

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Физика»

**В. И. Дробышевский, А. И. Кравченко, П. А. Хило**

## **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**  
**по курсу «Физика» для студентов всех специальностей**  
**дневной формы обучения**  
**В трех частях**  
**Часть 2**

Гомель 2009

УДК 537(075.8)  
ББК 22.33я73  
Д75

*Рекомендовано научно-методическим советом  
энергетического факультета ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 7 от 10.03.2008 г.)*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. каф. «Промышленная теплоэнергетика и экология»  
ГГТУ им. П. О. Сухого *В. Л. Лиходиевский*

**Дробышевский, В. И.**  
Д75

Электричество и магнетизм : лаборатор. практикум по курсу «Физика» для студентов всех специальностей днев. формы обучения. В 3 ч. Ч. 2 / В. И. Дробышевский, А. И. Кравченко, П. А. Хило. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2009. – 62 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Mb RAM ; свободное место на HDD 16 Mb ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Содержит краткие теоретические сведения по разделу «Электричество и магнетизм», методике измерений и порядок выполнения лабораторных работ.

Для студентов всех специальностей дневной формы обучения.

**УДК 537(075.8)**  
**ББК 22.33я73**

© Учреждение образования «Гомельский  
государственный технический университет  
имени П. О. Сухого», 2009

## Предисловие

Лабораторный практикум по разделу «Электричество и магнетизм» курса «Физика», часть 2 содержит достаточный теоретический материал, методику измерений и порядок выполнения лабораторных работ.

Практикум содержит методические указания к лабораторным работам 2 цикла работ в лаборатории «Электричество» по разделам «Магнетизм», «Переменный ток» и «Электромагнитные колебания».

Лабораторный практикум предназначен для студентов дневного отделения.

## Лабораторная работа № 2 – 8

### Измерение емкости конденсатора методом резонанса

**Цель работы:** Изучить электрические колебания в контуре и явление резонанса; определить емкость заданного конденсатора методом резонанса.

**Приборы и принадлежности:** генератор переменной ЭДС, частотомер, катушка индуктивности, набор конденсаторов, осциллограф, соединительные провода и кабели.

#### Теоретическая часть

Свободными электромагнитными колебаниями называют периодические взаимосвязанные изменения зарядов, токов, напряженностей электрического и магнитного полей.

Различают колебания зарядов, токов и полей, неразрывно связанных друг с другом, и колебания полей существующих в отрыве от зарядов и токов. Первые имеют место в электрических полях, вторые – в электромагнитных волнах. Электрическая цепь, в которой могут происходить электромагнитные колебания, называется колебательным контуром.

Рассмотрим колебательный контур, состоящий из индуктивности  $L$  и емкости  $C$  (рис.1). Чтобы возбудить колебания в этом контуре, необходимо сообщить конденсатору некоторый заряд от источника  $\mathcal{E}$  (ключ в положении 1). Когда ключ находится в положении 2, конденсатор начнет разряжаться в катушку индуктивности. При этом в контуре возникает э.д.с. самоиндукции  $\varepsilon_i = -L \frac{di}{dt}$ , которая будет равна напряжению на обкладках конденсатора  $u = \frac{q}{C}$ . Таким образом,

$$-L \frac{di}{dt} = \frac{q}{C}.$$

Учитывая, что  $i = \frac{dq}{dt}$ , получаем

$$-L \frac{d^2q}{dt^2} = \frac{q}{C} \quad \text{или} \quad \frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0 \quad (1)$$

Введем обозначение:

$$\frac{1}{LC} = \omega_0^2 \quad (2)$$

Тогда выражение (1) примет вид

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0 \quad (3)$$

Уравнение (3) является дифференциальным уравнением свободных гармонических колебаний. Его решение имеет вид:

$$q = q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (4)$$

где  $q_m$  - максимальный заряд на обкладках конденсатора  $\omega_0$  - циклическая или круговая частота собственных колебаний контура,  $\varphi_0$  - начальная фаза.

Из выражения (2) следует, что

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}.$$

Период этих колебаний определяется формулой Томсона:

$$T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \quad (5)$$

По гармоническому закону изменяется не только заряд на обкладках конденсатора, но и напряжение, и сила тока в контуре:

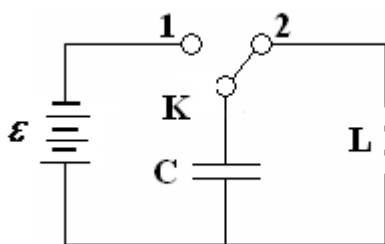


Рис.1

$$U = \frac{q}{C} = \frac{q_m}{C} \sin(\omega_0 t + \varphi_0) \sin = U_m \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (6)$$

$$i = \frac{dq}{dt} = q_m \omega_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) = i_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \quad (7)$$

где  $U_m = \frac{q_m}{C}$  - амплитуда напряжения,  $i_m = q_m \omega_0$  - амплитуда тока.

Из выражений (4), (6), (7) вытекает, что колебания заряда (напряжения) и тока в контуре сдвинуты по фазе на  $\frac{\pi}{2}$ .

Следовательно, ток достигает максимального значения в те моменты времени, когда заряд (напряжение) на обкладках конденсатора равен нулю, и наоборот.

**Превращение энергии в колебательном контуре.** При зарядке конденсатора между его обкладками появляется электрическое поле, энергия которого

$$W_E = \frac{CU^2}{2} \quad \text{или} \quad W_E = \frac{q^2}{2C}. \quad \text{При разрядке конденсатора на катушку}$$

индуктивности в ней возникает магнитное поле, энергия которого  $W_B = \frac{Li^2}{2}$ . В идеальном контуре максимальная энергия электрического

поля равна максимальной энергии магнитного поля:

$$\frac{CU_m^2}{2} = \frac{Li_m^2}{2} \quad (8) \quad \text{и}$$

$$W_E = \frac{CU_m^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (9)$$

Энергия заряженного конденсатора периодически изменяется со временем по закону:

$$W_E = \frac{q_m^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Учитывая, что  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ , получаем

$$W_E = \frac{\omega_0^2 L q_m^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (10)$$

Энергия магнитного поля катушки индуктивности изменяется со временем по закону

$$W_B = \frac{Li_m^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (11)$$

Учитывая, что  $i_m = q_m \omega_0$ , получаем

$$W_B = \frac{Li_m^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0). \quad (12)$$

Полная энергия электромагнитного поля колебательного контура равна

$$W = W_E + W_B = \frac{Lq_m^2 \omega_0^2}{2} \quad (13)$$

Таким образом, в идеальном контуре суммарная энергия сохраняется, электромагнитные колебания незатухающие.

**Затухающие электромагнитные колебания.** Реальный колебательный контур (рис. 2) обладает омическим сопротивлением, поэтому энергия, вначале запасенная в контуре, непрерывно расходуется на выделении тепла. Вследствие этого амплитуда колебаний постепенно уменьшается и колебание в контуре затухают. Для реального колебательного контура закон Ома можно записать в виде:

$$-L \frac{di}{dt} = iR + \frac{q}{C} \quad \text{или} \quad L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = 0 \quad (14)$$

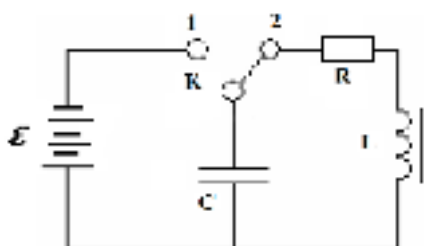


Рис.2

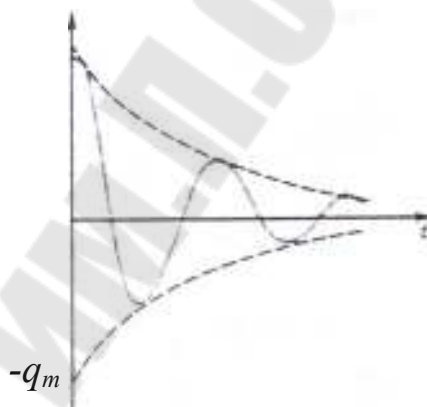


Рис. 3

Сделав преобразования с учетом того, что

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad \delta = \frac{R}{2L},$$

получаем

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0. \quad (15)$$

Решение этого уравнения имеет вид

$$q = q_m e^{-\delta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (16)$$

где коэффициент затухания

$$\delta = \frac{R}{2L}, \quad (17)$$

а частота

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}. \quad (18)$$

Таким образом, амплитуда затухающих колебаний уменьшается с течением времени по экспоненциальному закону:

$$q_t = q_m e^{-\delta t}, \quad (19)$$

где  $q_t$  - амплитуда колебаний в момент времени  $t$ ;  $q_m$  - начальная амплитуда колебаний в момент времени  $t = 0$ .

Зависимость (16) показана на рисунке 3 сплошной линией, а зависимость (19) - пунктирной.

Из (16) следует, что колебания возможны лишь до тех пор, пока  $\omega$  - действительная величина, т. е.  $\delta < \omega_0$ .

При медленном затухании колебаний можно пользоваться понятиями, которые введены для незатухающих колебаний. Период затухающих колебаний определяется по формуле

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}}, \quad (20)$$

где  $\omega_0$  - собственная циклическая частота свободных незатухающих колебаний.

Сравнивая формулы (5) и (20), видим, что период затухающих колебаний больше, чем свободных незатухающих.

Скорость затухания колебаний в контуре характеризуется логарифмическим декрементом затухания  $\theta$ , который определяется как натуральный логарифм отношения амплитуд колебаний в моменты времени, отличающиеся на период:

$$\theta = \ln \frac{q_t}{q_{t+T}} = \delta T. \quad (21)$$

Промежуток времени, в течение которого амплитуда затухающих колебаний уменьшается в  $e$  раз, называется временем релаксации:

$$\tau = \frac{1}{\delta}. \quad (22)$$

**Вынужденные электромагнитные колебания.** Рассмотренные выше колебания происходили с частотами, определяемыми параметрами самой колебательной системы. Чтобы в реальной колебательной системе получить незатухающие колебания, надо компенсировать потери энергии. Колебания, возникающие под действием внешней периодически изменяющейся э.д.с., называют вынужденными электромагнитными колебаниями.

Для того чтобы в колебательном контуре возникли вынужденные колебания, необходимо подвести к контуру внешнюю периодически изменяющуюся по гармоническому закону э.д.с. или переменное напряжение

$$U = U_m \sin \omega t, \quad (23)$$



где  $U_m$  - максимальное значение напряжения,  $\omega$  – циклическая частота.

Тогда уравнение (14) с учетом (23) можно записать в виде

$$L \frac{di}{dt} + iR + \frac{q}{C} = U_m \sin \omega t.$$

Разделив это выражение на  $L$ , получим

$$\frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i + \frac{1}{LC}q = \frac{U_m}{L} \sin \omega t.$$

Учитывая что

$$i = \frac{dq}{dt}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{LC}, \quad \delta = \frac{R}{2L}, \quad \text{имеем}$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} + 2\delta \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = \frac{U_m}{L} \sin \omega t. \quad (24)$$

Решение этого уравнения

$$q = q_m \sin(\omega t + \psi). \quad (25)$$

В установившемся режиме вынужденные колебания происходят с частотой  $\omega$  и являются гармоническими.

Амплитуда и фаза колебаний зависят от  $\omega$  и определяются следующими выражениями:

$$q_m = \frac{U_m}{\omega \sqrt{R^2 + \left[ \omega L - \frac{1}{\omega C} \right]^2}}, \quad (26)$$

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{R}{\frac{1}{\omega C} - \omega L}. \quad (27)$$

Силу тока в контуре при установившихся колебаниях найдем продифференцировав уравнение (25)

$$i = \frac{dq}{dt} = \omega q_m \cos(\omega t - \varphi), \quad (28)$$

где  $\varphi = \psi - \pi/2$  есть сдвиг по фазе между током и приложенными напряжениями.

Из сравнения формул (25), (28) следует, что колебания заряда (напряжения) и тока сдвинуты по фазе на  $\pi/2$ .

**Резонанс.** С приближением частоты  $\omega$  вынуждающей э.д.с. к частоте собственных колебаний контура  $\omega_0$  амплитуда вынужденных колебаний резко возрастает. В идеальном контуре амплитуда вынужденных колебаний при  $\omega = \omega_0$  максимальна и стремится к бесконечности. В реальных контурах амплитуда конечна и достигает наи-

большого значения при частотах, несколько меньших  $\omega_0$ . Явление резкого возрастания амплитуды вынужденных колебаний, когда частота вынужденных колебаний  $\omega$  приближается к частоте собственных колебаний системы  $\omega_0$ , называется резонансом.

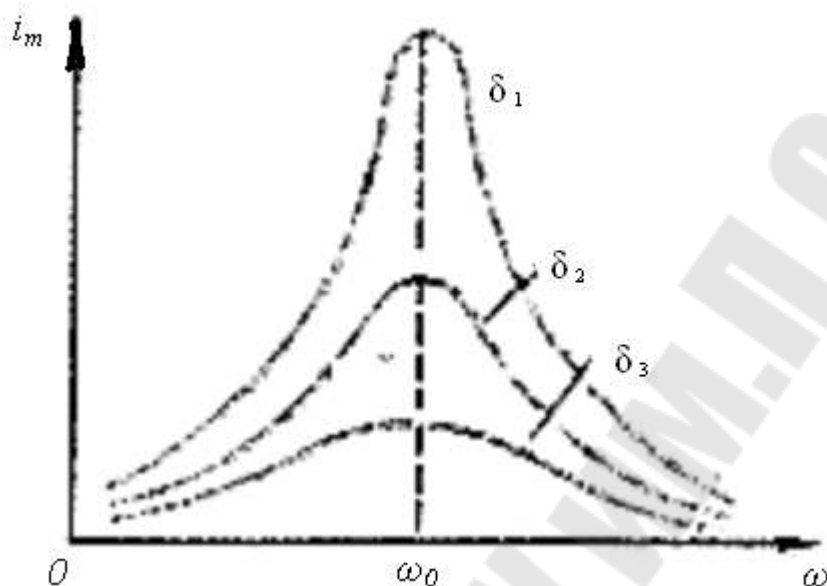


Рис.4

Резонанс токов может возникнуть в цепи переменного тока, содержащей параллельно включенные конденсатор емкостью  $C$  и катушку индуктивности  $L$ . Если приложенное напряжение изменяется по закону

$$U = U_m \cos \omega t,$$

то согласно (28) через конденсатор течет ток:

$$i_c = i_{mc} \cos(\omega t - \varphi_1) \quad (29)$$

амплитуда, которого определяется выражением

$$i_{mc} = \frac{U_m}{1/(\omega C)}, \quad (30)$$

при условии  $R = 0$  и  $L = 0$ .

Начальная фаза этого тока, определяется равенством:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = -\infty, \quad \varphi_1 = (2n - \frac{3}{2})\pi, \quad \text{где } n = 1, 2, 3, \dots \quad (31)$$

Аналогично, сила тока через индуктивность

$$i_L = i_{mL} \cos(\omega t - \varphi_2), \quad (32)$$

амплитуда которого определяется соотношением:

$$i_{mL} = U_m / \omega L. \quad (33)$$

Начальная фаза  $\varphi_2$  этого тока определяется условием

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = +\infty, \quad \varphi_2 = \left(2n + \frac{3}{2}\right)\pi, \quad (34)$$

где  $n = 1, 2, 3, \dots$

Из сравнения выражений (31) и (34) вытекает, что разность фаз токов в цепи конденсатора и индуктивности  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$ , т.е. токи в ветвях противоположны по фазе. Амплитуда силы тока во внешней цепи:

$$i_m = |i_{mC} - i_{mL}| = U_m \left| \omega C - \frac{1}{\omega L} \right| \quad (35)$$

Если частота внешней э.д.с.

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \text{то } i_{mC} = i_{mL} \text{ и } i_m = 0.$$

Такое явление резкого нарастания реактивных токов в контуре, при равенстве реактивных проводимостей цепи называется резонансом токов.

На рисунке 4 приведены резонансные кривые для различных коэффициентов затухания  $\delta$  ( $\delta_3 > \delta_2 > \delta_1$ ). Как видно из рисунка, с увеличением коэффициента затухания кривые становятся более пологими. Отсюда следует, что колебательная система с малым коэффициентом затухания получает при резонансе больше энергии, чем система с большим коэффициентом затухания.

### **Методика проведения измерений.**

Измерение емкости конденсатора в данной работе осуществляется по методу резонанса в параллельной  $RLC$  цепи переменного тока, путем сравнения с эталонным конденсатором. Колебательный контур представляется состоящим из вторичной обмотки катушки, взаимной индуктивности и параллельно включенного конденсатора. Первичная обмотка подключается к генератору синусоидальных колебаний с регулируемой частотой. В такой цепи может наблюдаться резонанс токов, т.е. если активное сопротивление цепи незначительно, то при заданном синусоидальном напряжении источника переменного тока, подключенного к цепи, мгновенные значения силы тока в конденсаторе  $i_C$  и в катушке индуктивности  $i_L$  сдвинуты по фазе на  $\pi$  (токи имеют противоположное направление), причем амплитуда силы тока во внешней цепи равна (35):

$$i_m = |i_{mC} - i_{mL}| = U_m \left| \omega C - \frac{1}{\omega L} \right|.$$

Если частота генератора соответствует частоте резонанса контура  $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ , то  $i_{mC} = i_{mL}$  и  $i_m = 0$ , т. е. наблюдается явление резонанса токов.

Таким образом, если ко вторичной обмотке катушки взаимной индуктивности  $L$  подключен эталонный конденсатор  $C_{эм}$ , то частота резонанса тока в контуре определяется выражением:

$$\nu_{эм} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{эм}}} \quad (36)$$

Если заменить эталонный конденсатор на конденсатор с неизвестной емкостью, то резонанс тока наступит на частоте:

$$\nu_x = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_x}} \quad (37)$$

Из этих выражений следует, что:

$$C_x = C_{эм} \frac{\nu_{эм}^2}{\nu_x^2} \quad (38)$$

Однако в этом случае не учитывается, что соединенные провода обладают некоторой паразитной емкостью, которая оказывается подключенной параллельно к конденсатору колебательного контура. С учетом паразитной емкости уравнение (36) может быть записано в виде:

$$\nu_{эм} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_{эм} + C_{пар})}}, \text{ а} \quad (39)$$

уравнение (37) для циклической частоты резонанса в случае подключения неизвестного конденсатора.

$$\nu_x = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_x + C_{пар})}} \quad (40)$$

Для нахождения паразитной емкости  $C_{пар}$ , необходимо провести измерения частоты резонанса тока в контуре, в котором в качестве конденсатора используется паразитная емкость подводящих проводов.

В этом случае частота связана с паразитной емкостью соотношением:

$$v_{нар} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{нар}}} \quad (41) \text{ тогда}$$

Разделив уравнения (39) и (40) на уравнение (41) получим:

$$\frac{v_{эм}^2}{v_{нар}^2} = \frac{C_{нар}}{C_{эм} + C_{нар}} \quad \text{и} \quad \frac{v_x^2}{v_{нар}^2} = \frac{C_{нар}}{C_x + C_{нар}} \quad (42)$$

После преобразования уравнений (42) и почленного деления получим расчетную формулу:

$$C_x = C_{эм} \frac{v_{эм}^2 (v_{нар}^2 - v_x^2)}{v_x^2 (v_{нар}^2 - v_{эм}^2)} \quad (43)$$

### Порядок выполнения работы.

1. Собрать электрическую схему согласно рисунку:

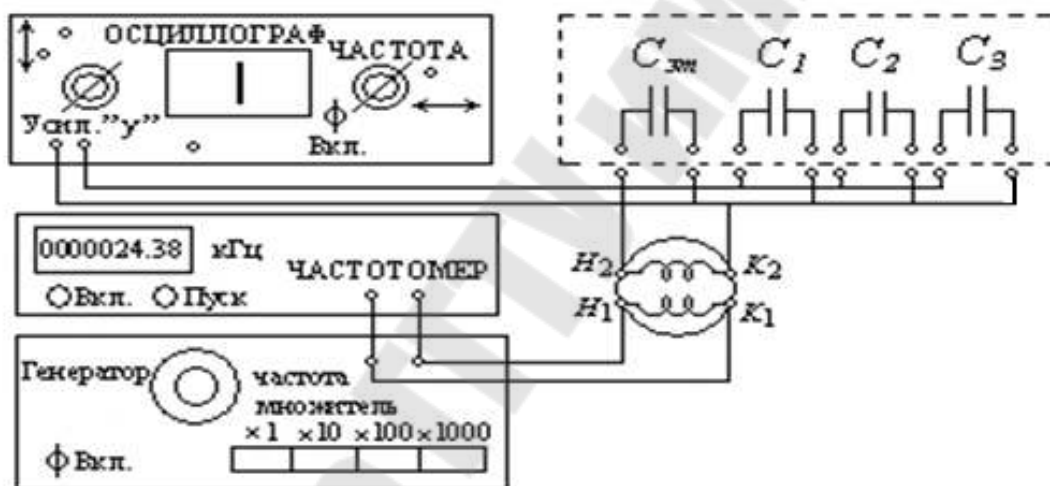


Рис.5

2. Включить все приборы в сеть и прогреть в течение 5-10 минут.
3. Изменяя частоту генератора в диапазоне от 20 Гц до 200 Гц найти частоту, при которой наблюдается резонансное увеличение полосы на экране осциллографа. Для точного измерения резонансной частоты следует воспользоваться частотомером и нажать кнопку "Пуск". Измерение частоты  $v_{эм}$  произвести не менее трех раз.
4. Подключая по очереди конденсаторы  $C_1$ ,  $C_2$  и  $C_3$  произвести измерения резонансной частоты согласно п.п.3.
5. Отключив один провод от конденсатора  $C_3$ , измерить резонансную частоту  $\omega_{нар}$ , соответствующую паразитной емкости  $C_{нар}$ , см. п.3

6. Рассчитать значение неизвестных конденсаторов  $C_{1-3}$  по формуле (43).

7. Рассчитать погрешности измерения частоты и емкости конденсаторов (см. в списке литературы (Соловцова))

### **Контрольные вопросы.**

1. Колебательный контур. Свободные электромагнитные колебания в контуре.
2. Свободные электромагнитные затухающие колебания и их характеристики.
3. Вынужденные электрические колебания. Резонанс токов и напряжений.

## Лабораторная работа 2-9

### Измерение индуктивности катушки в цепи переменного тока

#### Цель работы:

- 1) Изучить закон Ома для цепей переменного тока.
- 2) Измерить индуктивность катушки и полное сопротивление цепи.

**Приборы и принадлежности:** два цифровых вольтметра, двойной переключатель, катушка индуктивности, источники постоянного и переменного напряжения, соединительные провода и сердечники из различных материалов.

#### Теоретическая часть

**Электрический ток**, изменяющийся со временем, называют **переменным**. Переменный электрический ток, изменяющийся со временем по гармоническому закону, представляет собой вынужденные колебания тока в электрической цепи, происходящие с циклической частотой  $\omega$ , совпадающей с частотой, вынуждающей э.д.с.:  $\varepsilon = \omega BS \sin \omega t$ . Э.д.с. максимальна при  $\sin \omega t = 1$ , т.е.  $\alpha = \omega t = \pi / 2$ . Величина  $\varepsilon_m = \omega BS$  называется амплитудным значением вынуждающей э.д.с.

Промежуток времени  $T$ , в течение которого переменная э.д.с. совершает одно полное колебание, называется периодом переменного тока. Число полных колебаний, совершаемых за 1с, называют частотой переменного тока  $\nu$ . Между циклической частотой переменного тока  $\omega$ , частотой  $\nu$  и периодом существует следующая связь:

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

Мгновенное значение переменного тока, текущего по активному сопротивлению  $R$  (рис.1, а) определяется по закону Ома:

$$i = \frac{U_R}{R} = \frac{U_m}{R} \sin \omega t = i_m \sin \omega t, \quad (1)$$

где  $U_R = R \cdot i = R \cdot i_m \cdot \sin \omega t$ ;

$$U_m = R \cdot i_m \text{ и}$$

$i_m$  – амплитудное значение напряжения и силы тока.

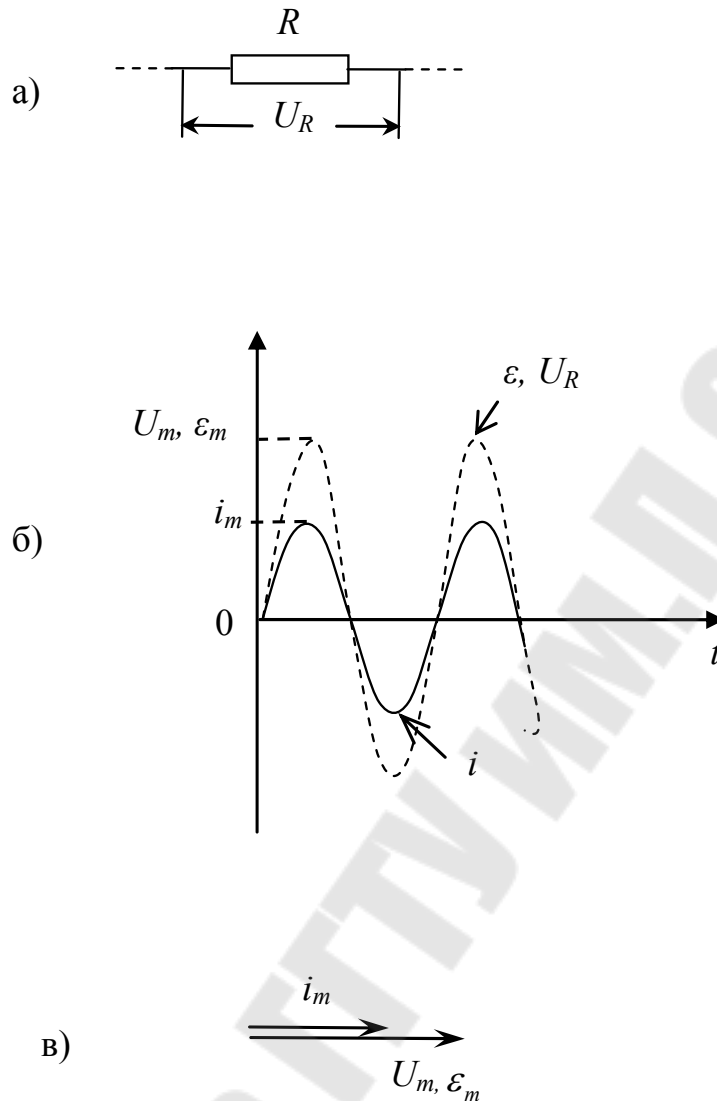


Рис. 1

Для наглядного изображения соотношений между переменными токами и напряжениями воспользуемся методом векторных диаграмм, изучаемых в курсе механики. В соответствии с которым каждому гармоническому колебанию  $y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$  можно сопоставить вектор (вектор-амплитуду) длины  $A$ , который равномерно вращается в плоскости  $xu$  с угловой скоростью  $\omega$  и в начальный момент  $t=0$  составляет угол  $\varphi$  с осью  $x$ : рассматриваемое колебание просто является проекцией вектор-амплитуды на ось  $y$ . Вектор-амплитуду принято изображать в момент  $t=0$ , когда угол между ним и осью  $x$  равен начальной фазе  $\varphi$  (векторная диаграмма колебания) (рис.2). В нашем случае колебания внешней э.д.с., силы тока и напряжения изобразятся



вектор-амплитудами длины  $\varepsilon_m$ ,  $i_m$  и  $U_m$ , имеющими одинаковое направление  $\varphi = 0$  (рис.1, в).

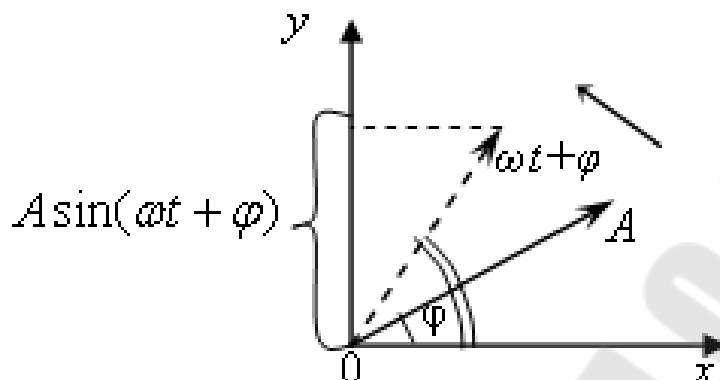


Рис.2

**Емкость в цепи переменного тока.** Пусть в цепи переменного тока включен конденсатор емкостью  $C$ . Напряжение и заряд на обкладках конденсатора изменяются по закону

$$U = U_m \sin \omega t ,$$

$$Q = CU = CU_m \sin \omega t . \quad (2)$$

Сила тока в цепи

$$i = \frac{dQ}{dt} = C\omega U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = i_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) , \quad (3)$$

где  $i_m = C\omega U_m$ . Из сравнения выражений (2) и (3) следует: переменный ток в цепи с емкостью опережает напряжение по фазе на  $\pi/2$  (рис. 3).

Это происходит потому, что при периодической зарядке конденсатора в цепи течет переменный ток, достигающий максимального значения в те моменты времени, когда напряжение равно нулю. Для такой цепи выполняется закон Ома не для мгновенных, а для амплитудных значений. Если цепь, в которую включен конденсатор, обладает сопротивлением  $X_C$ , называемым емкостным, то закон Ома имеет вид

$$i = \frac{U_C}{X_C} = \frac{U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})}{X_C} \quad (4)$$

Из сравнения формул (3) и (4) следует: емкостное сопротивление обратно пропорционально емкости и круговой частоте переменного тока:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}. \quad (5)$$

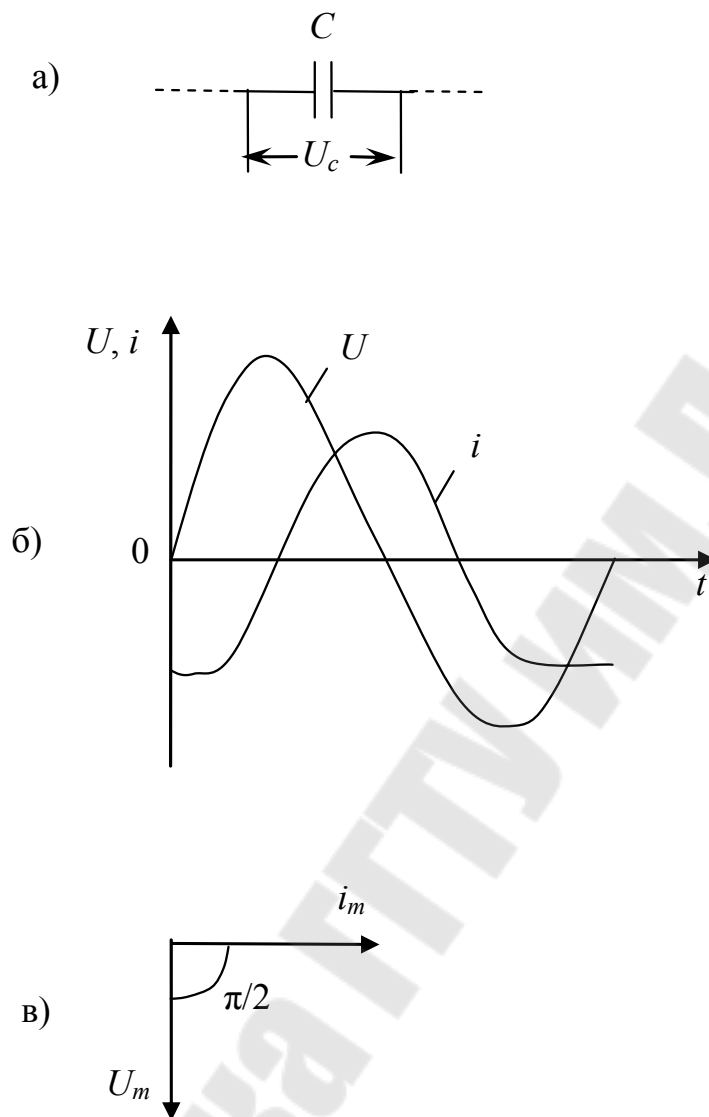


Рис. 3

**Индуктивность в цепи переменного тока.** Пусть по цепи, содержащей только индуктивность  $L$ , течет переменный ток. Этот ток возбуждает в катушке э.д.с. самоиндукции

$$\varepsilon = -L \frac{di}{dt}. \quad (6)$$

На основании ранее полученных соотношений запишем

$$\frac{di}{dt} = \omega i_m \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right). \text{ Подставим это выражение в (6), обозначив}$$

$$U_m = \omega L i_m;$$

$$\varepsilon = -\omega L i_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) = -U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2}). \quad (7)$$

Напряжение на индуктивности уравновешивается э.д.с. самоиндукции, т.е.  $U = U_m \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$ .

Следовательно, переменный ток в цепи с индуктивностью отстает по фазе от напряжения на  $\pi/2$ . Это показано на векторной диаграмме (рис. 4 б, в).

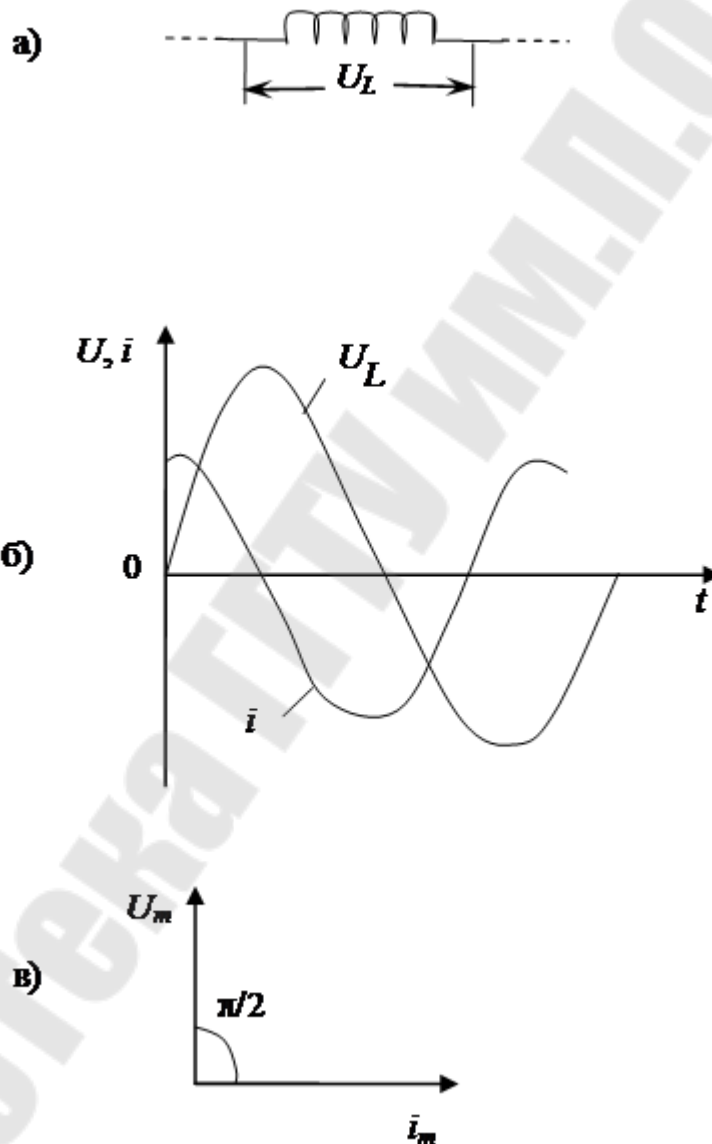


Рис. 4

Это происходит потому, что при увеличении силы тока э.д.с. самоиндукции вызывает индукционный ток, препятствующий увеличению основного тока, вследствие этого сила тока достигает максимального значения позже, чем напряжение.

Записывая закон Ома для амплитудных значений в виде

$$i_m = \frac{U_m}{X_L}, \quad (8)$$

где  $X_L$ —индуктивное сопротивление, и сравнивая формулы (7) и (8), можно сделать вывод: индуктивное сопротивление пропорционально индуктивности и циклической частоте:

$$X_L = \omega L. \quad (9)$$

Индуктивное  $X_L$  и емкостное  $X_C$  сопротивления в отличие от активного сопротивления  $R$  называют реактивными.

**Последовательное соединение  $R$ ,  $C$ ,  $L$ .** Если электрическая цепь состоит из последовательного соединения активного сопротивления  $R$ , емкости  $C$  и индуктивности  $L$  (Рис. 5,а), то полное напряжение в этой цепи можно определить из векторной диаграммы. Складывая векторы амплитуд напряжений, получаем амплитуду результирующего колебания. Расположим ось токов горизонтально (рис. 5). Так как ток и напряжение на активном сопротивлении  $R$  совпадают по фазе, то на диаграмме вектор  $U_R$  (амплитудное значение напряжения на активном сопротивлении) расположен горизонтально. Напряжение на емкости отстает от силы тока на  $\pi/2$ , поэтому вектор  $U_C$  повернут относительно тока на угол  $\pi/2$  по часовой стрелке. Напряжение на индуктивности опережает ток на  $\pi/2$ , поэтому вектор  $U_L$  повернут относительно тока на угол  $\pi/2$  против часовой стрелки. Как видно из рис. 5 векторы  $U_L$  и  $U_C$  направлены в противоположные стороны, поэтому при их сложении получаем вектор, модуль которого равен  $|U_L - U_C|$  и направлен в сторону большего вектора. Выполняя последовательно сложение векторов, находим амплитудное значение вектора, результирующего напряжения  $U_m$ . Как видно из диаграммы, вектор  $U_m$  сдвинут относительно тока на угол  $\varphi$ .

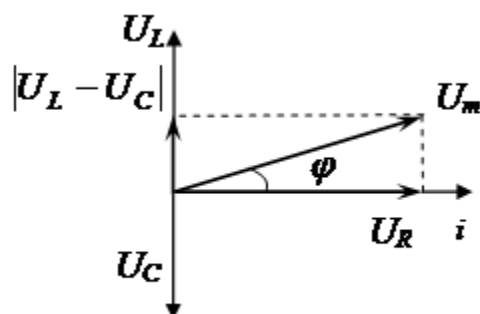


Рис. 5

Значение угла  $\varphi$  зависит от соотношения  $U_L$  и  $U_C$ .

В случае  $U_L = U_C$  угол  $\varphi=0$ . Ток и напряжение совпадают по фазе. Значение  $U_m$  можно определить по теореме Пифагора:

$$U_m = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}. \quad (10)$$

Аналогично определяется полное сопротивление  $Z$  цепи переменного тока:  $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}$ .

Закон Ома для амплитудных значений силы тока  $i_m$  и напряжения  $U_m$  в цепи переменного тока имеет вид

$$i_m = \frac{U_m}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}. \quad (11)$$

Амплитуда силы переменного тока пропорциональна амплитуде напряжения и обратно пропорциональна полному сопротивлению цепи.

**Резонанс напряжений.** Если индуктивное сопротивление цепи оказывается равным емкостному, то в цепи наблюдается резонанс, при этом реактивное сопротивление цепи равно нулю. Полное сопротивление цепи равно активному сопротивлению. Тогда закон Ома [см.(11)] примет вид  $i_m = \frac{U_m}{R}$ .

При резонансе сила тока в цепи оказывается наибольшей и по фазе совпадает с напряжением.

В электротехнике случай резонанса в цепи из последовательно соединенных сопротивлений, емкости и индуктивности получил название резонанса напряжений, так как напряжения на катушке индуктивности и конденсаторе при резонансе могут значительно превышать напряжение на входе цепи.

**Работа и мощность переменного тока.** Мощность постоянного электрического тока

$$P = IU = I^2 R, \quad (12)$$

где  $U$ —напряжение между концами участка цепи,

$I$ —сила тока на этом участке,

$R$ —активное сопротивление.

В случае переменного тока дело обстоит сложнее, так как сила переменного тока зависит не только от активного сопротивления цепи, но и от индуктивного и емкостного сопротивлений [см.(11)].

Если в цепи имеется конденсатор, то процесс прохождения через него тока представляет многократную перезарядку конденсатора. В этом случае, если пренебречь очень малыми потерями на нагревание диэлектрика в конденсаторе, прохождение тока через него не связано с выделением в нем энергии. В течение той четверти периода, когда происходит зарядка конденсатора, энергия запасается в нем, а когда конденсатор разряжается, он отдает в цепь запасенную энергию.

Аналогично дело обстоит и при наличии в цепи катушки индуктивности. Когда сила тока нарастает, в катушке создается магнитное поле, которое обладает запасом энергии. При уменьшении силы тока магнитное поле исчезает и запасенная в нем энергия возвращается к источнику тока. Следовательно, при наличии в цепи индуктивного и емкостного сопротивлений происходит обмен энергией между конденсатором или катушкой индуктивности и источником тока, в цепи расходуется мощность  $P = iUk$ , где  $k = \cos \varphi$  – коэффициент мощности цепи, а  $\varphi$  – сдвиг фазы между силой тока в цепи и напряжением между концами рассматриваемого участка. Таким образом,

$$P = iU \cos \varphi. \quad (13)$$

Данная формула отличается от (12) наличием дополнительного множителя  $\cos \varphi$ . Она показывает, что выделяемая в цепи переменного тока мощность зависит не только от силы тока и напряжения, но и от сдвига фаз между напряжением и силой тока.

Если  $\varphi = 90^\circ$ , то  $\cos \varphi = 0$  и мощность равна нулю, как бы ни были велики напряжение и сила тока. В этом случае энергия, передаваемая за четверть периода от источника в цепь, равна энергии, передаваемой из цепи в источник в течение следующей четверти периода, т. е. вся энергия колеблется между источником и цепью.

**Средняя мощность переменного тока.** В течение малого промежутка времени переменный ток можно рассматривать как постоянный, поэтому в цепи с активным сопротивлением мгновенная мощность переменного тока  $p_t = iU = i_m U_m \sin^2 \omega t.$ , где  $i$  и  $U$  – мгновенные, а  $i_m U_m$  – амплитудные значения силы тока и напряжения.

Учитывая, что  $\sin^2 \omega t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega t)$ , имеем  $p_t = i_m U_m (1 - \cos 2\omega t)$ . Работа  $dA = p_t dt$  за малый промежуток времени, а за время полного периода  $T$  колебаний  $A = i_m U_m \int_0^T (1 - \cos 2\omega t) dt$ .

Учитывая, что  $\omega = 2\pi/T$ , имеем  $A = i_m U_m \int_0^T (1 - \cos \frac{4\pi}{T} t) dt = \frac{i_m U_m T}{2}$ ,  
 $A_T = \frac{1}{2} i_m U_m T$ .

Средняя мощность переменного тока

$$P_{cp} = \frac{A_T}{T} = \frac{i_m U_m}{2}. \quad (14)$$

**Действующее значение силы тока, напряжения, э.д.с.** Назовем действующей (эффективной) силой тока  $I_{эф}$  и действующим (эффективным) напряжением  $U_{эф}$  такие силу и напряжение постоянного тока, при прохождении которого по той же цепи за то же время выделяется такое же количество теплоты, что и при данном переменном токе. При этом мощность

$$P = I_{эф} U_{эф} = R I_{эф}^2 = \frac{U_{эф}^2}{R}. \quad (15)$$

Сравнив эту формулу с выражениями для мощности переменного тока (14), получим

$$I_{эф} = \frac{i_m}{\sqrt{2}}; \quad U_{эф} = \frac{U_m}{\sqrt{2}}. \quad (16)$$

Аналогично, действующее значение э.д.с. переменного тока в цепи меньше его амплитудного значения:

$$\varepsilon_{эф} = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}}. \quad (17)$$

Зная эффективные значения, среднюю мощность переменного тока, можно вычислить по тем же формулам, что и мощность постоянного тока. Все вольтметры, предназначенные для переменного тока, показывают эффективные значения э.д.с. и напряжения.

## Методика измерений

Активное сопротивление катушки можно вычислить по закону Ома, если измерить ток  $I$  и постоянное напряжение на ее клеммах

$$R = \frac{U}{I}, \quad (18)$$

так как индуктивное сопротивление катушки на постоянном токе равно нулю.

Полное сопротивление катушки вычисляем также по закону Ома, используя показания приборов переменного тока

$$Z = \frac{U_{\text{эф}}}{I_{\text{эф}}}. \quad (19)$$

При отсутствии конденсатора в цепи формула (10) принимает вид

$$U_m = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{U_R^2 + (\omega L)^2}. \quad (20)$$

Полное сопротивление  $Z$  цепи переменного тока в этом случае

$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}. \quad (21)$$

Из последней формулы с учетом соотношения (19) можно получить выражение для индуктивности катушки:

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_{\text{эф}}}{i_{\text{эф}}}\right)^2 - \left(\frac{U}{I}\right)^2} = \frac{1}{2\pi\nu} \sqrt{\left(\frac{U_{\text{эф}}}{i_{\text{эф}}}\right)^2 - \left(\frac{U}{I}\right)^2}. \quad (22)$$

## Порядок выполнения работы

1. Соединить приборы в электрическую цепь согласно рис.9.6. Подключить катушку индуктивности  $L$  к средним клеммам сдвоенного переключателя  $K$ , а на крайние клеммы подключить слева источник постоянного тока 1 и справа источник переменного тока 3. Ручки регулировки напряжения источников тока установить в крайнее левое положение.

Подключить источники постоянного и переменного напряжения к сети 220 В.

2. Установить переключатель  $K$  в левое положение. Включить источник постоянного тока. Установить напряжение, заданное преподавателем, измерить значения тока  $I$  с одним из сердечников в катушке индуктивности. Рассчитать сопротивление  $R$  по закону Ома для



полной цепи по формуле (18). Результаты измерений и расчетов занести в таблицу 1.

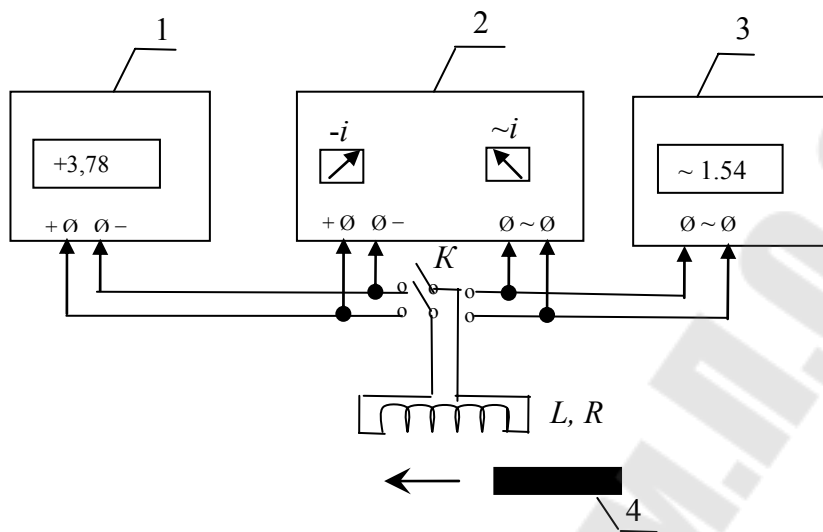


Рис. 6. Схема установки: 1-источник постоянного тока; 2-измерительный блок; 3-источник переменного тока; 4- сердечник; К-двойной переключатель; L-катушка индуктивности.

Таблица 1

№ п/п	$U$ , Ом	$I$ , мА	$R$ , Ом	$\bar{R}$ , Ом
1				
2				
3				

3. Установить переключатель К в правое положение. Включить источник переменного напряжения. Устанавливая напряжение  $U_{э\phi}$ , заданное преподавателем, измерить значения переменного тока  $i_{э\phi}$  через катушку с сердечниками из различных материалов. Результаты измерений занести в таблицу 2.

4. По формулам (19) и (22) рассчитать полное сопротивление  $Z$  и индуктивность  $L$  катушки для каждого измерения. Полученные значения  $L$  и  $Z$  занести в таблицу 2.

5. Рассчитать погрешности измерений полного сопротивления цепи  $\Delta Z$  и индуктивности  $\Delta L$  катушки при наличии заданного преподавателем сердечника в катушке.

6. Построить векторную диаграмму для катушки со стальным сердечником. По векторной диаграмме определить угол  $\phi$  между векторами тока и напряжения на катушке индуктивности.

Таблица 2

№ п/п	Материал сердечника	$U_{эф},$ В	$I_{эф},$ мА	$Z,$ Ом	$\bar{Z},$ Ом	$L,$ Гн	$\bar{L},$ Гн
1	Алюминий						
2	Бронза						
3	Сталь						
4	Воздух						

### Контрольные вопросы

1. Электрический ток. Переменный электрический ток.
2. Закон Ома для участка цепи с активным сопротивлением.
3. Закон Ома для участка цепи с емкостным сопротивлением.
4. Закон Ома для участка цепи с индуктивным сопротивлением.
5. Цепь переменного тока, содержащая последовательно включенные резистор, конденсатор и индуктивность.
6. Резонанс токов и напряжений.
7. Мощность, выделяемая в цепи переменного тока.

## Лабораторная работа 2-10

### Определение величины гиромагнитного отношения $\left(\frac{e}{m}\right)$ электрона

#### Цель работы:

- 3) Изучить законы движения заряженной частицы в электрическом и магнитном полях.
- 4) Определить величину гиромагнитного отношения  $\left(\frac{e}{m}\right)$  для электрона.

**Приборы и принадлежности:** панель с лампой «коаксиальный диод», короткий соленоид, два источника питания УИП-2, соединительные провода и кабель.

#### Теоретическая часть

**Магнитное поле движущегося заряда.** Каждый проводник с током создает в окружающем пространстве магнитное поле. Электрический же ток представляет собой упорядоченное движение электрических зарядов. Поэтому можно сказать, что любой движущийся в вакууме или среде заряд создает в окружающем пространстве магнитное поле. В результате обобщения опытных данных был установлен закон, определяющий поле  $\vec{B}$  точечного заряда  $q$ , свободно движущегося с нерелятивистской скоростью  $\vec{v}$ :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu q [\vec{v} \cdot \vec{r}]}{4\pi r^3}, \quad (1)$$

где  $\vec{r}$  - радиус-вектор, проведенный от заряда  $q$  к точке наблюдения.

Модуль магнитной индукции (1) вычисляется по формуле

$$B = \frac{\mu_0 \mu q \cdot v}{4\pi r^2} \cdot \sin \alpha, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{r}$  (рис. 1).

Формула (1) определяет магнитную индукцию положительного заряда, движущегося со скоростью  $\vec{v}$ . Если движется отрицательный заряд, то  $q$  надо заменить на  $-q$ . Скорость  $\vec{v}$  - относительная скорость. Вектор  $\vec{B}$  в рассматриваемой системе отсчета зависит как от времени, так и от положения точки М наблюдения.

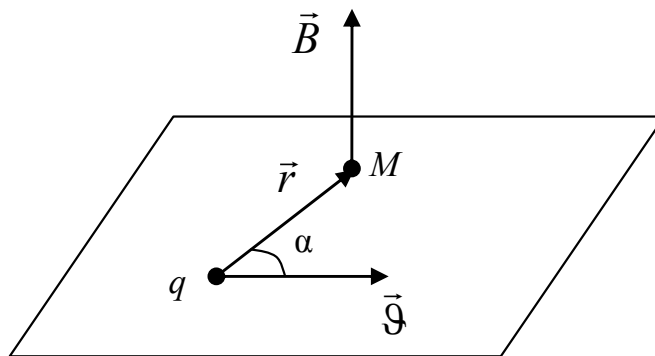


Рис. 1

**Движение заряженных частиц в магнитном поле.** Опыт показывает, что магнитное поле действует не только на проводники с током, но и на отдельные заряды, движущиеся в магнитном поле. Сила, действующая на электрический заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле со скоростью  $\vec{v}$ , называется силой Лоренца и выражается формулой

$$\vec{F} = q [\vec{v} \cdot \vec{B}], \quad (3)$$

где  $\vec{B}$  - индукция магнитного поля, в котором заряд движется.

Взаимная ориентация векторов  $\vec{F}$ ,  $\vec{v}$ ,  $\vec{B}$  показана для случая положительных зарядов ( $q > 0$ ) на рис.2 (а), и для случая отрицательных ( $q < 0$ ) на рис.2 (б).

Величина силы Лоренца зависит от угла  $\alpha$  между векторами  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$  и равна  $F = qvB \cdot \sin \alpha$ .



Рис.2

Магнитное поле в отличие от электрического поля, действует только на движущиеся в нем заряды.

Сила Лоренца всегда перпендикулярна скорости движения заряженной частицы, поэтому она изменяет только направление этой скорости, не изменяя ее модуля. Отсюда следует, что сила Лоренца работы не совершает.

Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $\vec{\mathcal{V}}$  вдоль линий магнитной индукции, то угол  $\alpha$  между векторами  $\vec{\mathcal{V}}$  и  $\vec{B}$  равен 0 или  $\pi$ . Тогда по формуле (3) сила Лоренца равна нулю, т.е. магнитное поле на частицу не действует, и она движется равномерно и прямолинейно. Если заряженная частица движется в магнитном поле со скоростью  $\vec{\mathcal{V}}$ , перпендикулярной вектору  $\vec{B}$ , то сила Лоренца  $\vec{F} = q[\vec{\mathcal{V}} \cdot \vec{B}]$  постоянна по модулю и нормальна к траектории частицы. Согласно второму закону Ньютона, эта сила создает центростремительное ускорение. Отсюда следует, что частица будет двигаться по окружности, радиус  $r$  которой определяется из условия

$$q\mathcal{V}B = \frac{m\mathcal{V}^2}{r}, \text{ откуда}$$

$$r = \frac{m\mathcal{V}}{qB}. \quad (4)$$

Период вращения частицы, т.е. время  $T$ , за которое она совершает один полный оборот,  $T = \frac{2\pi r}{\mathcal{V}}$ .

$$\text{Подставив сюда выражение (4), получим } T = \frac{2\pi m}{Bq}, \quad (5)$$

т.е. период вращения частицы в однородном магнитном поле определяется только величиной обратной удельному заряду  $\left(\frac{q}{m}\right)$  частицы и магнитной индукцией поля, но не зависит от ее скорости.

Если скорость  $\vec{\mathcal{V}}$  заряженной частицы направлена под углом  $\alpha$  к вектору  $\vec{B}$  (рис. 3), то ее движение можно представить в виде суперпозиции: 1) равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью  $\mathcal{V}_{\parallel} = \mathcal{V} \cos \alpha$ ; 2) равномерного движения со скоростью  $\mathcal{V}_{\perp} = \mathcal{V} \sin \alpha$  по окружности в плоскости, перпендикулярной полю. Радиус окружности определяется формулой (4) (в данном случае надо заменить  $\mathcal{V}$  на  $\mathcal{V}_{\perp} = \mathcal{V} \sin \alpha$ ). В результате сложения обоих движений возникает движение по спирали, ось которой параллельна магнитному полю.

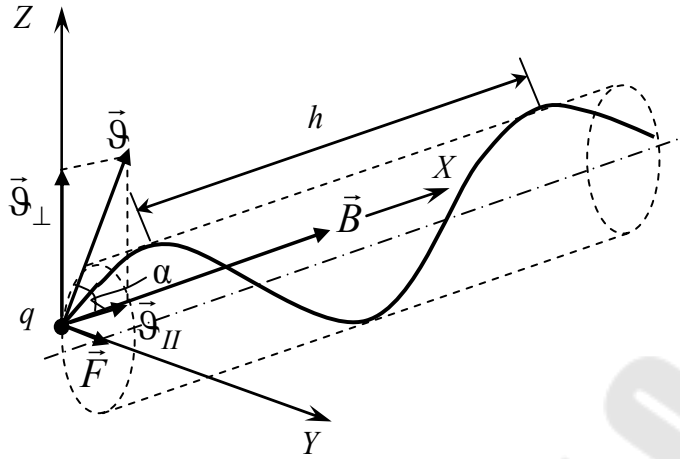


Рис.3

Шаг винтовой линии  $h = v_{\parallel} T = v T \cos \alpha$ .

Подставив в последнее выражение (5), получим  $h = \frac{2\pi m v \cos \alpha}{Bq}$ .

Направление, в котором закручивается спираль, зависит от знака заряда частицы.

**Отклонение движущихся заряженных частиц электрическим и магнитным полями.** Рассмотрим узкий пучок одинаковых заряженных частиц (например, электронов), попадающий в отсутствие полей на перпендикулярный к нему экран в точке  $O$  (рис.4).

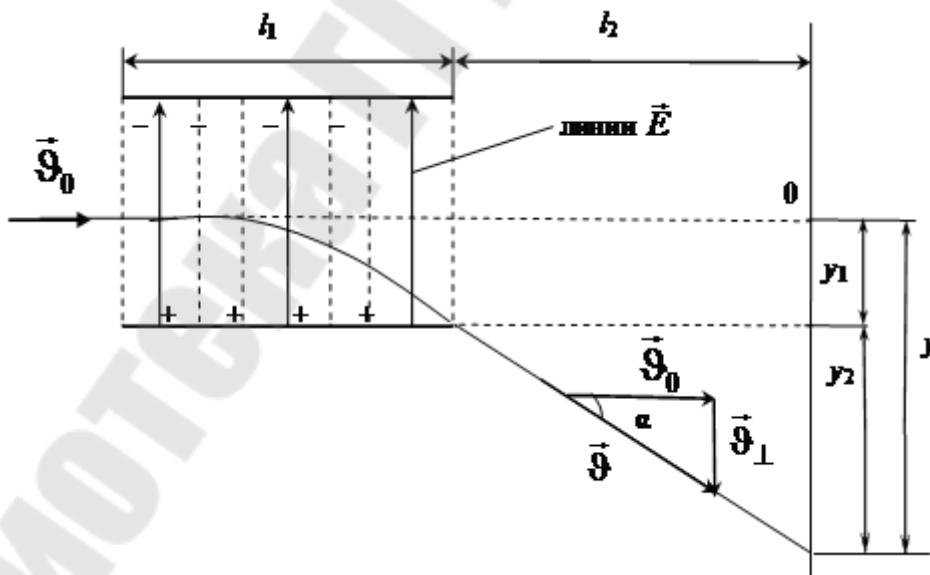


Рис.4

Определим смещение следа пучка, вызываемое перпендикулярным к пучку однородным электрическим полем, действующим на пути длиной  $l_1$ . Пусть первоначально скорость частиц равна  $v_0$ . Войдя

в область поля, каждая частица будет двигаться с постоянным по величине и направлению, перпендикулярным к  $\vec{\mathfrak{G}}_0$  ускорением  $a = (e/m)E$  ( $e/m$  - удельный заряд частицы). Движение под действием поля продолжается время  $t = l_1 / \mathfrak{G}_0$ . За это время частицы сместятся на расстояние

$$y_1 = \frac{1}{2} at^2 = \frac{1}{2} \frac{e}{m} E \frac{l_1^2}{\mathfrak{G}_0^2} \quad (6)$$

и приобретут перпендикулярную к  $\vec{\mathfrak{G}}_0$  составляющую скорости

$$\mathfrak{G}_\perp = at = \frac{e}{m} E \frac{l_1}{\mathfrak{G}_0}.$$

В дальнейшем частицы летят прямолинейно в направлении, которое образует с вектором  $\vec{\mathfrak{G}}_0$  угол  $\alpha$ , определяемый соотношением

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mathfrak{G}_\perp}{\mathfrak{G}_0} = \frac{e}{m} E \frac{l_1}{\mathfrak{G}_0^2}. \quad (7)$$

В результате в дополнение к смещению (6) пучок получает смещение

$$y_2 = l_2 \operatorname{tg} \alpha = \frac{e}{m} E \frac{l_1 l_2}{\mathfrak{G}_0^2},$$

где  $l_2$  – расстояние от границы области, в которой имеется поле, до экрана.

Таким образом, смещение следа пучка относительно точки  $O$  равно

$$y = y_1 + y_2 = \frac{e}{m} E \frac{l_1}{\mathfrak{G}_0^2} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right). \quad (8)$$

Приняв во внимание формулу (7), выражению для смещения можно придать вид

$$y = \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \operatorname{tg} \alpha.$$

Отсюда вытекает, что частицы, покинув поле, летят так, как если бы они вылетали из центра конденсатора, создающего поле, под углом  $\alpha$ , который определяется формулой (7).

Теперь предположим, что на имеющем протяженность  $l_1$  пути частиц включается перпендикулярное к их скорости  $\vec{\mathfrak{G}}_0$  однородное магнитное поле (рис. 5; поле перпендикулярно к плоскости рисунка, область поля обведена пунктирной окружностью).

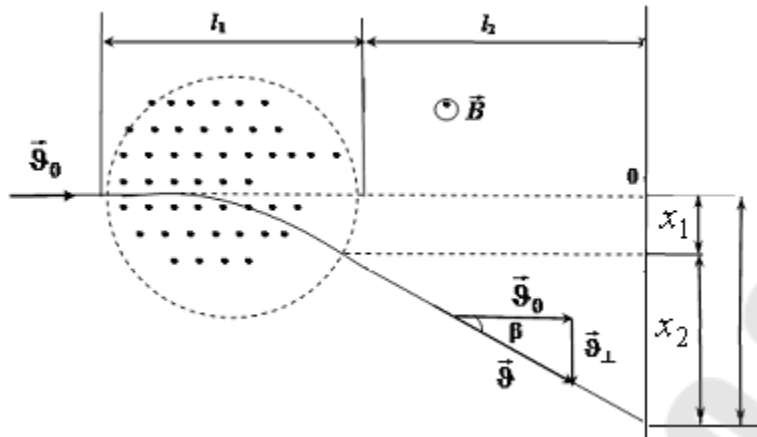


Рис. 5

Под действием поля каждая частица получает постоянное по величине ускорение  $a = (e/m) \mathcal{G}_0 B$ . Ограничиваясь случаем, когда отклонение пучка полем невелико, можно считать, что ускорение  $\vec{a}$  постоянно по направлению и перпендикулярно к  $\vec{\mathcal{G}}_0$ . Тогда для расчета смещения можно использовать полученные нами формулы, заменив в них ускорение  $a = (e/m)E$  значением  $a = (e/m)\mathcal{G}_0 B$ . В результате для смещения, которое мы теперь обозначим буквой  $x$ , получится выражение

$$x = \frac{e}{m} B \frac{l_1}{\mathcal{G}_0^2} \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \quad (9)$$

Угол, на который отклонится пучок магнитным полем, определяется соотношением

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{e}{m} B \frac{l_1}{\mathcal{G}_0}. \quad (10)$$

С учетом (10) формулу (9) можно переписать в виде

$$x = \left( \frac{1}{2} l_1 + l_2 \right) \operatorname{tg} \beta.$$

Следовательно, при небольших отклонениях частицы, покинув магнитное поле, летят так, как если бы они вылетели из центра области, в которой имеется отклоняющее поле, под углом  $\beta$ , величина которого определяется выражением (10). Отклонение электрическим полем и отклонение магнитным полем пропорционально удельному заряду частиц и напряженности (или индукции) соответствующего поля, а также зависит от  $\vec{\mathcal{G}}_0$ .

Если на движущийся электрический заряд помимо магнитного поля с индукцией  $\vec{B}$  действует и электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$ , то результирующая сила  $\vec{F}$ , приложенная к заряду, равна



векторной сумме силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v} \cdot \vec{B}]. \quad (11)$$

Это выражение называется формулой Лоренца. Скорость  $\vec{v}$  в этой формуле есть скорость заряда относительно магнитного поля.

### Методика измерений

Среди различных способов определения удельного заряда электрона  $\left(\frac{e}{m}\right)$  метод магнетрона является сравнительно простым. Метод получил свое название благодаря тому, что конфигурация применяемых в работе полей аналогична полям в магнетроне – генераторе сверхвысокочастотных электромагнитных колебаний.

Простейший магнетрон представляет собой двухэлектродную электронную радиолампу (диод), с коаксиальными цилиндрическими анодом и катодом. Лампа помещается в однородное магнитное поле соленоида, направленное по ее оси (рис. 6).

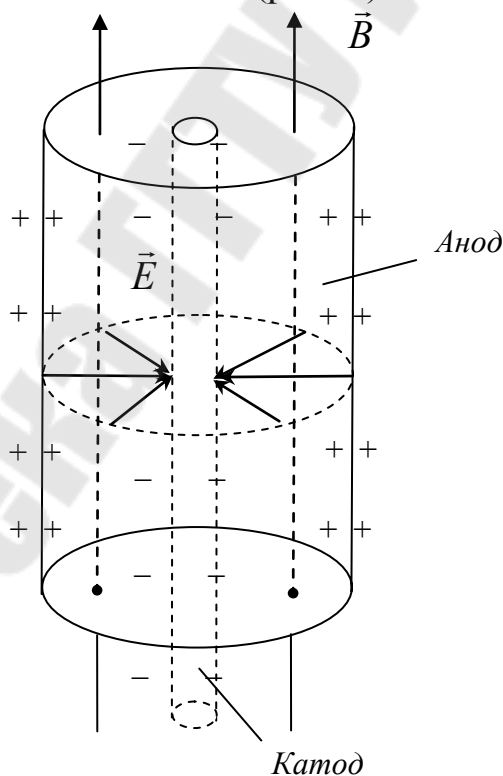


Рис. 6

Электрическое поле в такой системе направлено по радиусу. Магнитное поле создает силу Лоренца, которая сообщает электронам центростремительное ускорение и отклоняет их в процессе движения по радиусу. Траектории электронов становятся криволинейными,

причем степень их искривления зависит от величины магнитного поля (рис. 7). При слабом поле все электроны попадают на анод. По мере увеличения индукции поля траектория электрона все более искривляется и при некотором критическом значении индукция  $B_{кр}$

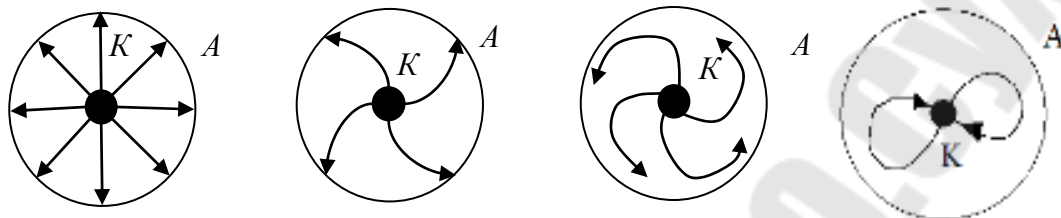


Рис. 7

электроны не достигают анода, анодный ток в этот момент резко уменьшается.

Изображенную на рис. 8 (а) и 8 (б) зависимость силы  $I_a$  анодного тока от индукции  $B$  магнитного поля называют сбросовой характеристикой магнетрона. График а) соответствует идеальной, б) – реальной характеристикам.

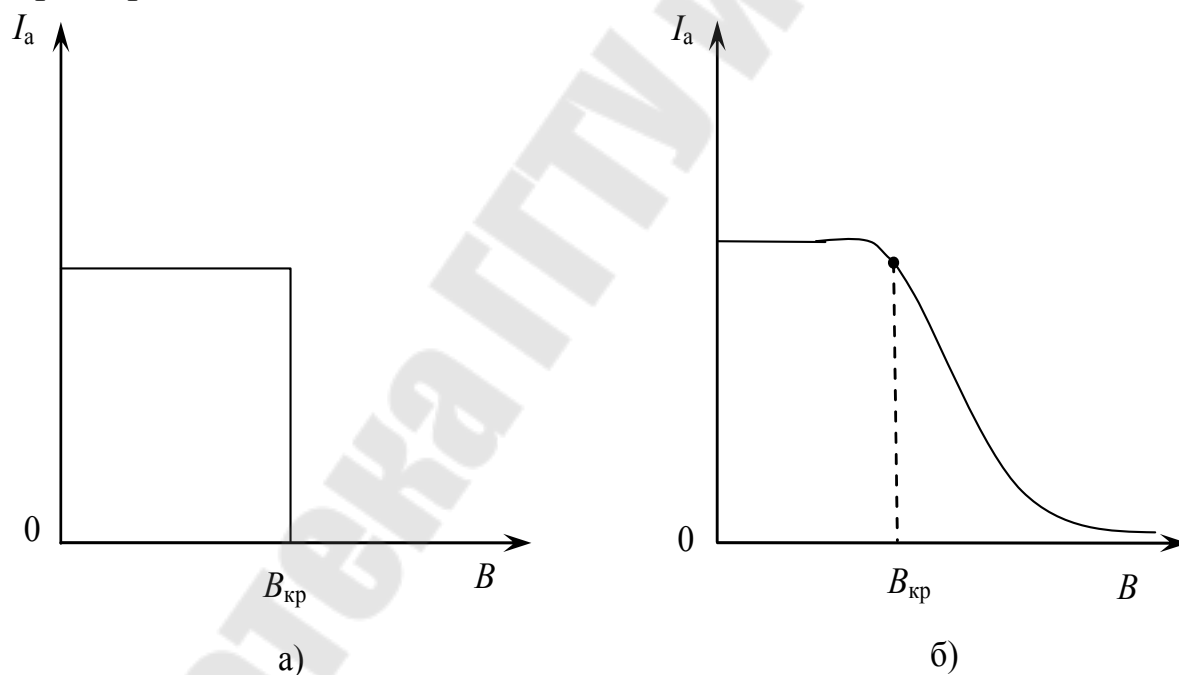


Рис.8

Идеальная характеристика получилась бы при одинаковых скоростях движения электронов в строго однородном поле. Реально прекращение анодного тока происходит не скачком, а плавно. Критическое значение  $B_{кр}$  индукции магнитного поля соответствует точке перегиба кривой  $I_a = f(B)$ .

Если радиус  $r_k$  катода лампы мал по сравнению с радиусом  $R_a$  анода ( $r_k/R_a \ll 1$ ), то электрон ускоряется в основном в пространстве вблизи катода, так как напряженность электрического поля отличается от нуля практически только вблизи катода. Вследствие этого  $\mathcal{G} \approx const$  и траектория электрона близка к окружности, а диаметр критической траектории можно считать равным радиусу анода

$$2r_{кр} = R_a \quad (12)$$

По второму закону Ньютона центростремительное ускорение электрона пропорционально силе, действующей со стороны магнитного поля,

$$\vec{F}_л = m\vec{a}_ц \quad (13)$$

или

$$|e|\mathcal{G}B_{кр} = \frac{m\mathcal{G}^2}{r_{кр}},$$

откуда

$$r_{кр} = \frac{m\mathcal{G}}{|e|B_{кр}}. \quad (14)$$

С другой стороны, средняя кинетическая энергия электронов при данном анодном напряжении  $U_a$ :

$$\frac{m\mathcal{G}^2}{2} = |e|U_a. \quad (15)$$

Исключая  $\mathcal{G}$  из (14) и (15) и используя (12), получим формулу для удельного заряда электрона

$$\frac{|e|}{m} = \frac{8U_a}{R_a^2 \cdot B_{кр}^2}. \quad (16)$$

Если учесть, что электроны движутся к аноду не от его осевой линии, а от поверхности катода, то для определения отношения  $\left(\frac{e}{m}\right)$

пользуются более точным выражением:

$$\frac{|e|}{m} = \frac{8U_a}{R_a^2 \cdot B_{кр}^2 \left(1 - \frac{r_k^2}{R_a^2}\right)}. \quad (17)$$

Таким образом, для определения отношения  $\left(\frac{e}{m}\right)$  необходимо при заданном преподавателем анодном напряжении  $U_a$ , изменяя ток соленоида  $I_c$  измерить соответствующие значения анодного тока  $I_a$ . Затем, построив по результатам измерений график зависимости  $I_a=f(I_c)$  и определив критическое значение силы тока в соленоиде  $I_{кр}$ , пользуясь градуировочным графиком  $B=f(I_c)$  (рис. 9), находят  $B_{кр}$ .

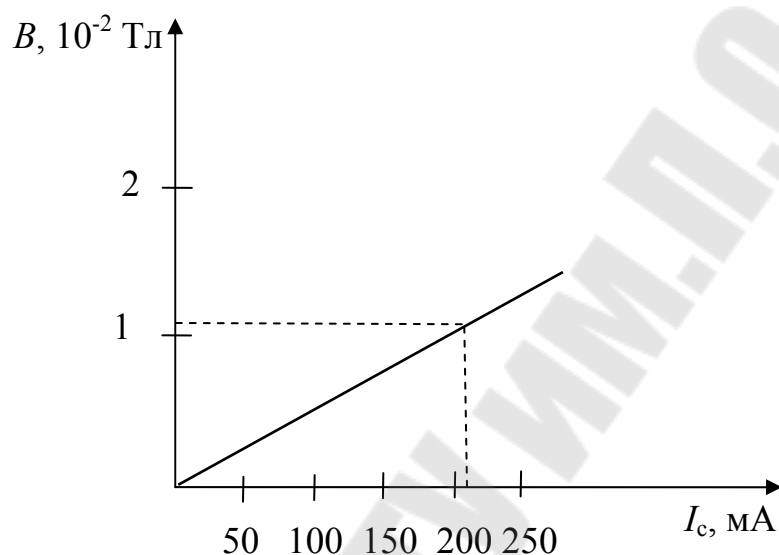


Рис.9

### Порядок выполнения работы

1. Подключить панель с лампой и короткий соленоид к универсальным источникам напряжения УИП-2, как показано на рис.10

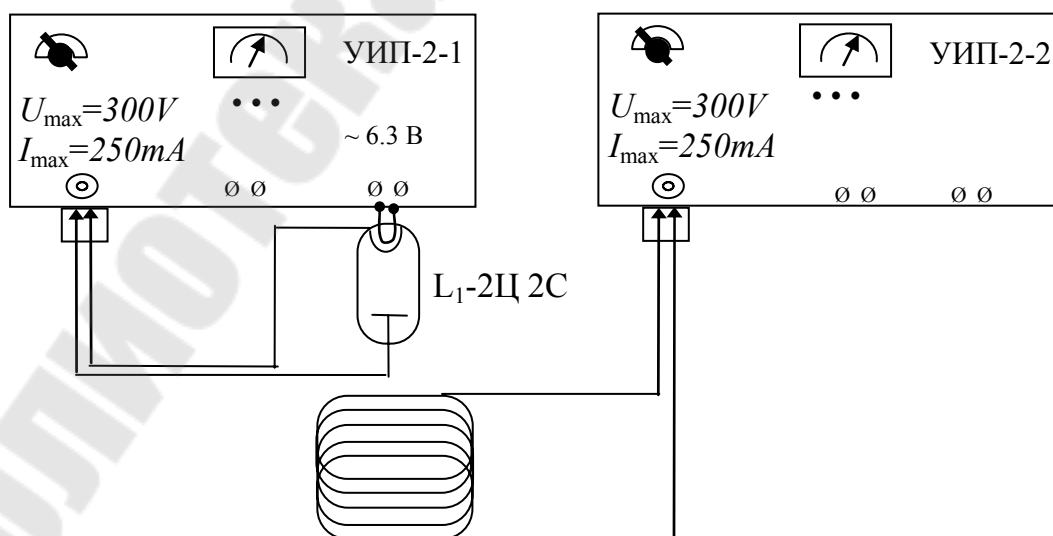


Рис. 10

2. Включить оба источника питания, предварительно установив все ручки регулировки напряжения в крайнее левое положение.
3. Ручками ступенчатой и плавной регулировки напряжения УИП-2-1 установить заданное преподавателем анодное напряжение на лампе  $U_a$ , а затем переключить измерительный прибор на измерение анодного тока  $I_a$ .
4. Изменяя ток соленоида  $I_c$  от 0 до 250 мА (УИП-2-2) измерить анодный ток лампы. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I_c$ , мА										
$I_a$ , мА										

5. Построить график зависимости анодного тока лампы от силы тока в соленоиде ( $I_a=f(I_c)$ ). Найти на графике точку перегиба и определить по ней значение критического тока в соленоиде  $I_{c\text{кр}}$  (рис. 9).
6. По градуировочному графику  $B=f(I_c)$  найти критическое значение индукции магнитного поля  $B_{\text{кр}}$ . По формуле (17) вычислить величину удельного заряда электрона, приняв  $r_{\text{к}}=0,95\text{мм}$ ,  $R_a=9,5\text{мм}$ .
7. Рассчитать погрешности определения удельного заряда электрона  $\left(\frac{e}{m}\right)$ .

### Контрольные вопросы

1. Магнитное поле движущегося заряда.
2. Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле.
3. Отклонение движущихся заряженных частиц в электрическом и магнитном полях.
4. Методы определения удельного заряда электрона.

## Лабораторная работа № 2-11

### Изучение свойств ферромагнитного материала с помощью осциллографа

**Цель работы:** изучение процессов намагничивания ферромагнетиков в переменном поле.

**Приборы и принадлежности:** панель с торроидальным трансформатором, электронный осциллограф, регулируемый источник переменного тока (ЛАТР), цифровой вольтметр, соединительные провода и кабели.

#### Теоретическая часть

Всякое вещество является магнетиком, т.е. способно под воздействием магнитного поля намагничиваться – приобретать магнитный момент. Намагниченное вещество создает свое магнитное поле  $\vec{B}'$ , которое вместе с первичным полем  $\vec{B}_0$ , обусловленным токами проводимости, образует результирующее поле

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}' \quad (1)$$

Здесь под  $\vec{B}'$  и  $\vec{B}$  имеются в виду поля, усредненные по физически бесконечно малому объему.

В настоящее время установлено, что молекулы многих веществ обладают собственным магнитным моментом, обусловленным внутренним движением зарядов. Каждому магнитному моменту соответствует элементарный круговой ток, создающий в окружающем пространстве магнитное поле. При отсутствии внешнего магнитного поля магнитные моменты молекул ориентированы беспорядочно, поэтому обусловленное ими результирующее магнитное поле равно нулю. Равен нулю и суммарный магнитный момент вещества. Последнее относится и к тем веществам, молекулы которых при отсутствии внешнего поля не имеют магнитных моментов.

Если же вещество поместить во внешнее магнитное поле, то под действием этого поля магнитные моменты молекул приобретают преимущественную ориентацию в одном направлении, и вещество намагничивается – его суммарный магнитный момент становится отличным от нуля. При этом магнитные поля отдельных молекул уже не компенсируют друг друга, в результате возникает поле  $\vec{B}'$ .

Иначе происходит намагничивание веществ, молекулы которых при отсутствии внешнего поля не имеют магнитного момента. Внесе-

ние таких веществ во внешнее поле индуцирует элементарные круговые токи в молекулах, и молекулы, а вместе с ними и все вещества приобретают магнитный момент, что также приводит к возникновению поля  $\vec{B}'$ .

Большинство веществ при внесении в магнитное поле намагничивается слабо. Сильными магнитными свойствами обладают только ферромагнитные вещества.

Магнитная индукция  $\vec{B}'$  внутреннего поля для неферромагнитных веществ пропорциональна вектору намагниченности:

$$\vec{B}' = \mu_0 \vec{J}, \quad (2)$$

где  $\mu_0$  - магнитная постоянная.

**Намагниченность** характеризует степень намагничения магнетика определяется магнитным моментом единицы объема:

$$\vec{J} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{m_i}, \quad (3)$$

где  $\Delta V$  - физически бесконечно малый объем в окрестности данной точки,  $\vec{p}_{m_i}$  - магнитный момент отдельной молекулы. Суммирование проводится по всем молекулам в объеме  $\Delta V$ .

Напряженность магнитного поля  $\vec{H}$  - это векторная физическая величина, определяемая соотношением

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}, \quad (4)$$

где  $\vec{J}$  - вектор намагниченности среды в рассматриваемой точке поля.

Для магнитного поля в вакууме, а в этом случае  $\vec{J} = 0$  и следовательно  $\vec{B}' = 0$ .

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}_0}{\mu_0} \quad (5)$$

Как показывает опыт, в слабых полях намагниченность прямо пропорциональна намагниченности поля, вызывающего намагничивание, т.е.

$$\vec{J} = \chi \cdot \vec{H}, \quad (6)$$

где  $\chi$  - безразмерная величина, называемая магнитной восприимчивостью вещества.

Используя формулы (5) и (6), выражение (4) можно записать в виде:

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} \quad (7)$$

или

$$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H} = \mu\vec{B}_0, \quad (8)$$

где  $\mu = (1 + \chi)$  - относительная магнитная проницаемость вещества, показываемая во сколько раз магнитная индукция поля в веществе больше, чем в вакууме.

Все вещества в магнитном отношении делятся на диамагнетики, парамагнетики и вещества с упорядоченной магнитной структурой – ферромагнетики.

**Диамагнетики** – это вещества, имеющие отрицательную магнитную восприимчивость и меньшую единицы магнитную проницаемость:

$$\chi < 0, \quad \mu < 1.$$

Вектор намагниченности в диамагнетиках антипараллелен намагничивающему полю  $B$  (рис. 1), поэтому результирующее поле в диамагнетиках всегда слабее внешнего поля.

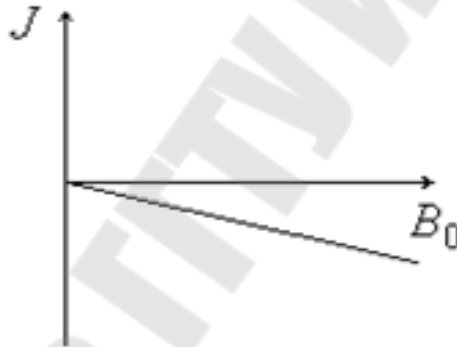


Рис.1

Восприимчивость диамагнетиков не зависит от температуры и намагничивающего поля (в не очень сильных полях) и весьма мала по абсолютной величине.

Рассмотрим механизм намагничивания диамагнетиков:

Известно, что электрон в атоме движется по круговой орбите. Если орбита электрона ориентирована относительно вектора  $\vec{B}_0$  произвольным образом, составляя с ним угол  $\alpha$  (рис.2), то можно доказать, что она приходит в такое движение вокруг  $\vec{B}_0$ , при котором вектор магнитного момента  $\vec{P}_m$ , сохраняя постоянным угол  $\alpha$ , вращается вокруг вектора  $\vec{B}_0$  с некоторой угловой скоростью. Такое движение в механике называется **прецессией**. Прецессию вокруг вертикальной



оси, проходящей через точку опоры, совершает, например, диск волчка при замедлении движения.

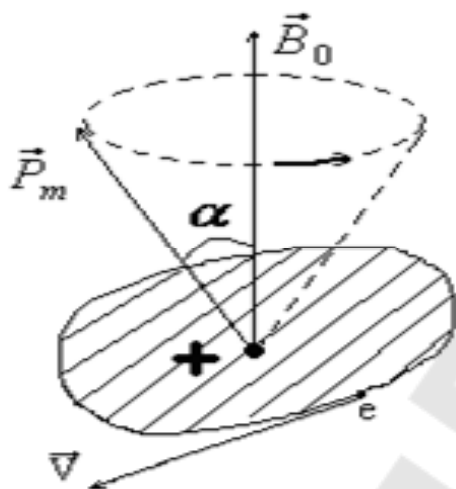


Рис. 2

Таким образом, электронные орбиты атома под действием внешнего магнитного поля совершают прецессионное движение, которое эквивалентно круговому току. Так как этот микроток индуцирован внешним магнитным полем, то, согласно правилу Ленца, у атома появляется составляющая магнитного поля, направленная противоположно внешнему полю. Наведенные составляющие магнитных полей атомов (молекул) складываются и образуют собственное магнитное поле вещества, ослабляющее внешнее магнитное поле. Этот эффект получил название диамагнитного эффекта, а вещества, намагничивающиеся во внешнем магнитном поле против направления поля, называются диамагнетиками.

В отсутствие внешнего магнитного поля диамагнетик немагнитен, поскольку в данном случае магнитные моменты электронов взаимно компенсируются, и суммарный магнитный момент атома (он равен векторной сумме магнитных моментов (орбитальных и спиновых) составляющих атом электронов) равен нулю.

Так как диамагнитный эффект обусловлен действием внешнего магнитного поля на электроны атомов вещества, то диамагнетизм свойствен всем веществам.

**Парамагнетики** – это вещества, для которых  $\chi$ , как и у диамагнетиков, невелика, но положительная, а  $\mu$  несколько больше единицы:

$$\chi \geq 0, \mu > 1.$$

Опыт показывает, что восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна температуре (закон Кюри):

$$\chi = \frac{c}{T}, \quad (9)$$

где  $c$  – постоянная Кюри, зависящая от рода вещества.

Закон Кюри справедлив при не слишком низких температурах.

Вектор намагниченности в изотронных парамагнетиках в не очень сильных постоянных внешних полях пропорционален намагничивающему полю и совпадает с ним по направлению. В очень сильных полях ( $10^2$  Тл и более) пропорциональность между  $\vec{J}$  и  $\vec{B}_0$  нарушается, и при некотором  $\vec{B}_0$  наступает насыщение:  $\vec{J}$  перестает зависеть от  $\vec{B}_0$ .

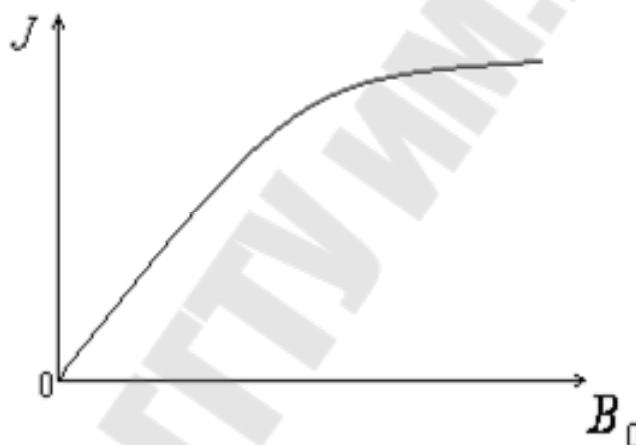


Рис.3

С точки зрения макроскопической теории, парамагнетики это вещества, атомы и молекулы которых в отсутствие внешнего магнитного поля обладают магнитными моментами, т. е. являются магнитными диполями. В отсутствие магнитного поля эти диполи ориентируются беспорядочно (вследствие теплового движения), поэтому суммарный магнитный момент парамагнетика равен нулю. При наличии магнитного поля магнитные моменты приобретают преимущественную ориентацию, в результате чего возникает намагниченность. Интенсивность намагничивания пропорциональна намагничивающему полю  $\vec{B}_0$  и обратно пропорциональна температуре парамагнетика  $T$ : тепловое движение оказывает на магнитные диполи дезориентирующее действие.

Заметим, что в парамагнетиках, наряду с поворотом электронных орбит имеет место прецессия орбит, т.е. на парамагнитный эф-

эффект накладывается диамагнитный эффект. Парамагнитный эффект, однако, почти всегда перекрывает диамагнитный, поэтому в парамагнетиках внутреннее магнитное поле усиливает внешнее.

**Ферромагнетики** – вещества, способные намагничиваться очень сильно, внутреннее поле в таких веществах может в  $10^2 - 10^6$  раз превышать внешнее магнитное поле:

$$\chi \gg 0, \mu \gg 1.$$

Ферромагнетиками являются железо(Fe), кобальт(Co), никель(Ni), гадолиний(Gd) сплавы и соединения этих элементов, некоторые сплавы и соединения марганца(Mn) и хрома(Cr) с неферромагнитными элементами и др.

Ферромагнетики кроме способности намагничиваться обладают рядом свойств, существенно отличающих их от других магнетиков.

1. Зависимость намагниченности  $\vec{J}$ , а следовательно, и индукции результирующего поля  $\vec{B}$  от намагничивающего внешнего поля  $\vec{H}$  в ферромагнетиках нелинейная.

Зависимость  $\vec{J}$  от  $\vec{H}$  и  $\vec{B}$  от  $\vec{H}$  ферромагнетика(железа), магнитный момент которого первоначально был равен нулю показаны на рисунках 4-5, такие кривые получили название основных кривых намагничивания.

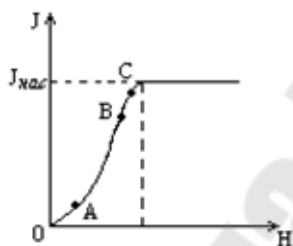


Рис.4

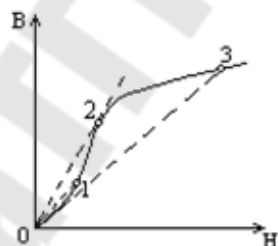


Рис.5 а

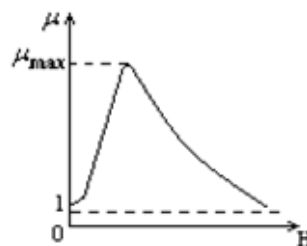


Рис.5 б

Как видно из графиков, намагниченность при некотором значении  $\vec{H}$  достигает насыщения. По достижении насыщения образца  $\vec{B}$  растет с увеличением  $\vec{H}$  по линейному закону.

2. Намагниченность ферромагнетика определяется не только существующим внешним полем, но и предысторией намагничивания.

Зависимость намагничивания ферромагнетика при данной напряженности намагничивающего поля от предшествующих состояний называется магнитным гистерезисом.

Если ферромагнетик намагнитить до насыщения, а затем уменьшать напряженность намагничивающего поля, то намагниченность  $J$  будет следовать не по первоначальной кривой 0-1. (она называется основной кривой намагничивания), а новой кривой 1-2 (рис.6)

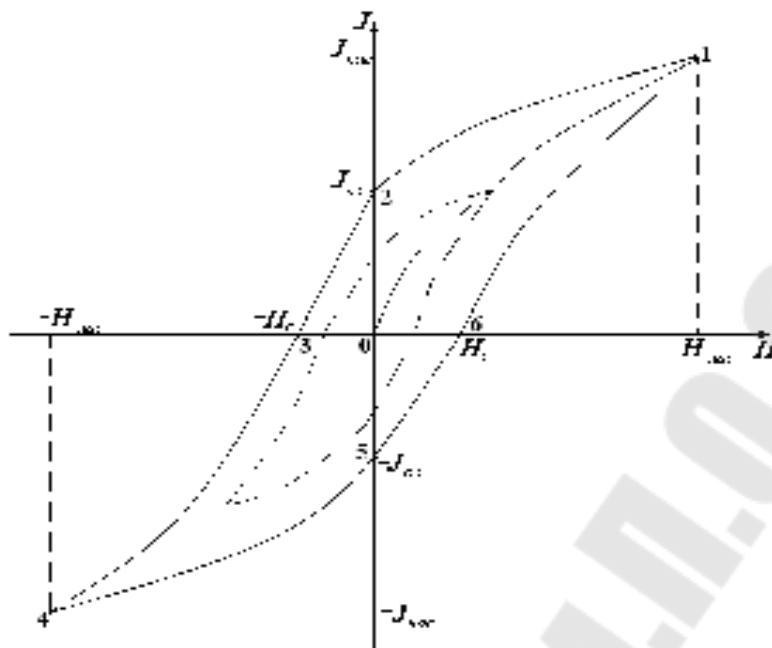


Рис.6

При  $H=0$  ферромагнетик не утрачивает намагниченности. Намагниченность  $J_{oc}$  которой ферромагнетик обладает в отсутствие внешнего магнитного поля, называется остаточной. Чтобы снять остаточную намагниченность, нужно включить внешнее поле, направление которого противоположно первоначальному полю, вызвавшему намагничивание.

Поле  $\vec{H}_c$  обратного направления, которое полностью снимает остаточную намагниченность, называется коэрцитивной силой. При дальнейшем увеличении обратного намагничивающего поля вновь происходит магнитное насыщение. В не намагниченное состояние ферромагнетик приходит в соответствии с кривой 4-5-6.

При циклическом изменении модуля и направления намагничивающего поля получается петлеобразная кривая, называемая петлей гистерезиса. Если максимальные значения  $H$  таковы, что достигается насыщение, то получается максимальная петля гистерезиса (сплошная кривая на рис.6), если насыщение не достигается, получается петля, называемая частным циклом (пунктирная кривая). Частных циклов можно получить сколько угодно.

Наличие гистерезиса у ферромагнетиков означает, что намагниченность, а следовательно, и индукция результирующего поля в них не является однозначной функцией намагничивающего поля  $\vec{H}$ . При одном и том же значении  $\vec{H}$  намагниченность может принимать любые значения, лежащие в некотором интервале (от  $J_{oc}$  до  $-J_{oc}$  при  $\vec{H}_c$  в случае петли изображенной на рисунке).

Поскольку зависимость  $\vec{B}$  от  $\vec{H}$  в ферромагнетиках неоднозначна, понятие магнитной проницаемости применимо только к основной кривой намагничивания. Нелинейный характер этой кривой означает, что  $\mu$  ферромагнетиков зависит от внешнего поля.

На рис.5, а изображена основная кривая намагничивания. Проведем из начала координат прямую линию, проходящую через произвольную точку кривой. Тангенс угла наклона этой прямой пропорционален отношению  $B/H$ , т.е. магнитной проницаемости  $\mu$  для соответствующего значения напряженности поля. При увеличении  $H$  от нуля угол наклона (а значит и  $\mu$ ) сначала растет. В точке 2 он достигает максимума (прямая 0-2 является касательной к кривой), а затем убывает. На рис.5, б дан график зависимости  $\mu$  от  $H$ . Из рисунка видно, что максимальное значение проницаемости достигается несколько раньше, чем насыщение. При неограниченном возрастании  $H$  проницаемость асимптотически приближается к единице. Это следует из того, что  $J$  в выражении  $\mu = 1 + \frac{J}{H}$  не может превысить значения  $J_{нас}$ .

Максимальная остаточная намагниченность  $J_{oc_{max}}$  максимальная коэрцитивная сила  $H_{c_{max}}$  и максимальная магнитная проницаемость  $\mu_{max}$  - основные характеристики ферромагнетика.

Ферромагнетики с узкой петлей гистерезиса (с малой  $H_{c_{max}}$ ) называются магнитно-мягкими. Такие ферромагнетики используются в качестве сердечников в трансформаторах и электромоторах. Ферромагнетики с широкой петлей гистерезиса называются магнитно-жесткими. Они используются для изготовления постоянных магнитов.

3. При некоторой температуре, называемой температурой Кюри, ферромагнетик утрачивает свои особые свойства. Точка Кюри для чистого железа составляет 1043 К (770°C), для никеля 663 К (390°C), кобальта 1422 К (1149°C). При температуре выше точки Кюри ферромагнетик превращается в обычный парамагнетик.

**Природа ферромагнетика.** В ферромагнетиках между атомами имеет место так называемое обменное взаимодействие, благодаря которому энергетически выгодным оказывается состояние с параллельной ориентацией электронных спинов и, следовательно, спиновых магнитных моментов. Силы, ориентирующие спины электронов параллельно друг другу не магнитные.

Области ферромагнетика, в которых спины параллельны, называются доменами. В пределах каждого домена ферромагнетик самопроизвольно намагничен до насыщения.

Наличие доменов можно обнаружить на опыте. Тонкий порошок ферромагнитного вещества напыляется на полированную и протравленную поверхность ферромагнетика. Частицы порошка концентрируются в тех местах, где поверхность образца пересекается со стенками доменов (здесь магнитное поле весьма неоднородно). Полученные таким образом порошковые фигуры, называемые фигурами Акулова – Биттера, рассматриваются в микроскоп. Существуют и другие методы изучения доменной структуры ферромагнетиков. Размеры доменов, как правило, невелики: порядка  $10^{-3} - 10^{-4}$  см. Это вытекает из закона сохранения энергии.

В отсутствие намагничивающего поля размеры доменов и их форма определяются минимумом энергии, затрачиваемой на создание собственного поля, энергии границ и энергии анизотропии. При этом ферромагнетик разбивается на домены таким образом, что его результирующий магнитный момент практически равен нулю (рис.7).

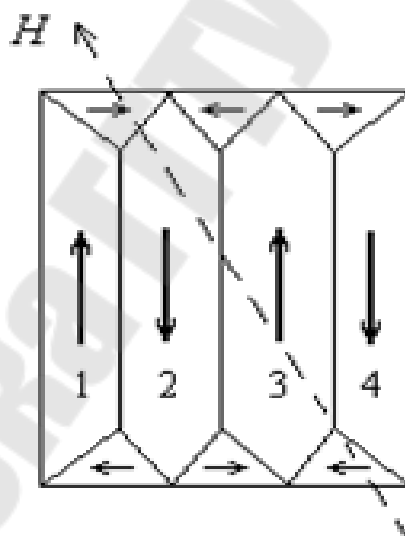


Рис.7

При наличии внешнего магнитного поля удельная энергия доменов оказывается неодинаковой: она меньше тех доменов, в которых вектор намагниченности образует с направлением внешнего поля острый угол, и больше в том случае, когда этот угол тупой. Действие магнитного поля на ферромагнетик первоначально проявляется в смещении границ между доменами: объем доменов с благоприятной ориентацией магнитных моментов увеличивается за счет энергетически “невыгодных” доменов. Пока намагничивающее поле невелико,

смещение границ обратимо и точно (пропорционально) следует за изменениями этого поля. (рис.7)

При дальнейшем увеличении поля смещение границ доменов становится необратимым и зависимость  $J$  от  $H$  переходит в линейную (рис.4 участок АВ). В достаточно сильном поле происходит поворот магнитных моментов доменов (участок ВС рис.4).

В состоянии насыщения ферромагнетик представляет собой один гигантский домен, магнитный момент которого совпадает с направлением внешнего намагничивающего поля.

При уменьшении намагничивающего поля намагниченность не следует первоначальному ходу, а несколько отстает из-за необратимости смещения границ между доменами.

Превращение ферромагнетика в парамагнетик в точке Кюри объясняется тем, что при этой температуре энергия теплового движения атомов оказывается достаточной для того, чтобы разрушились области спонтанной намагниченности.

### Описание экспериментальной установки и методики измерений

В данной работе измерение характеристик ферромагнитного материала определяем по кривой намагничивания ферромагнетика в переменном магнитном поле. Для этого используется установка, принципиальная схема которой изображена на рис.8. В качестве исследуемого ферромагнетика используется торообразный образец.

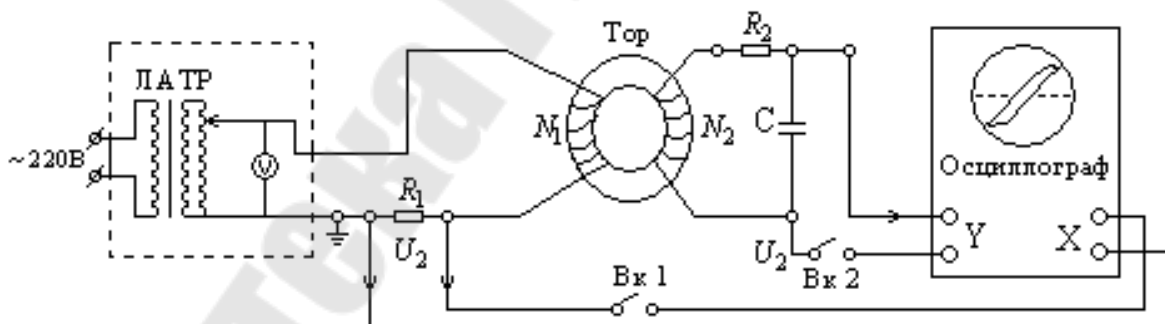


Рис.8

Первичная обмотка Тора питается от регулируемого источника переменного напряжения ЛАТРа. Величина  $\vec{H}$  связана с падением напряжения  $U_x$  на резисторе  $R_1$  в цепи первичной обмотки соотношением:

$$H = \frac{N_1}{l} \cdot i_1 = \frac{N_1}{2\pi \cdot r_{cp}} \cdot \frac{U_x}{R_1}, \quad (10)$$

где  $l = 2 \cdot \pi \cdot r_{cp}$  - длина средней части тороида,  $i_1$  - мгновенное значение силы тока,  $N_1$  - число витков в первичной обмотке,  $r_{cp}$  - радиус осевой тороида. Напряжение с резистора  $R_1$ , пропорциональное напряженности магнитного поля  $\vec{H}$  подается на вход горизонтального усилителя X электронного осциллографа (или пластины X).

Индукция магнитного поля  $\vec{B}$  возникающего в ферромагнитном сердечнике пропорциональна напряжению во вторичной обмотке тора. В соответствии с законом электромагнитной индукции, электродвижущая сила, наведенная во вторичной об-

$$\varepsilon_i = -N_2 \frac{d\Phi}{dt} = -N_2 S \frac{dB}{dt} \quad (11)$$

где S – площадь поперечного сечения образца.

В цепь вторичной обмотки включено сопротивление  $R_2$  и конденсатор C. С другой стороны по закону Ома

$$\varepsilon_i = L \frac{di_2}{dt} + \frac{1}{C} \int i_2 dt + R_2 i_2 \quad (12)$$

При частоте намагничивающего тока  $\nu = 50$  Гц величины  $L \frac{di_2}{dt}$  и  $\frac{1}{C} \int i_2 dt$  значительно меньше величины  $R_2 i_2$  при имеющихся L и C. Поэтому можно считать, что

$$R_2 i_2 = -N_2 S \frac{dB}{dt}, \quad (13) \quad \text{и}$$

$$i_2 = -N_2 \frac{S}{R_2} \cdot \frac{dB}{dt}. \quad (14)$$

Тогда напряжение  $U_y$  снимаемое с конденсатора, равно

$$U_y = \frac{1}{C} \int |i_2| dt = \frac{N_2 S}{R_2 S} \cdot B \quad (15)$$

Таким образом

$$B = \frac{R_2 C}{N_2 S} U_y \quad (16)$$

Подавая напряжение  $U_x$  в канал горизонтального отклонения и  $U_y$  в канал вертикального отклонения осциллографа в результате сложения двух взаимно перпендикулярных колебаний электронного луча, получим на экране в некотором масштабе петлю гистерезиса.



Проколибровав чувствительность осциллографа, измеряя кривые при разных токах, можно вычислить основные характеристики ферромагнетика.

Для вычисления  $B$  и  $H$  необходимо выразить напряжения  $U_x$  и  $U_y$  через экспериментально измеряемые величины – чувствительность  $k_x$  горизонтального и  $k_y$  вертикального каналов осциллографа:

$$U_x = \frac{l_x}{2k_x}, \quad U_y = \frac{l_y}{2k_y}, \quad (17)$$

где  $l_x$  и  $l_y$  - длина электронного луча (полоска) на экране вдоль осей X и Y. Таким образом уравнения (10) и (16) с учетом соотношения (17) принимает вид:

$$H = \frac{N_1}{2\pi \cdot r_{cp} R_1} \cdot \frac{l_x}{2k_x} \quad (18)$$

$$B = \frac{R_2 C}{N_2 S} \cdot \frac{l_y}{2k_y} \quad (19)$$

### Порядок выполнения работы

1. Собрать цепь по рис. 8. Включить осциллограф и источник переменного тока (ЛАТР) в сеть. Сфокусировать точку в центре координатной сетки осциллографа.

2. Увеличивая ЛАТром напряжение, получить изображение петли гистерезиса наибольшего размера по горизонтали, а затем не меняя напряжения регуляторами ступенчатого и плавного усиления по оси “Y” получить изображение на весь экран. В дальнейшем регуляторы “Усиления” не трогать.

3. Выключателем Вк-2 отключить “Вход Y”, тогда изображение петли спроецируется на ось “X”. Измерить длину полоски “ $l_x$ ” на экране и соответствующее ей напряжение на сопротивлении “ $R_1$ ” цифровым вольтметром –  $U_{x\max}$ .

4. Подключить “Вход Y” к схеме, включив выключатель Вк-2, но одновременно выключив Вк-1. Тогда петля спроецируется на ось “Y”; измерьте ее проекцию “ $l_y$ ” и соответствующее напряжение на конденсаторе “C”  $U_{y\max}$ . ( $U_{x\max}$  и  $U_{y\max}$  необходимы для расчета чувствительности каналов осциллографа).

5. Плавно уменьшая напряжение в схеме получить не менее 11 петель разного размера; измерить их проекции по оси согласно пунктам 3 и 4. Результаты измерений занести в таблицу 1.

Таблица 1

№ п/п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$l_x$ , мм											
$l_y$ , мм											
$H$ , А/м											
$B$ , Тл											
$\mu$											

### Обработка результатов измерений

1. Используя результаты первого измерения, рассчитать чувствительность горизонтального  $k_x$  и вертикального  $k_y$  каналов осциллографа по формулам:

$$k_x = \frac{l_x}{2\sqrt{2}U_{x\max}} \quad \text{и} \quad k_y = \frac{l_y}{2\sqrt{2}U_{y\max}}$$

2. По формулам (18) и (19) вычислить  $H_i$  и  $B_i$  для всех опытов, а результаты вычислений занести в таблицу 1.

3. По формуле  $B = \mu\mu_0 H$  и по полученным значениям  $H_i$  и  $B_i$  рассчитать магнитную проницаемость  $\mu_i$  для всех опытов. Данные расчетов занести в таблицу 1.

4. По формулам (18) и (19) определить коэрцитивную силу  $H_c$  и остаточную индукцию вещества ферромагнетика  $B_{oc}$ .

5. На одном графике построить кривую намагничивания  $B = B(H)$  и зависимость магнитной проницаемости от напряженности поля  $\mu = \mu(H)$ .

6. Рассчитать абсолютную и относительную погрешности измерений  $H_c$  и  $B_{oc}$ .

### Контрольные вопросы

1. Каково действие магнитного поля на вещество? Как происходит процесс намагничивания?

2. Какие существуют виды магнетиков? В чем состоит механизм намагничивания диа-, и парамагнетиков?

3. Что такое ферромагнетики? Каковы свойства ферромагнетиков? Как объясняется природа ферромагнетизма?

4. Как получить петлю гистерезиса? Каким образом рассчитывают основные характеристики для ферромагнетика?

**Лабораторная работа № 2-12**  
**Изучение процессов заряда и разряда**  
**конденсатора**

**Цель работы:** изучить процессы заряда и разряда конденсатора.

**Приборы и принадлежности:** микроамперметр, источник постоянного тока, набор резисторов, набор конденсаторов, переключатель (ключ), секундомер и соединительные провода.

**Теоретическая часть**

**Процесс заряда конденсатора.** Рассмотрим процесс заряда конденсатора от источника тока с постоянной электродвижущей силой (ЭДС). Положим, что первоначально конденсатор не заряжен. Если ключ К замкнуть в положение 1 (рис.1), то в цепи потечет ток, и начнется процесс заряда конденсатора. Определим закон изменения заряда и тока со временем.

Обозначим через:

$q$  – заряд конденсатора;

$U_c$  – разность потенциалов (напряжение) между обкладками конденсатора;

$C$  – емкость конденсатора;

$I$  – силу тока в цепи;

$\varepsilon$  – электродвижущую силу (ЭДС) источника тока.

Направление тока в цепи выберем, как показано на рис.1. При этом в цепи имеется падение напряжения  $U_R$  на резисторе и на конденсаторе  $U_c$ . Применяя к первому контуру второе правило Кирхгофа, получим

$$U_R + U_c = \varepsilon ; \quad IR + U_c = \varepsilon . \quad (1)$$

Так как  $q = CU$  ;  $I = \frac{dq}{dt}$ , то равенство (1) примет вид:

$$R \frac{dq}{dt} + U_c = \varepsilon \quad \text{или} \quad \frac{dq}{dt} = \frac{\varepsilon C - q}{RC} . \quad (2)$$

Разделив переменные в равенстве (2), получим:

$$\frac{dq}{\varepsilon C - q} = \frac{1}{RC} \cdot dt . \quad (3)$$

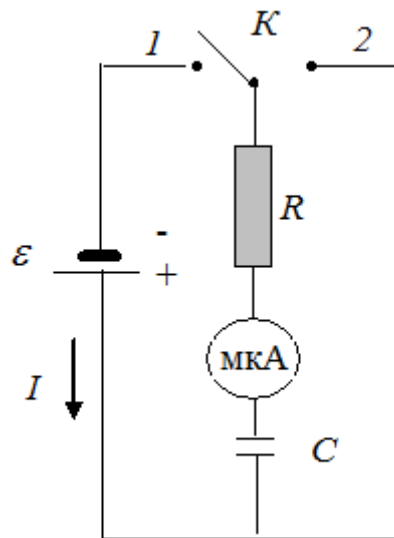


Рис. 1

Мы получили дифференциальное уравнение первого порядка. Для его решения введем новую переменную  $dq = -d(\varepsilon C - q)$ , тогда уравнение (3) примет вид:

$$-\frac{d(\varepsilon C - q)}{\varepsilon C - q} = \frac{1}{RC} \cdot dt$$

или

$$\frac{d(\varepsilon C - q)}{\varepsilon C - q} = -\frac{1}{RC} \cdot dt. \quad (4)$$

Интегрируя уравнение (4) по  $q$  и  $t$ , находим:

$$\ln(\varepsilon C - q) - \ln A = -\frac{1}{RC} \cdot t.$$

Здесь для удобства преобразования постоянная интегрирования записана в виде  $-\ln A$ . Заменяв разность логарифмов логарифмом частного, получим:

$$\ln \frac{\varepsilon C - q}{A} = -\frac{t}{RC}.$$

На основании определения логарифма последнее равенство перепишем в виде:

$$\frac{\varepsilon C - q}{A} = e^{-\frac{t}{RC}}$$

или  $\varepsilon C - q = A e^{-\frac{t}{RC}} \quad (5)$

Чтобы определить const A, обратимся к начальным условиям. В момент замыкания  $t = 0$  и  $q = 0$ , следовательно,  $\varepsilon C = A$ . Тогда

$$\varepsilon C - q = \varepsilon C e^{-\frac{t}{RC}},$$

$$q = \varepsilon C (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (6)$$

Учитывая, что  $\varepsilon C = q_m = q_0$ , уравнение (6) примет вид:

$$q = q_m (1 - e^{-\frac{t}{RC}}).$$

Определим зависимость тока заряда конденсатора от времени.

Так как  $I = \frac{dq}{dt}$ , а  $q = \varepsilon C (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$ , то

$$I = \frac{d[\varepsilon C (1 - e^{-\frac{t}{RC}})]}{dt} = -\varepsilon C \frac{d(e^{-\frac{t}{RC}})}{dt} = \frac{\varepsilon C}{CR} e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} \quad (7)$$

Из уравнения (7) следует, что сила тока имеет наибольшее значение в начальный момент времени и асимптотически стремится к нулю в процессе заряда конденсатора (рис.2).

Так как  $U = \frac{q}{C}$ , и учитывая (6), получим

$$U = \varepsilon (1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \quad (8)$$

Уравнение (8) описывает изменения напряжения на конденсаторе в процессе его заряда (см. рис.2). Из рис.2 следует, что по мере того, как напряжение на конденсаторе возрастает, ток заряда  $I_3$  уменьшается от своего максимального значения  $I_0$  до нулевого по экспоненте.

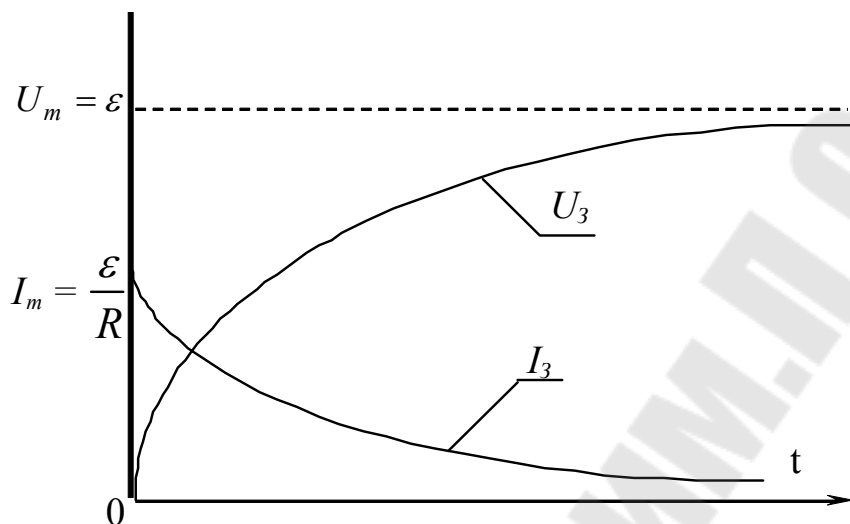


Рис.2

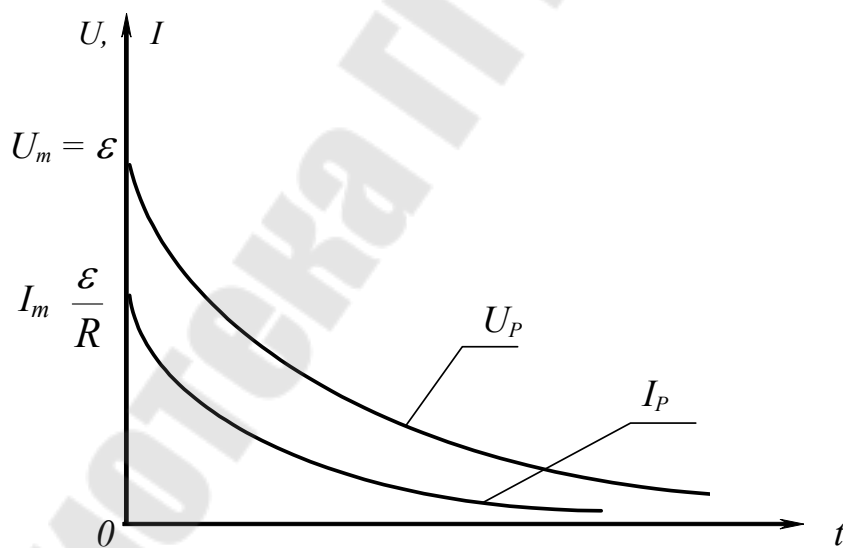


Рис.3

**Процесс разряда конденсатора.** Рассмотрим теперь процесс разряда конденсатора. Для этого переведем ключ К в положение 2 (рис.1), по цепи потечет ток и начнется новый процесс – разряд кон-

денсатора. При этом считаем, что до перевода ключа в положение 2 в цепи был установившийся режим тока и напряжений. Определим закон изменения напряжения на конденсаторе после коммутации.

В этом случае исходные уравнения имеют вид:

$$q = U_c C, \quad I = -\frac{dq}{dt}.$$

В отличие от процесса заряда, отрицательный знак соответствует уменьшению заряда конденсатора. Тогда второе правило Кирхгофа для данного контура примет вид:

$$-IR + U_c = 0. \quad (9)$$

Так как  $I = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{dU_c}{dt}$ , то (9) примет вид:  $RC\frac{dU_c}{dt} + U_c = 0$ .

Разделив переменные в последнем выражении, получим:

$$-\frac{dU_c}{U_c} = \frac{1}{RC} dt. \quad (10)$$

Интегрируя равенство (10) по  $U$  и  $t$  находим:

$$-\ln U_c + \ln A = \frac{1}{RC} t.$$

Здесь, для удобства преобразования, постоянная интегрирования записана в виде  $\ln A$ . Умножив правую и левую части равенства на (-1) и заменив разность логарифмов логарифмом частного, получим:

$$\ln \frac{U_c}{A} = -\frac{t}{RC}$$

Преобразуя последнее равенство, находим:  $U_c = A e^{-\frac{t}{RC}}$ .

Для определения const  $A$  обратимся к начальным условиям. Так как мы начали отсчет времени с момента замыкания ключа, то начальное условие имеет вид:  $t = 0$ , а напряжение на конденсаторе имеет начальное значение  $U_m = \varepsilon$ . В этом случае постоянная интегрирования



равна  $A = \varepsilon$ , и зависимость напряжения на конденсаторе от времени примет вид:

$$U = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}}. \quad (11)$$

Уравнение (11) описывает изменение напряжения на обкладках конденсатора в процессе его разряда.

Определим силу тока, текущего в цепи при разряде конденсатора.

Так как  $I = -\frac{dq}{dt}$ ,  $q = UC$  и учитывая (11), имеем:

$$I = -\frac{dq}{dt} = -C\varepsilon \frac{d e^{-\frac{t}{RC}}}{dt} = -\varepsilon C e^{-\frac{t}{RC}} \left( -\frac{1}{RC} \right) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = I_m e^{-\frac{t}{RC}}, \quad (12)$$

где  $I_m$  – значение силы тока в цепи при  $t = 0$ .

Уравнение (12) выражает зависимость силы тока разряда конденсатора от времени.

Зависимости тока разряда конденсатора и напряжения на нем от времени приведены на рис.3.

**Время релаксации электрической цепи.** Полученные результаты показывают, что процессы заряда и разряда конденсатора происходят не мгновенно, а с некоторой скоростью (из графических зависимостей это видно наглядно на рис.2 и 3).

Скорость протекания процесса заряда и разряда определяется значением постоянного коэффициента  $RC$  в показателе степени. Он называется постоянной времени, обозначается  $\tau$  и имеет размерность времени. Постоянную времени называют временем релаксации электрической цепи.

В частности, при  $t = \tau = RC$  напряжение на конденсаторе при его разряде будет:

$$U_c = \varepsilon e^{-\frac{t}{RC}} = \varepsilon e^{-1} = \frac{\varepsilon}{e}.$$

То есть, за время  $t = \tau$  напряжение на конденсаторе уменьшится в  $e$  раз, ( $e$  – основание натуральных логарифмов). Таким образом, по-

стоянная времени показывает, через какое время после выключения ЭДС напряжение уменьшится в  $e = 2,71$  раз.

### Методика измерений

**Принцип работы установки.** Рабочая блок-схема установки приведена на рис.4. Установка содержит источник постоянного тока  $\varepsilon$ , микроамперметр мкА с нулем на середине шкалы, магазин сопротивлений  $R_M$ , магазин емкостей  $C_M$ , ключ  $K$  и вольтметр цифровой для измерения постоянного напряжения.

При заряде конденсатора ключ  $K$  устанавливают в положение 1. При этом в цепи возникает ток  $I_{ЗАР}$ , конденсатор заряжается от источника постоянного тока  $\varepsilon$  через резистор  $R$  и микроамперметр мкА. В ходе этого процесса через одинаковые промежутки времени фиксируют величину тока заряда  $I_{ЗАР}$  и величину напряжения на конденсаторе  $U_{ЗАР}$ . После того, как в цепи наступил установившийся режим, – конденсатор заряжен.

Разряд конденсатора осуществляется переводом ключа  $K$  в положение 2, при этом конденсатор замыкается на резистор  $R$  и микроамперметр мкА. В цепи возникает ток разряда  $I_{РАЗ}$ . Через равные промежутки времени фиксируют величину тока разряда и величину напряжения  $U_{РАЗ}$  на конденсаторе.

### Порядок выполнения работы

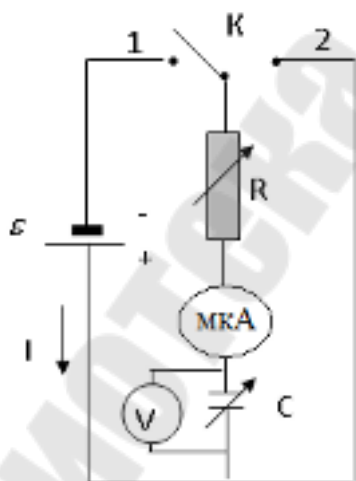


Рис. 4

1. Соберите схему установки согласно рис. 4.

2. Измерьте силу тока заряда  $I_{ЗАР}$  конденсатора и напряжение  $U_{ЗАР}$  на конденсаторе в зависимости от времени. Для этого установите ключ  $K$  в положение 1 и одновременно запустите секундомер.

3. Через каждые 10 с производите отсчет показаний по микроамперметру ( $I_{ЗАР}$ ) и по цифровому вольтметру ( $U_{ЗАР}$ ) вплоть до убывания тока до нуля. Результаты измерений зафиксируйте в табл. 1 и табл. 2.

Таблица 1.

$I_{ЗАР}$ , мкА									
t, с									

Таблица 2.

$U_{ЗАР}$ , В									
t, с									

4. Измерьте силу тока  $I_{РАЗ}$  разряда конденсатора и напряжение  $U_{РАЗ}$  разряда в зависимости от времени. Для этого, когда ток заряда достигнет практически нулевого значения, переведите ключ К в положение 2 и одновременно запустите секундомер.

5. Произведите отсчет показаний  $I_{РАЗ}$  по микроамперметру и  $U_{РАЗ}$  по цифровому вольтметру через каждые 10 с вплоть до убывания тока до нуля. Результаты измерений зафиксируйте в табл. 3 и табл. 4.

Таблица 3.

$I_{РАЗ}$ , мкА									
t, с									

Таблица 4.

$U_{РАЗ}$ , В									
t, с									

6. Измерение тока и напряжения при разряде и заряде конденсатора повторите три раза при фиксированных R и C.

7. Проведите измерения п. 2 и п. 3 при других значениях емкости и сопротивления (по указанию преподавателя).

8. Постройте зависимость  $\bar{I}_{ЗАР} = f(t)$  и  $\bar{I}_{РАЗ} = f(t)$  на одном графике в системе СИ. Из графика определите начальную силу тока  $I_0$ .

9. Постройте зависимость  $\bar{I}_{ЗАР} = f(t)$ ,  $\bar{U}_{ЗАР} = f(t)$  и  $\bar{U}_{РАЗ} = f(t)$  на одном графике в системе СИ.

10. Рассчитайте время релаксации  $\tau$  цепи для одного измерения.

### *Контрольные вопросы*

1. Почему через конденсатор не протекает постоянный ток?
2. Выведите выражение для определения напряжения на конденсаторе при его разряде в зависимости от времени.
3. Выведите выражение для определения напряжения на резисторе от времени при заряде конденсатора.
4. Выведите зависимость тока заряда конденсатора от времени.

## Литература

1. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М., 1989.
2. Калашников С.Г. Электричество. – М., 1985.
3. Матвеев А.Н. Электричество и магнетизм. – М., 1983.
4. Практикум по физике. Электричество и магнетизм /Под ред. Ф.А. Николаева. – М., 1991.
5. Трофимова, Т.И. Курс физики /Т.И. Трофимова. – М., 1998. – С. 207.
6. Майсова, Н.Н. Практикум по курсу общей физики /Н.Н. Майсова. – М.: Высш. шк., 1973.
7. Савельев И.В. Курс общей физики. – Т 2. – М., 1982. – С. 258-265.
8. Гольдин Л.А. Лабораторные занятия по физике: Учебное пособие. – М., 1983. – С. 288-294.
9. Физический практикум. Электричество и оптика /Под ред. В.И. Ивероновой. – М., 1968. – С. 233-240.
10. Практикум по физике. Электричество и магнетизм /Под ред. Ф.А. Николаева. – М., 1991.
11. Курбатова Л.М., Исаев А.В., Панков А.А., “Электричество и магнетизм”, лабораторный практикум. – Гомель: ГГТУ им. П.О. Сухого, 2006.
12. Солоухин Р. И. Методы физических измерений: лабораторный практикум по физике / Р. И. Солоухин. – Новосибирск: Наука, 1975.
13. Соловцова, О. П. Теория погрешностей: пособие по курсу «Физика» / О.П. Соловцова. – Гомель: ГГТУ им П. О. Сухого, 2007.
14. Иродов, Н. Е. Основные законы электромагнетизма: Учебное пособие./Н. Е. Иродов. – Москва: Высшая школа, 1991.

## Содержание

1. Предисловие.....	3
2. Лабораторная работа №2-8 «Измерение емкости конденсатора методом резонанса».....	4
3. Лабораторная работа №2-9 «Измерение индуктивности катушки в цепи переменного тока».....	15
4. Лабораторная работа №2-10 «Определение величины гиромагнитного отношения электрона».....	27
5. Лабораторная работа №2-11 «Изучение свойств ферромагнитного материала с помощью осциллографа».....	38
6. Лабораторная работа №2-12 «Изучение процессов заряда и разряда конденсатора».....	52
7. Литература.....	61

**Дробышевский** Витальдий Иванович  
**Кравченко** Александр Ильич  
**Хило** Петр Анатольевич

## **ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ**

**Лабораторный практикум**  
**по курсу «Физика» для студентов всех специальностей**  
**дневной формы обучения**  
**В трех частях**  
**Часть 2**

Подписано в печать 04.11.09.

Формат 60x84/8. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 3,72. Уч.-изд. л. 3,23.

Изд. № 92.

E-mail: [ic@gstu.gomel.by](mailto:ic@gstu.gomel.by)

<http://www.gstu.gomel.by>

Отпечатано на цифровом дуплекаторе  
с макета оригинала авторского для внутреннего использования.

Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П. О. Сухого».

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.