курсу для студентов машиностроит. специальностей / М. А. Мацур. – Гомель : ГПИ, 1988. – 10 с.

2. Старовойтова, Т. А. Определение реакций опор составных конструкций с применением ЭВМ : метод. указания по курсу «Теоретическая механика» для студентов машиностроит. специальностей / Т. А. Старовойтова. – Гомель : ГПИ, 1981. – 18 с.
3. Мацур, М. А. Статика : метод. указания к практ. занятиям и лекциям по курсу «Теоретическая механика» для студентов специальностей 0501, 0502, 0503, 0540, 0566 / М. А. Мацур. – Гомель : ГПИ, 1982.
4. Мацур, М. А. Теоретическая механика : метод. указания к решению задач на практ. занятиях для студентов специальностей 0501, 0502, 0503, 0566 / М. А. Мацур. – Гомель : ГПИ, 1983. – 41 с.
5. Русан, С. И. Статика : метод. указания к самостоят. работе по курсу «Теоретическая механика» для студентов машиностроит. специальностей / С. И. Русан. – Гомель : ГПИ, 1991. – 43 с.
6. Шабловский, О. Н. Теоретическая механика : практикум по одному курсу для студентов машиностроит. специальностей высших техн. учеб. заведений. Ч. 1. Преобразование пространственной системы сил / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль. – Гомель : ГГТУ, 1998. – 22 с.

Кинематика

1. Шабловский, О. Н. Теоретическая механика : метод. указания и контрол. задания по одному курсу для студентов-заочников. Ч. 2. Кинематика / О. Н. Шабловский. – Гомель : ГПИ, 1991. – 29 с.
2. Андреев, С. Ф. Плоскопараллельное движение твердого тела : метод. указания к практ. занятиям по курсу «Теоретическая механика» для студентов машиностроительных специальностей / С. Ф. Андреев. – Гомель : ГПИ, 1985. – 38 с.
3. Шабловский, О. Н. Относительное движение материальной точки : метод. указания к расч.-граф. работам по курсу «Теоретическая механика» для студентов машиностроительных специальностей / О. Н. Шабловский. – Гомель : ГПИ, 1986. – 32 с.
4. Сложное движение точки : метод. указания для проведения индивид. и контрол. работ с использованием метод. идентификации и многокритериального выбора по курсу «Теоретическая механика. Кинематика» / М-во образования Республики Беларусь, Бел. гос. политехн. академия; сост. Ю. А. Гурвич, В. В. Кобяко [и др.]; под общ. ред. Ю. А. Гурвича. – Минск, 1992. – 15 с.: ил.

Динамика

1. Старовойтова, Т. А. Определение динамических величин механических систем : контрол. задачи по курсу «Теоретическая механика» для студентов машиностроит. специальностей / Т. А. Старовойтова. – Гомель : ГПИ, 1993. – 26 с. : ил.
2. Шабловский, О. Н. Теорема об изменении кинетической энергии механических систем : метод. указания к практ. занятиям и расчет.-граф. работам для студентов машиностроит. специальностей / О. Н. Шабловский. – Гомель : ГПИ, 1990. – 25 с.
3. Кашина, Р. Е. Динамика поступательного и вращательного движений твердого тела : метод. указания к практ. занятиям для студентов машиностроит. специальностей / Р. Е. Кашина. – Гомель : ГПИ, 1984. – 35 с.
4. Андреев, С. Ф. Теоретическая механика : метод. указания по одному курсу для студентов специальности 0303 / С. Ф. Андреев, Т. А. Старовойтова. – Гомель : ГПИ, 1984. – 46 с.
5. Русан, С. И. Вынужденные колебания механических систем : метод. указания по курсу «Теоретическая механика» для студентов машиностроит. специальностей / С. И. Русан, Л. С. Старовойт. – Гомель : ГПИ, 1988. – 47 с.
6. Русан, С. И. Свободные колебания механических систем : метод. указания для студентов машиностроит. специальностей / С. И. Русан, В. В. Печера, Г. С. Лизогуб. – Гомель : ГПИ, 1984. – 47 с.
7. Мацур, М. А. Динамика. Общие теоремы курса «Теоретическая механика» : метод. указания к решению задач на практ. занятиях для студентов специальностей 0501, 0502, 0503, 0566 / М. А. Мацур. – Гомель : ГПИ, 1984.

Содержание

Введение.....	3
1. Рабочая программа курса «Теоретическая механика».....	3
1.1. Статика твердого тела.....	3
1.2. Кинематика.....	4
1.3. Динамика.....	6
2. Вопросы для самопроверки знаний.....	9
2.1. Статика.....	9
2.2. Кинематика.....	11
2.3. Динамика.....	12
3. Ответы на вопросы самоконтроля знаний.....	15
3.1. Статика.....	15
3.2. Кинематика.....	23
3.3. Динамика.....	31
Литература.....	40

Учебное электронное издание комбинированного распространения

Учебное издание

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Пособие по одноименному курсу для студентов инженерно-технических специальностей заочной формы обучения

Электронный аналог печатного издания

Автор-составитель: **Андреев** Сергей Филиппович

Редактор *Л. Ф. Теплякова*
Компьютерная верстка *Н. Б. Козловская*

Подписано в печать 26.04.06.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».
Ризография. Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,78.
Изд. № 88.

E-mail: ic@gstu.gomel.by
<http://www.gstu.gomel.by>

Издательский центр
Учреждения образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого».
ЛИ № 02330/0133207 от 30.04.2004 г.
246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.

Отпечатано на цифровом дуплекаторе
Учреждения образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого».
246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.