

УДК 539.6:666.151

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОВЕДЕНИЯ ЖИДКОСТИ В УЗКОМ ЗАЗОРЕ С ЦЕЛЬЮ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАСКЛИНИВАЮЩИХ ЖИДКОСТЕЙ ДЛЯ РЕЗКИ СТЕКЛА

И. И. ЗЛОТНИКОВ, П. А. ХИЛО

Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет им. П. О. Сухого»,  
Республика Беларусь

### Введение

Наиболее общим способом расчета молекулярных сил взаимодействия двух твердых поверхностей диэлектриков является электромагнитная теория Е. М. Лифшица, развитая в работах [1], [2]. В данных работах с помощью квантовой теории поля было получено общее выражение для силы  $F$ , действующей на единицу площади каждого из двух конденсированных тел, которые разделены зазором шириной  $l$ , заполненным третьей средой.

Когда зазор между телами  $l$  мал по сравнению с длинами волн  $\lambda$ , характерными для спектров поглощения взаимодействующих тел, а температуры малы, т. е. выполняется условие  $kT \ll \hbar\omega$ , формула для силы взаимодействия согласно данной теории может быть представлена в следующем виде [1]:

$$F(l) = \frac{\hbar}{8\pi^2 l^3} \int_0^\infty \frac{[\varepsilon_1(i\xi) - \varepsilon_3(i\xi)][\varepsilon_2(i\xi) - \varepsilon_3(i\xi)]}{[\varepsilon_1(i\xi) + \varepsilon_3(i\xi)][\varepsilon_2(i\xi) + \varepsilon_3(i\xi)]} d\xi, \quad (1)$$

где  $\varepsilon_{1,2,3}(i\xi)$  – диэлектрические проницаемости рассматриваемых веществ, зависящие от мнимой частоты  $i\xi$ , которые связаны с мнимой частью комплексной диэлектрической проницаемости вещества  $\varepsilon''(\omega)$  соотношением Крамерса–Кронига [1], [2]:

$$\varepsilon(i\xi) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \frac{\varepsilon''(\omega)\omega}{\omega^2 + \xi^2} d\omega. \quad (2)$$

Однако конкретные аналитические зависимости  $\varepsilon_{1,2,3}(i\xi)$  или  $\varepsilon''(\omega)$  плохо известны для большинства материалов, поэтому для практического использования рекомендуется применять различные приближенные формулы. В частности в монографии [3] рекомендуется при расчетах силы взаимодействия учитывать поглощение только в области оптических частот (видимая и ближайшие ультрафиолетовая и инфракрасная области спектра) и использовать формулу

$$F(l) = \frac{\hbar}{16\pi l^3 \sqrt{2}} \frac{\omega_0 (n_1^2 - n_3^2)(n_2^2 - n_3^2)}{(n_1^2 + n_3^2)^{1/2} (n_2^2 + n_3^2)^{1/2} [(n_1^2 + n_3^2)^{1/2} + (n_2^2 + n_3^2)^{1/2}]}, \quad (3)$$

где  $n_{1,2,3}$  – показатели преломления соответствующих диэлектриков;  $\omega_0$  – главная частота, на которой происходит основное поглощение всех трех диэлектриков.

Авторами данной статьи в работе [4] была предпринята попытка экспериментальной проверки пригодности данной формулы для практического применения с целью прогнозирования перспективности использования различных жидкостей в качестве расклинивающих жидкостей для резки стекла. При резке стекла оба взаимодействующих твердых тела одинаковы (стенки микротрещины, образующиеся в стекле под режущим инструментом), поэтому формула (3) принимает вид:

$$F(l) = \frac{\hbar}{32\pi l^3 \sqrt{2}} \frac{\omega_0 (n_1^2 - n_3^2)^2}{(n_1^2 + n_3^2)^{3/2}}, \quad (4)$$

где  $n_1$  – показатель преломления стекла;  $n_3$  – показатель преломления расклинивающей жидкости в области рассматриваемых частот поглощения. Из данной формулы следует, что при условии  $n_1 = n_3$  сила взаимодействия образующихся при резке новых поверхностей стекла будет минимальна и жидкость, таким образом, обеспечит максимальный расклинивающий эффект.

### Постановка вопроса

Сравнивая показатели преломления различных жидкостей и стекла и используя формулу (4), можно сделать вывод, что такие жидкости как вода, ацетон, этиловый спирт не могут найти применения в качестве основы расклинивающей жидкости для резки стекла, так как у них показатели преломления значительно ниже, чем у стекла. В то же время бензол, сольвент, скипидар и многие масла пригодны с точки зрения рассмотренной выше формулы в качестве жидкостей для резки стекла. На основании этих выводов авторами была предложена рецептура расклинивающей жидкости для резки стекла [5].

Однако существуют жидкости, например глицерин, показатель которого ( $n = 1,47$ ) в точности совпадает с показателем преломления многих сортов стекол ( $n = 1,46-1,48$ ), но который совершенно не эффективен в качестве компонента расклинивающей жидкости, а тем более ее основы. В то же время керосин очень хорошо зарекомендовал себя при резке стекла [6], хотя его показатель преломления ( $n = 1,448$ ) значительно отличается от показателя преломления стекла. Из этого следует, что формула (4) является слишком приближенной, не отражает всех особенностей молекулярного взаимодействия, происходящего в узком зазоре между стеклянными поверхностями, заполненном жидкостью, и требует дальнейшего уточнения.

В связи с вышеизложенным, была предпринята попытка более детального анализа поведения жидкости в узком зазоре и вывода более точных аналитических зависимостей, связывающих силу молекулярного взаимодействия поверхностей и их диэлектрические и оптические характеристики.

### Анализ поведения жидкости в узком зазоре

Диэлектрики, в том числе и рассматриваемые жидкости, поглощают электромагнитное излучение селективно – их спектры поглощения имеют вид полос той или иной ширины и интенсивности. Для точного описания взаимодействия диэлектриков необходимо знание функции  $\varepsilon''(\omega)$  в широком спектральном диапазоне, которое согласно формуле (2) позволило бы найти функцию  $\varepsilon(i\xi)$ , после подстановки которой в формулу (1) была бы вычислена и сила взаимодействия поверхностей.

В оптическом диапазоне частот  $\omega = 10^{12}-10^{15}$  Гц (инфракрасная, видимая и ультрафиолетовая области) полную информацию о функции  $\varepsilon''(\omega)$  можно получить из спектров поглощения этих материалов.

Для этого, используя закон Бугера, можно найти коэффициент поглощения вещества  $\mu$  на интересующей частоте  $\omega_0$ :  $\mu(\omega_0) = \frac{1}{l} \ln \frac{I_0}{I}$ , где  $l$  – толщина слоя поглощающего вещества,  $I_0/I$  – относительная степень поглощения электромагнитного излучения, и по нему определить показатель поглощения  $\kappa(\omega_0) = \frac{\mu(\omega_0)c}{2\omega_0}$ , где  $c$  – скорость света. Затем по формуле  $\varepsilon'' = 2\kappa$ , выбирая значения показателя преломления  $n$  для соответствующего частотного диапазона и пренебрегая его аномальностью в полосе поглощения, получить приближенные значения функции  $\varepsilon''(\omega)$ .

Как отмечалось выше, спектры поглощения диэлектриков имеют вид полос, где наряду с широкими областями прозрачности существуют зоны поглощения. Если пренебречь имеющимся малым поглощением на участках прозрачности, а в полосе поглощения ее значение считать постоянным  $\varepsilon''(\omega) = \text{const}$ , то спектр диэлектрика будет состоять из ряда прямоугольных полос различной ширины и высоты. Принятое допущение позволяет перейти в формуле Крамерса-Кронига (2) от интегрирования по бесконечной области к интегралу с конечными пределами. Если в первом приближении считать, что у диэлектрика сильное поглощение происходит в пределах только одной полосы частот от  $\omega_0$  до  $\omega_0 + \Delta\omega$ , то, переходя к интегрированию в этих пределах и учитывая, что  $\varepsilon''(\omega) = \text{const}$ , в рассматриваемом диапазоне частот получаем:

$$\varepsilon(i\xi) = 1 + \frac{2}{\pi} \int_{\omega_0}^{\omega_0 + \Delta\omega} \frac{\varepsilon''(\omega)\omega}{\omega^2 + \xi^2} d\omega = 1 + \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon''(\omega)}{2} \ln \left( 1 + \frac{2\omega_0\Delta\omega}{\omega_0^2 + \xi^2} \right). \quad (5)$$

Учитывая, что величина  $\frac{2\omega_0\Delta\omega}{\omega_0^2 + \xi^2} \ll 1$  в рассматриваемом диапазоне оптических частот и используя известное соотношение  $\ln(1+x) \approx x$ , справедливое при  $x \ll 1$ , окончательно получаем:

$$\varepsilon(i\xi) = 1 + \frac{2}{\pi} \frac{\varepsilon''(\omega) \omega_0 \Delta\omega}{\omega_0^2 + \xi^2}. \quad (6)$$

Если у рассматриваемых материалов сильное поглощение происходит не на одной частоте  $\omega_0$ , а на нескольких, то в формуле (6) их вклад будет суммироваться. В этом случае получаем выражение

$$\varepsilon(i\xi) = 1 + \frac{2}{\pi} \sum_n \varepsilon''(\omega_n) \frac{\omega_n \Delta\omega_n}{\omega_n^2 + \xi^2}, \quad (7)$$

где  $n$  – число полос поглощения данного вещества;  $\omega_n$  – частота начала  $n$ -й полосы поглощения;  $\Delta\omega_n$  – ширина полосы поглощения;  $\varepsilon''(\omega_n)$  – значение  $\varepsilon''(\omega) = \text{const}$  внутри  $n$ -й полосы поглощения.

Проведенный переход дает возможность проводить оценку вклада отдельных спектральных областей, отдельных полос поглощения в диэлектрическую проницаемость материала и, соответственно, в силу взаимодействия. При этом более четко видна роль индивидуальных свойств материалов, связанных с их молекулярным строением, химическим составом и структурой, определяющих интенсивность и положение в спектре полос поглощения.

Теперь подставим полученное выражение для функции  $\varepsilon(i\xi)$  (6), т. е. ограничившись предположением об одной полосе сильного поглощения, в формулу (1). Будем рассматривать случай, когда взаимодействуют два одинаковых твердых тела, между которыми находится тонкая прослойка третьего вещества. Это соответствует поставленной в данной статье цели о поведении расклинивающей жидкости в узком зазоре магистральной трещины стекла.

Тогда получаем выражение

$$F(l) = \frac{\hbar}{8\pi^2 l^3} \int_0^\infty \left( \frac{\frac{\varepsilon_1'' \omega_{01} \Delta \omega_1}{\omega_{01}^2 + \xi^2} - \frac{\varepsilon_3'' \omega_{03} \Delta \omega_3}{\omega_{03}^2 + \xi^2}}{\pi + \frac{\varepsilon_1'' \omega_{01} \Delta \omega_1}{\omega_{01}^2 + \xi^2} + \frac{\varepsilon_3'' \omega_{03} \Delta \omega_3}{\omega_{03}^2 + \xi^2}} \right)^2 d\xi, \quad (8)$$

где обозначено  $\varepsilon'' = \varepsilon''(\omega)$ , индекс 1 относится к стеклянным поверхностям, индекс 3 к жидкости, находящейся между ними.

Используя эту формулу, следует считать частоты, на которые приходится максимум основной полосы поглощения, одинаковыми у всех взаимодействующих тел  $\omega_{01} = \omega_{03} = \omega_0$ . Это соответствует тому факту, что основной вклад во взаимодействие тел вносят только перекрывающиеся полосы поглощения всех трех диэлектриков [3], [7]. Тогда  $\Delta \omega_1 = \Delta \omega_2 = \Delta \omega$  есть ни что иное, как ширина зоны перекрытия полос поглощения взаимодействующих диэлектриков.

С учетом этого формула (8) принимает вид:

$$F(l) = \frac{\hbar}{8\pi^2 l^3} \int_0^\infty \left( \frac{\frac{\varepsilon_1'' \omega_0 \Delta \omega}{\omega_0^2 + \xi^2} - \frac{\varepsilon_3'' \omega_0 \Delta \omega}{\omega_0^2 + \xi^2}}{\pi + \frac{\varepsilon_1'' \omega_0 \Delta \omega}{\omega_0^2 + \xi^2} + \frac{\varepsilon_3'' \omega_0 \Delta \omega}{\omega_0^2 + \xi^2}} \right)^2 d\xi. \quad (9)$$

После преобразований получаем:

$$F(l) = \frac{\hbar}{8\pi^2 l^3} \omega_0^2 \Delta \omega^2 (\varepsilon_1'' - \varepsilon_3'')^2 \int_0^\infty \frac{d\xi}{(\pi \omega_0^2 + \omega_0 \Delta \omega (\varepsilon_1'' + \varepsilon_3'') + \pi \xi^2)^2}. \quad (10)$$

Проведя интегрирование, находим силу взаимодействия двух одинаковых диэлектриков (стекла), разделенных тонким слоем третьего диэлектрика (жидкости):

$$F(l) = \frac{\hbar}{32l^3} \frac{\omega_0^2 \Delta \omega^2 (\varepsilon_1'' - \varepsilon_3'')^2}{[\pi^2 \omega_0^2 + \pi \omega_0 \Delta \omega (\varepsilon_1'' + \varepsilon_3'')]^{3/2}}. \quad (11)$$

Из полученной формулы видно, что сила взаимодействия будет минимальной,  $F \rightarrow 0$ , если  $\varepsilon_1'' \rightarrow \varepsilon_3''$  и/или  $\Delta \omega \rightarrow 0$  (область перекрытия полос поглощения минимальна или ее вообще нет).

Для качественного прогнозирования влияния жидкости, находящейся в узком зазоре, на силу взаимодействия твердых поверхностей формулу (11) можно еще более упростить. Так как  $\omega_0^2$  значительно больше произведения  $\omega_0 \Delta \omega$ , а величина суммы  $(\varepsilon_1'' + \varepsilon_3'')$  не может превышать для диэлектриков значения в несколько единиц даже для частоты аномального поглощения, то вторым слагаемым в знаменателе формулы (11) можно пренебречь:

$$F(l) = \frac{\hbar}{32\pi^3 l^3} \frac{\Delta\omega^2 (\varepsilon_1'' - \varepsilon_3'')^2}{\omega_0} \quad (12)$$

Учитывая, что  $\varepsilon'' = 2\kappa$ , окончательно получаем:

$$F(l) = \frac{\hbar}{8\pi^3 l^3} \frac{\Delta\omega^2 (n_1 \kappa_1 - n_2 \kappa_2)^2}{\omega_0} \quad (13)$$

Сравнение формул (4) и (13) показывает, что сила взаимодействия двух поверхностей диэлектрика, разделенных тонким слоем жидкости, зависит не только от отношения между коэффициентами преломления диэлектриков и жидкости, но и от степени поглощения этих веществ. А кроме того, в значительной мере определяется шириной зоны перекрытия полос поглощения твердого тела и жидкости. Полученная формула в форме (12) позволяет прогнозировать силу притяжения не только прозрачных, но и непрозрачных диэлектриков.

Проанализируем возможность применения полученных результатов для практической оценки перспективности использования конкретных жидкостей при резке стекла. В качестве жидкостей возьмем упоминавшиеся выше глицерин и керосин (смесь предельных углеводородов фракции C<sub>10</sub>–C<sub>15</sub>).

Сила притяжения двух стеклянных поверхностей, разделенных слоем жидкости, как отмечалось ранее, будет зависеть от того, как и в какой области спектра перекрываются полосы поглощения этих веществ и от интенсивности этих полос. Из законов теплового излучения следует, что максимум спектральной плотности излучательности  $r_{\lambda,T}$  тел при температуре  $T = 300$  К приходится на длину волны  $\lambda_{\max} \approx 10$  мкм, т. е. основной вклад в межмолекулярное взаимодействие вносит инфракрасное излучение тел.

Оценим интервал длин волн, в котором следует учитывать возможность перекрытия полос поглощения взаимодействующих тел. В коротковолновой области спектра следует ограничиться длиной волны  $\lambda_1 = 4$  мкм, так как при более коротких волнах (включая видимый свет), во-первых, стекло практически полностью прозрачно, а во-вторых, как следует из формулы Планка, интенсивность спектральной плотности излучательности быстро уменьшается при  $\lambda < \lambda_{\max}$ . Так, если  $r_{\lambda=10 \text{ мкм}, T=300 \text{ К}} = 2,7 \cdot 10^7$  Вт/м<sup>3</sup>, то  $r_{\lambda=4 \text{ мкм}, T=300 \text{ К}} = 2,2 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>3</sup> и далее уменьшается еще быстрее. В длинноволновой области ИК спектра целесообразно ограничиться длиной волны  $\lambda_2 = 20$  мкм (волновое число  $\nu \approx 500$  см<sup>-1</sup>), так как и предельные углеводороды, входящие в состав керосина, и глицерин не имеют выраженных полос поглощения в более длинноволновой области [8]–[10], а кроме того, исходя из формулы Планка, интенсивность спектральной плотности излучательности при  $\lambda_2 = 20$  мкм многократно снижается по сравнению с  $\lambda_{\max}$ .

В выбранной области (4–20 мкм) обычное стекло становится практически непрозрачным для инфракрасных лучей. Что касается керосина и глицерина, то на рис. 1 приведены спектры поглощения додекана C<sub>12</sub>H<sub>26</sub> – средней фракции составляющих керосин углеводородов и глицерина (1,2,3-пропантрила), взятые из источника [10].

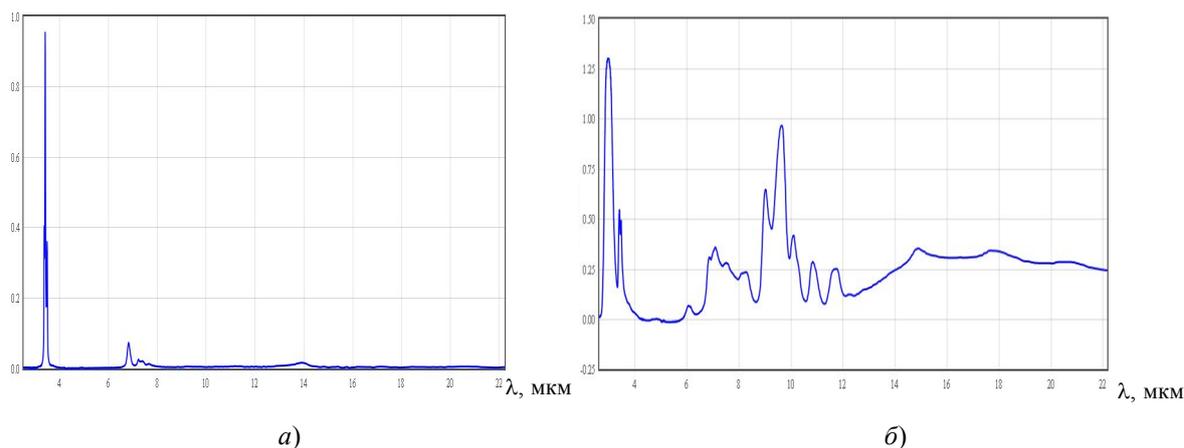


Рис. 1. Спектры поглощения (в относительных единицах) додекана (а) и глицерина (б) в инфракрасном диапазоне длин волн

Как следует из анализа приведенных спектров, углеводороды, составляющие основу керосина, практически не имеют полос поглощения в рассматриваемом диапазоне длин волн (4–20 мкм), не считая очень слабой полосы поглощения с максимумом около 7 мкм. (Интенсивная полоса поглощения с максимумом около 3 мкм попадает в область прозрачности стекла.) Следовательно, будучи помещенным в узкий зазор между стеклянными поверхностями, керосин обеспечит крайне малую силу их притяжения. Напротив, глицерин во всей рассматриваемой области имеет высокую степень поглощения, что и создает большую силу притяжения стеклянных поверхностей. Это и объясняет непригодность глицерина при его применении в качестве технологической жидкости для резки стекла.

Таким образом, даже качественный анализ спектров поглощения веществ, основанный на выводах, следующих из формулы (13), позволяет успешно прогнозировать их пригодность для использования в качестве расклинивающих жидкостей для резки стекла.

### Заключение

Таким образом, чтобы находящаяся в узком зазоре жидкость обеспечивала минимальную силу притяжения твердых поверхностей (в частности поверхностей трещины, растущей под режущим инструментом в стекле), необходимо:

1) отсутствие взаимно перекрывающихся полос поглощения в спектрах твердого тела и жидкости, а при невозможности обеспечения этого условия ширина зоны перекрытия полос должна быть минимально возможной;

2) если взаимное перекрытие полос имеется, то поглощающая способность жидкости и твердого тела должна быть одинаковой, что можно оценить, сравнивая величины  $\varepsilon'' = 2nk$  для обоих диэлектриков в зоне поглощения.

### Литература

1. Дзялошинский, И. Е. Общая теория ван-дер-ваальсовых сил / И. Е. Дзялошинский, Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский // Успехи физ. наук. – 1961. – Т. 73, вып. 3. – С. 381–422.
2. Ландау, Л. Д. Электродинамика сплошных сред / Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. – М.: Наука, 1982. – 624 с.
3. Israelichvili, J. N. Intermolecular and Surface Forces. – London: Academic Press, 1991. – 450 с.

4. Хило, П. А. Учет молекулярного взаимодействия при разработке расклинивающих жидкостей для резки стекла / П. А. Хило, И. И. Злотников // Вестн. Гомел. гос. техн. ун-та им. П. О. Сухого. – 2011. – № 4. – С. 53–58.
5. Жидкость для резки стекла : пат. № 11485 РБ, МПК С 03В 33/00 / П. Д. Петрашенко, И. И. Злотников, П. А. Хило, Ю. П. Петрашенко // Афіц. бюл. – 2008. – № 6.
6. Овчинникова, Е. И. Оптимальные параметры резки стекла твердосплавным роликом / Е. И. Овчинникова, В. А. Литвинов, Т. А. Хазова // Стекло и керамика. – 1984. – № 1. – С. 12–14.
7. Левин, М. Н. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике / М. Н. Левин, С. М. Рытов. – М. : Наука, 1967. – 308 с.
8. Инфракрасные спектры поглощения полимеров и вспомогательных веществ / под ред. В. М. Чулановского. – Л. : Химия, 1969. – 356 с.
9. Купцов, А. Х. Фурье-спектры комбинационного рассеяния и инфракрасного поглощения полимеров : справочник / А. Х. Купцов, Г. Н. Жижин. – М. : Физматлит, 2001. – 656 с.
10. Сайт Национального института стандартов и технологии США. – Режим доступа: <http://webbook.nist.gov/cgi/cbook.cgi?>

*Получено 15.10.2013 г.*