УДК 621.311

АВТОМАТИЗАЦИЯ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ ПРИ КОРОТКИХ ЗАМЫКАНИЯХ

А. А. КАПАНСКИЙ, Д. Р. МОРОЗ, А. С. ФИКОВ

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Введение

Переходные процессы в электрических системах возникают при переходе одного режима к другому как при нормальной эксплуатации, так и в аварийных условиях.

Переходной процесс протекает в течение определенного времени, которое зависит от запасов энергии в реактивных элементах цепи. Нахождение токов и напряжений при переходных процессах является с точки зрения практики важной задачей, так как эти токи и напряжения могут в определенных случаях существенно превышать их значения в установившемся режиме и приводить к повреждению элементов цепи. Анализ переходных процессов при коротких замыканиях в системах электроснабжения помогает определять ударные токи. Расчетные значения ударных токов помогают инженеру-проектировщику проверять различные виды электрооборудования на электродинамическую стойкость.

Таким образом, расчет переходных процессов в электрических цепях является очень важным этапом для решения проблемы повышения надежности работы различных электрических систем [1].

Постановка задачи

Наиболее распространенными видами повреждений в распределительных сетях являются однофазные замыкания на землю. В сложившихся условиях сильной изношенности изоляции, в подавляющем большинстве случаев они развиваются в междуфазные короткие замыкания или многоместные пробои изоляции с групповым выходом из строя электрооборудования, сопровождаясь большим материальным ущербом и недоотпуском электроэнергии потребителям. В связи с этим считается, что основным направлением повышения надежности работы электрических сетей является борьба с однофазными замыканиями на землю.

Чтобы произвести оценку состояния электроэнергетической системы при коротких замыканиях, необходимо разработать модель переходных процессов в сложных распределительных сетях. Расчет электромагнитных переходных процессов в переходных режимах связан с составлением и решением интегро-дифференциальных уравнений электрической цепи, позволяющих установить по какому закону и как долго будет наблюдаться заметное отклонение токов в ветвях и напряжений на участках цепи от их установившихся значений.

При исследовании расчета переходных процессов в сложных электрических сетях возникают трудности в разработке алгоритма составления систем дифференциальных уравнений, позволяющих находить токи и напряжения на любом участке электрической цепи при коротком замыкании в заданной точке схемы электроснабжения. Разработка такого алгоритма позволит автоматизировать расчет переходных процессов, что в свою очередь позволит уменьшить трудоемкость вычислительных работ инженера-проектировщика, основной задачей которого будет являться лишь подготовка исходных данных и анализ полученных результатов.

Анализ методов расчета переходных процессов

Для автоматизации расчетов переходных процессов необходимо рассмотреть математические методы решения таких задач с целью определения наиболее эффективного метода с точки зрения трудоемкости алгоритмизации.

Классический метод расчета переходных процессов требует в общем случае многократного решения систем алгебраических уравнений для нахождения начальных значений функции и ее производных, что представляет основную трудность расчета этим методом, и для определения постоянных интегрирования по начальным условиям.

Расчет переходных процессов операторным методом, основанным на преобразовании Лапласа, по своей структуре может показаться наиболее оптимальным, так как позволяет избавиться от системы интегро-дифференциальных уравнений относительно оригиналов путем замены системой алгебраических уравнений относительно их изображений. Однако существуют сложности в разработке алгоритма обратного перехода изображения к оригиналу. К тому же при автоматизации такого метода должны решаться сопутствующие весьма трудоемкие задачи.

Наиболее удобным для алгоритмизации является метод переменных состояния. Интегрирование дифференциальных уравнений, составленных методом переменных состояния, представленных в форме Коши, целесообразно выполнять численными методами с помощью различных циклических алгоритмов решения такого рода уравнений.

Основная часть

Математическая задача расчета переходного процесса сводится к решению дифференциальных уравнений, составленных для цепи после коммутации на основе законов Кирхгофа, методов контурных токов или другими методами и компонентными уравнениями. Поскольку закон изменения токов и напряжений в цепи при переходном процессе неизвестен и подлежит определению, то связи между током и напряжением на катушке и конденсаторе необходимо включать в уравнение цепи в общей форме [2]:

$$u_L = L\frac{di_L}{dt}\,;\ i_C = C\frac{du_C}{dt}\,. \qquad (1)$$

Величины i_L и u_C, характеризующие изменение тока в индуктивности и напряжения на емкости, принято называть переменными состояния.

На первом этапе решения переходных процессов численными методами необходимо рассчитать значения начальных условий (искомых токов и напряжений) в момент времени $t = 0$ непосредственно после коммутации, определяющих однозначное решение этих дифференциальных уравнений.

Рассмотрим алгоритм формирования систем дифференциальных уравнений на примере схемы электроснабжения, созданной в разработанном авторами программном комплексе «Электро-Расчет» (рис. 1).

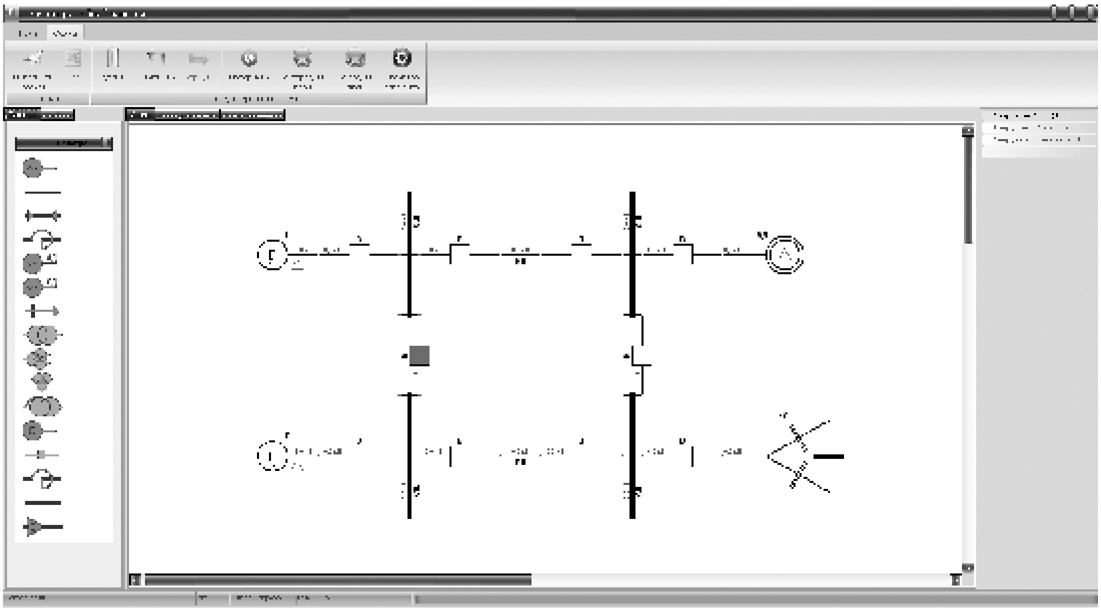

Рис. 1. Расчетный пример схемы электроснабжения

Предположим, что в точке подключения компенсирующего устройства и асинхронного двигателя происходит трехфазное короткое замыкание. При этом схема замещения расчетной схемы электроснабжения примет вид, представленный на рис. 2.

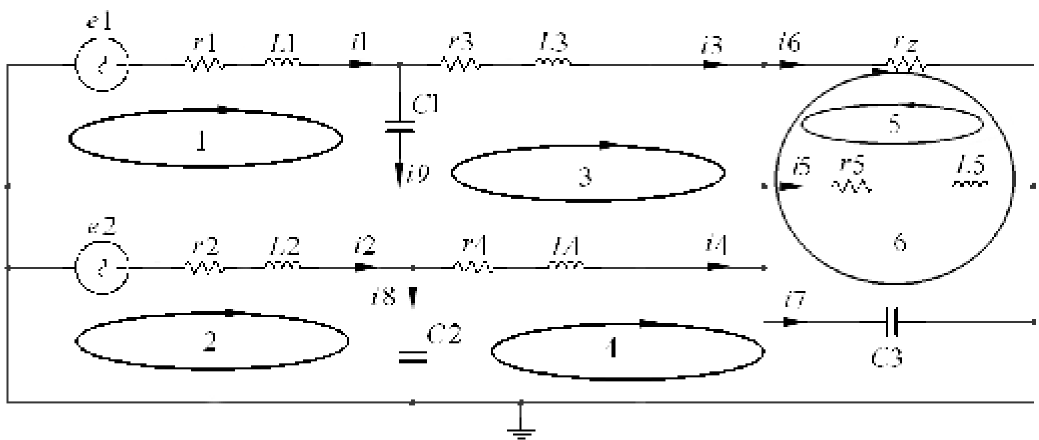

Рис. 2. Схема замещения рассматриваемого примера

Формирование систем дифференциальных уравнений базируется на использовании уравнений Кирхгофа и компонентных уравнений. Поэтому на первом этапе построения системы уравнений определяется количество узлов (У = 4) и ветвей (В = 9) в расчетной схеме. Рассчитывается число взаимно независимых уравнений, составленных на основании первого закона Кирхгофа:

$$C = \text{У} - 1 = 4 - 1 = 3. \qquad (2)$$

Система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} i_1 - i_3 - i_9 = 0 \\ i_2 - i_8 - i_4 = 0 \\ i_3 + i_4 - i_6 - i_5 - i_7 = 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений токи и напряжения, не относящиеся к реактивным элементам, должны быть выражены через переменные состояния, характеризующие систему. Однако такого рода преобразования, позволяющие заменять не реактивные токи и напряжения через переменные состояния, в ряде случаев достаточно сложно алгоритмизировать.

Отличительной чертой предлагаемого метода расчета переходных процессов является дифференцирование уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа. Такой подход позволяет избежать операций по замене нереактивных токов переменными состояния и получить систему дифференциальных уравнений всех токов в цепи:

$$\begin{cases} \dfrac{di_1}{dt} - \dfrac{di_3}{dt} - \dfrac{di_9}{dt} = 0 \\ \dfrac{di_2}{dt} - \dfrac{di_8}{dt} - \dfrac{di_4}{dt} = 0 \\ \dfrac{di_3}{dt} + \dfrac{di_4}{dt} - \dfrac{di_6}{dt} - \dfrac{di_5}{dt} - \dfrac{di_7}{dt} = 0. \end{cases} \tag{4}$$

Определяется необходимое количество уравнений второго закона Кирхгофа:

$$K = \text{В} - (\text{У} - 1) = 9 - (4 - 1) = 6. \tag{5}$$

При составлении уравнений второго закона Кирхгофа контуры должны выбираться таким образом, чтобы были включены все индуктивности схемы, а количество неизвестных первых производных токов в данной системе должно быть не меньше, чем:

$$Y = x_{ni} - (\text{У} - 1), \tag{6}$$

где x_{ni} – общее количество неизвестных токов в схеме; У – количество узлов в расчетной схеме.

Это условие необходимо для того, чтобы количество искомых переменных (первых производных токов) было не меньше количества уравнений для рассматриваемого примера:

$$Y = 9 - (4 - 1) = 6. \tag{7}$$

Система уравнений, составленная по второму закону Кирхгофа, примет вид:

$$\begin{cases} r_1 \cdot i_1 + L_1 \dfrac{di_1}{dt} + u_{C1} = e_1 \\ r_2 \cdot i_2 + L_2 \dfrac{di_2}{dt} + u_{C2} = e_2 \\ r_4 \cdot i_4 + L_4 \dfrac{di_4}{dt} + u_{C3} - u_{C2} = 0 \\ r_5 \cdot i_5 + L_5 \dfrac{di_5}{dt} - r_Z \cdot i_6 = 0 \\ r_3 \cdot i_3 + L_3 \dfrac{di_3}{dt} - r_4 \cdot i_4 + L_4 \dfrac{di_4}{dt} - r_2 \cdot i_2 + L_2 \dfrac{di_2}{dt} - u_{C1} = -e_2 \\ r_Z \cdot i_6 - u_{C3} = 0. \end{cases} \tag{8}$$

Полученная система уравнений не соответствует требованию (7), поскольку количество первых производных токов $Y = 5$. Для получения необходимого количества искомых переменных в системе производится дифференцирование уравнений, не содержащих производных ($r_Z \cdot i_6 - u_{C3} = 0$).

Определяется количество емкостных элементов в схеме, соответствующее количеству компонентных уравнений. Компонентными уравнениями являются уравнения, характеризующие изменение напряжения на емкости во времени. Составление этих уравнений предлагается для приведения системы дифференциальных уравнений состояния к первому порядку:

$$\begin{cases} \dfrac{du_{C1}}{dt} = \dfrac{i_9}{C1} \\ \dfrac{du_{C2}}{dt} = \dfrac{i_8}{C2} \\ \dfrac{du_{C3}}{dt} = \dfrac{i_7}{C3}. \end{cases} \tag{9}$$

Первые производные токов в системе заменим переменными $y_1, y_2 \ldots y_9$, а производные напряжений $\dfrac{du_{C1}}{dt}$, $\dfrac{du_{C2}}{dt}$, $\dfrac{du_{C3}}{dt}$ на переменные y_{10}, y_{11}, y_{12}. Тогда система уравнений всей цепи примет вид:

$$\begin{cases} y_1 - y_3 - y_9 = 0 \\ y_2 - y_8 - y_4 = 0 \\ y_3 + y_4 - y_6 - y_5 - y_7 = 0 \\ r_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot y_1 + u_{C1} = e_1 \\ r_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot y_2 + u_{C2} = e_2 \\ r_4 \cdot i_4 + L_4 \cdot y_4 + u_{C3} - u_{C2} = 0 \\ r_5 \cdot i_5 + L_5 \cdot y_5 - r_Z \cdot i_6 = 0 \\ r_3 \cdot i_3 + L_3 \cdot y_3 - r_4 \cdot i_4 + L_4 \cdot y_4 - r_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot y_2 - u_{C1} = -e_2 \\ r_Z \cdot y_6 - y_{12} = 0 \\ y_{10} = \dfrac{i_9}{C1} \\ y_{11} = \dfrac{i_8}{C2} \\ y_{12} = \dfrac{i_7}{C3}. \end{cases} \tag{10}$$

На данном этапе основной задачей является приведение уравнений к форме Коши. Для реализации такой задачи предлагается применять символьное решение уравнений относительно первых производных токов и напряжений схемы, решая систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} a_{11} \cdot y_1 + a_{12} \cdot y_2 \ldots a_{1n} \cdot y_n = b_1 \\ a_{21} \cdot y_1 + a_{22} \cdot y_2 \ldots a_{2n} \cdot y_n = b_1 \\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots\ldots \\ a_{m1} \cdot y_1 + a_{m2} \cdot y_2 \ldots a_{mn} \cdot y_n = b_m, \end{cases} \tag{11}$$

где a_{1n} – коэффициенты, содержащие численные значения сопротивлений и индуктивностей схемы; b_m – коэффициенты, содержащие численные значения источников питания и символьные значения переменных состояния схемы.

Таким образом, для символьного решения такой системы уравнения необходимо соблюдение следующих правил:

– при составлении уравнений второго закона Кирхгофа контуры должны выбираться таким образом, чтобы были включены все индуктивности схемы;

– количество неизвестных первых производных в сформированной системе уравнений второго закона Кирхгофа должно удовлетворять условию (7);

– уравнения, составленные по второму закону Кирхгофа и не содержащие производных токов, должны быть продифференцированы;

– параллельное соединение любых однотипных элементов должно быть заменено эквивалентным сопротивлением, тем самым уменьшится количество неизвестных в системе уравнения.

Решение сформированных уравнений должно сводиться к следующей системе:

$$\begin{cases} \dfrac{dx_1}{dt} = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 ... a_{1n} \cdot x_n + f_1 \\ \dfrac{dx_2}{dt} = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 ... a_{2n} \cdot x_n + f_2 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \dfrac{dx_n}{dt} = a_{m1} \cdot x_1 + a_{m2} \cdot x_2 ... a_{mn} \cdot x_n + f_n, \end{cases} \qquad (12)$$

где f_n – значения напряжений источников питания $(f_n = \sin(\omega t + \psi))$.

Решение данной системы уравнений производится путем численного интегрирования неизвестных. Существует большое количество различных алгоритмов численного интегрирования уравнений, записанных в форме Коши, из которых наиболее простыми являются одношаговые. В одношаговых методах искомые величины в момент времени t_k определяются по уже найденным значениям на предыдущем шаге. Наиболее простым из одношаговых является метод Рунге-Кутта первого порядка.

Заключение

Разработан алгоритм формирования систем дифференциальных уравнений первого порядка для определения параметров переходных процессов в электрических цепях, отличительной чертой которого является дифференцирование уравнений, составленных по первому закону Кирхгофа. Такой подход позволяет получить систему уравнений, содержащую производные токов всей цепи, и избежать преобразований по замене нереактивных токов на переменные состояния расчетной схемы электроснабжения.

Литература

1. Худяков, В. В. Повышение надежности электрических сетей / В. В. Худяков // Электротехника. – 2011. – № 9. – С. 6–11.
2. Мартынов, В. А. Математическая модель несимметричных переходных процессов электрической машины / В. А. Мартынов // Электричество. – 2006. – № 12. – С. 40–45.

Получено 07.02.2012 г.