

АВТОНОМНАЯ ВЕТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ УСТАНОВКА (АВЭУ) С МАКСИМАЛЬНЫМ УРОВНЕМ КОНВЕРСИИ ЭНЕРГИИ ВЕТРА

ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ВЕТРОТУРБИНЫ И РЕЖИМОВ ЕЕ РАБОТЫ. РЕЖИМ МАКСИМАЛЬНОГО УРОВНЯ КОНВЕРСИИ ВЕТРОВОЙ ЭНЕРГИИ

Ю.А. КАШИН

*Учреждение образования «Гомельский государственный
университет имени Франциска Скорины»,
Республика Беларусь*

Р.Е. КАШИНА

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П.О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Используя гипотезы и результаты нашей работы [1], сформулируем и обсудим их некоторые следствия, полезные для рационального выбора параметров проектируемой ветротурбины и режимов ее эксплуатации.

Аэродинамический процесс взаимодействия воздушного потока и решетки лопастей турбины считаем осесимметричным, стационарным, ось вращения турбины, ориентированной по направлению ветра, и пусть $U \in [0, U^*]$ – его скорость; ρ – плотность воздуха; $r \in [R_0, R_1]$ – кольцо рабочей зоны турбины, заштрихованное ее лопастями;

$$S_\phi = \pi(R_1^2 - R_0^2) \quad (1)$$

– ее площадь; ω – ее угловая скорость;

$$Y_1 = \omega R_1 / U \quad (2)$$

– коэффициент ее быстроходности;

$$V = \omega r \quad (3)$$

– скорость лопасти в точке r ее радиуса вращения; n – количество лопастей; h – длина хорды профиля лопасти (ширина развертки лопасти) в этой точке; C – сила давления ветра на рабочую зону турбины; H – развиваемая ею мощность; C_C – коэффициент давления ветра на турбину; C_H – ее удельный коэффициент мощности.

Для описания состояния рассматриваемой аэродинамической системы в каждой точке рабочей зоны используем следующие безразмерные величины:

$$y = V/U = rY_1/R_1 \in [Y_0, Y_1] \quad (4)$$

– локальный коэффициент быстроходности турбины, $Y_0 = \omega R_0 / U$;

$$\lambda = nh/2\pi r \quad (5)$$

– локальный коэффициент ее геометрической плотности; σ – локальный коэффициент остаточной скорости поступательного (аксиального) движения, прошедшего через плоскость турбин воздушного потока; c_c – локальный коэффициент давления ветра на турбину; c_v – локальный коэффициент ее мощности; φ – локальное значение установочного угла профиля лопасти (относительно плоскости турбины); α – локальный угол атаки профиля лопасти.

Аэродинамические свойства лопастей считаем известными и заданными экспериментально установленными функциями

$$f_1 = f_1(\alpha), \quad f_2 = f_2(\alpha), \quad (6)$$

выражающими зависимости от α коэффициента лобового сопротивления f_1 и коэффициента подъемной силы f_2 данного профиля во всем секторе его рабочих углов атаки $\alpha \in [\alpha_0, \alpha_*]$, полагая при этом, что коэффициент аэродинамической силы f , коэффициент аэродинамического качества K и угол аэродинамического качества θ этого профиля определены соотношениями:

$$f = \sqrt{f_1^2(\alpha) + f_2^2(\alpha)}, \quad K = f_2(\alpha)/f_1(\alpha), \quad \theta = \text{arctg } K(\alpha) \quad (7)$$

и что α_0 – угол атаки нулевой подъемной силы; α_* – угол атаки максимальной подъемной силы; α^* – угол атаки наивысшего аэродинамического качества данного профиля:

$$f_2(\alpha_0) = 0 \quad (8)$$

$$f_2(\alpha_*) = \max_{\alpha \in [\alpha_0, \alpha_*]} f_2(\alpha) \quad (9)$$

$$K(\alpha) \in [0, K^*], \quad K^* = K(\alpha^*) = \max_{\alpha \in [\alpha_0, \alpha_*]} K(\alpha) \quad (10)$$

$$\theta(\alpha) \in [\theta^*, \pi/2], \quad \theta^* = \theta(\alpha^*) = \min_{\alpha \in [\alpha_0, \alpha_*]} \theta(\alpha). \quad (11)$$

Полученные в [1] уравнения состояния обсуждаемой системы запишем в форме, удобной для последующего анализа:

$$\varphi = \text{arctg} \frac{1 + \sigma - 2y/K}{y \left[1 + \frac{1}{yK} + \sqrt{1 + \frac{1 - \sigma^2}{y^2} + \frac{2y}{yK} + \frac{1}{y^2 K^2}} \right]} + \theta - \alpha, \quad (12)$$

$$\lambda = \frac{4 \sin^2(\varphi + \alpha)}{f \cos(\varphi + \alpha - \theta)} \frac{1 - \sigma}{1 + \sigma}, \quad (13)$$

$$c_c = 1 - \sigma^2, \quad (14)$$

$$c_v = \frac{(1 - \sigma^2)(1 + \sigma - 2y/K)}{1 + \frac{1}{yK} + \sqrt{1 + \frac{1 - \sigma^2}{y^2} + \frac{2\sigma}{yK} + \frac{1}{y^2 K^2}}}, \quad (15)$$

$$C = \frac{\rho U^2}{2} S_\phi C_c, \quad (16)$$

$$H = \frac{\rho U^3}{2} S_{\phi} C_H, \quad (17)$$

$$C_C = \frac{2}{Y_1^2 - Y_0^2} \int_{Y_0}^Y c_c y dy, \quad (18)$$

$$C_H = \frac{2}{Y_1^2 - Y_0^2} \int_{Y_0}^Y c_v y dy. \quad (19)$$

Режимом максимального уровня конверсии ветровой энергии для турбин с данным профилем их лопастей будем называть такой режим их работы, при котором в каждой точке рабочей зоны реализуется максимально возможное значение локального коэффициента мощности c_v .

Непосредственно из структуры формулы (15) легко установить, что

$$\partial c_v(y, \sigma, K) / \partial K > 0. \quad (20)$$

Это означает, что, при прочих равных условиях, для увеличения полезного эффекта работы турбины необходимо увеличивать значение K .

При использовании лопастей данного профиля, характеризуемого соотношениями (6)–(11), максимально возможным является значение $K = K^* = K(\alpha^*)$. Следовательно, только режим работы турбины с углом атаки наивысшего аэродинамического качества $\alpha = \alpha^*$ профиля ее лопастей во всех точках рабочей зоны является обсуждаемым экстремальным режимом работы этой турбины. При этом всюду одинаковыми будут значения $f^* = f(\alpha^*)$ и $\theta^* = \arctg K^*$.

Для оценки эффекта различных мер оптимизации найдем теоретическую верхнюю грань c_v^0 значений c_v , определяемую обсуждаемой моделью турбины. Для этого предположим, что для лопастей турбины принят некий гипотетический профиль с нулевым лобовым сопротивлением, т. е. такой, что при $\alpha \in (\alpha_0, \alpha_*)$ $f_1(\alpha) = 0$ и $K(\alpha) = \infty$. Тогда формулой (15) будет определена зависимость

$$c_v = \frac{(1 - \sigma^2)(1 + \sigma)}{1 + \sqrt{1 + \frac{1 - \sigma^2}{y^2}}},$$

исследуя которую находим, что

$$c_v^0 = \sup c_v(y, \tau) = \lim_{y \rightarrow \infty, \sigma \rightarrow 1/3} c_v(y, \tau) = 16/27. \quad (21)$$

При этом, согласно (14), соответствующий локальный коэффициент давления

$$c_C^0 = \lim_{\sigma \rightarrow 1/3} (1 - \sigma^2) = 8/9. \quad (22)$$

Отметим, что эти значения c_v^0 и c_C^0 совпадают с известными аналогичными удельными значениями C_H^0 и C_C^0 идеальной ветротурбины, работающей в режиме максимального уровня конверсии ветровой энергии [2], [3]. Отметим также, что в основу этой теории идеальной турбины заложена гипотеза о полном превращении конвертируемой ветровой энергии в полезную работу, т. е. гипотеза о КПД процесса преобразования энергии, равном 1.

Учтем теперь требования, предъявляемые к проектируемой турбине. Допустим, что техническим заданием на ее проект оговорена предельно допустимая сила $[C_\phi]$ ветрового давления на рабочую зону турбины и соответствующая ей пороговая скорость ветра $U_\phi \in [0, U^*]$. При этом турбина должна быть исполнена так, чтобы ее мощность H была максимальной и при умеренном ветре, когда

$$U \in [0, U_\phi], \quad C(U) \leq C(U_\phi) = [C_\phi] \quad (23)$$

и при сильном ветре, когда

$$U \in [U_\phi, U^*], \quad C(U) = [C_\phi]. \quad (24)$$

Кроме того, предположим, что авторами проекта для лопастей выбран некоторый известный аэродинамический профиль с известными зависимостями (6)–(11) и что ими, по неким конструктивным соображениям, предварительно назначены значение длины корневого участка лопастей R_0 и их количество n , которые подлежат последующему уточнению.

Начальным этапом создания этой турбины примем этап изучения возможности такого варианта ее исполнения, чтобы при умеренном ветре эта турбина работала в режиме максимального уровня конверсии ветровой энергии. Соответственно этому, при $U \leq U_\phi$ принимаем $K = K^*$ и соотношение (15) далее рассматриваем функцией вида

$$c_v = c_v(y, \sigma, K^*) \quad (25)$$

с данным параметром K^* . В системе координат $Oy\sigma c_v$ этой функцией определена поверхность $\Sigma^* = \Sigma(K^*)$, область которой со значениями $c_v \geq 0$ имеет форму куполообразной оболочки, натянутой на треугольник $y \in [0, (1 + \sigma)K^*/2]$, $\sigma = 1$, $c_v = 0$. На рис. 1 изображен практически значимый участок такой поверхности, построенный по формуле (15) при $K^* = 64$.

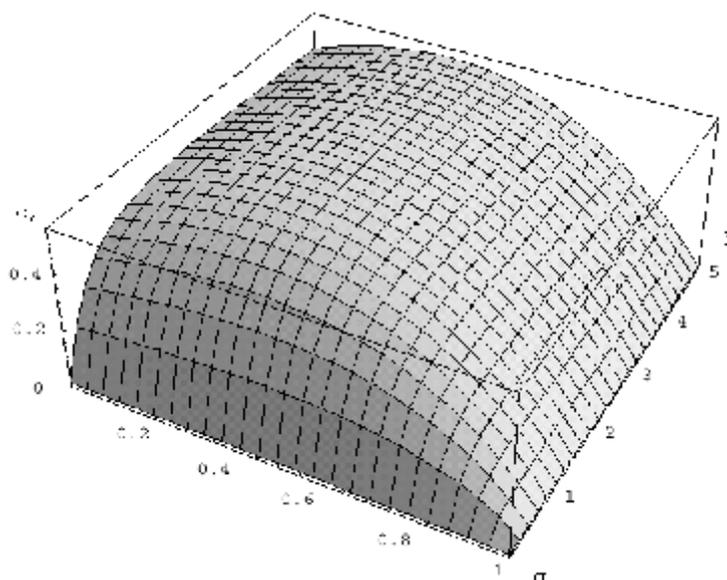


Рис. 1. График функции $c_v = c_v(y, \sigma, K)$ при $K = 64$

Сечениями этой поверхности плоскостями $y = \text{const}$ являются опирающиеся на плоскость $c_v = 0$ дуги гладких кривых, плотное множество вершин которых образуют линию «хребта» поверхности Σ^* – гладкую кривую $\Gamma^* = \Gamma(K^*)$, координатами точек

которой определяется условие достижения обсуждаемого режима. Согласно данному определению, эти координаты должны удовлетворять уравнению

$$\partial c_v(y, \sigma, K^*) / \partial \sigma = 0,$$

которое далее будем рассматривать необходимым условием осуществления данного режима. Полагая, что

$$\sigma = \sigma(y, K^*) \quad (26)$$

является действительным решением уравнения (25), будем утверждать, что этим уравнением определено при данном K^* в каждой точке y рабочей зоны значение коэффициента σ , которое необходимо для достижения соответствующего максимально возможного значения

$$c_v = c_v(y, \sigma(y, K^*), K^*) = \tilde{c}_v(y, K^*). \quad (27)$$

Этой функцией на плоскости $Oy c_v$ определяется кривая $\Delta^* = \Delta(K^*)$, которая является проекцией на эту плоскость кривой Γ^* . Характер зависимости функции (27) от y и K^* иллюстрируют изображенные на рис. 2 графики кривых $\Delta_i^* = \Delta(K_i^*)$, $i = \overline{0, 8}$, построенные по названному алгоритму при $K_i^* = 2^i$.

Стационарное максимальное значение функций

$$c_v^* = c_v(K^*) = \tilde{c}_v(y^*, K^*) = \max_{y \in [0, (1+\sigma)K^*/2], \sigma \in [0, 1]} c_v(y, \sigma, K^*) \quad (28)$$

достигается при зависящем только от K^* значении локального коэффициента быстроходности

$$y^* = y(K^*). \quad (29)$$

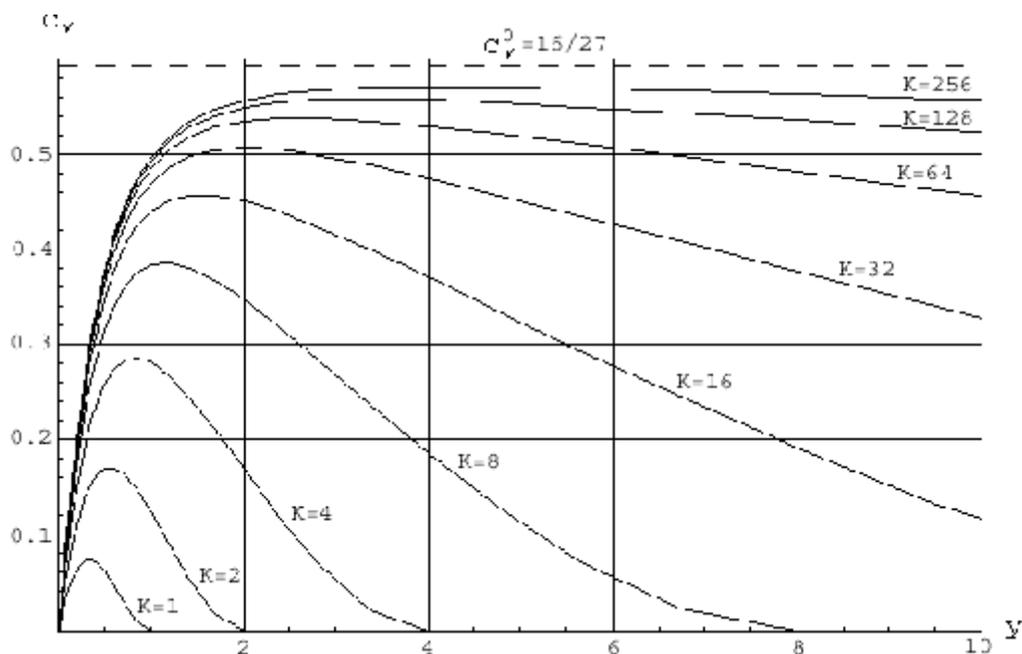


Рис. 2. График функции $c_v = \tilde{c}_v(y, K)$ при различных значениях K

Для функции (28) окрестность точки $y = y^*$, $\sigma = \sigma^* = \sigma(y^*, K^*)$ является той окрестностью, где локализованы близкие к c_v^* значения $c_v(y, \sigma, K^*)$, наиболее соответствующие достижению максимально возможного полезного эффекта.

При выполнении условия (27) строго определенными оказываются все локальные характеристики аэродинамического процесса. Из (14) и (29) следует, что

$$c_c = c_c(y, K^*) = 1 - \sigma^2(y, K^*). \quad (30)$$

Тогда, при выполнении зависимостей (14), (15), (26) и (27), формулу (12) можно преобразовать к виду

$$\varphi = \gamma(y, K^*) - \alpha^*, \quad (31)$$

где

$$\gamma(y, K^*) = \arctg \frac{\tilde{c}_v(y, K^*)}{yc_c(y, K^*)} + \theta^*. \quad (32)$$

Затем, производя соответствующие замены в формуле (13), получим соответствующую функциональную зависимость

$$\lambda = \psi(y, K^*, f^*) \quad (33)$$

для расчета коэффициента геометрической плотности турбины.

На рис. 3 изображены графики функций (26), (27), (30) и (31), построенные их численным исследованием при $K^* = 64$.

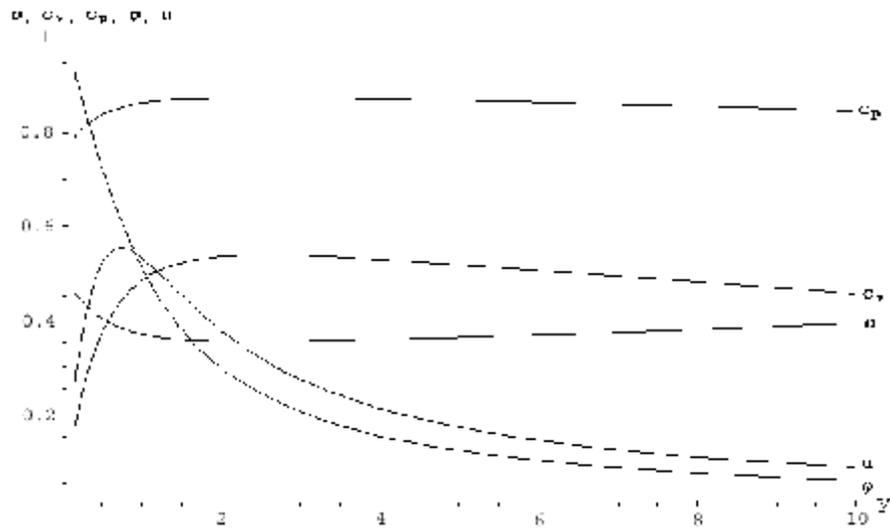


Рис. 3. Графики зависимости локальных характеристик режима максимального уровня конверсии ветровой энергии $\sigma, c_v, c_p, \varphi$ и u от $y = rY_0^*/R_0$ при $K = 64$

При выполнении условия (27) квадратурной формулой (19) определяется функциональная зависимость вида

$$C_H = C_H(Y_1, Y_0, K^*). \quad (34)$$

Если

$$C_H^* = C_H(Y_1^*, Y_0, K^*) = \max_{Y_1 > Y_0} C_H(Y_1, Y_0, K^*), \quad (35)$$

то соответствующее значение

$$Y_1^* = Y_1(Y_0, K^*) \quad (36)$$

будет тем коэффициентом быстроходности данной турбины с данными Y_0 и K^* , при котором достигается максимально возможное значение удельного коэффициента мощности этой турбины C_H^* .

Значение Y_1^* является решением уравнения

$$\int_{Y_0}^{Y_1^*} \tilde{c}_v(y, K^*) y dy = \frac{(Y_1^{*2} - Y_0^2) \tilde{c}_v(Y_1^*, K^*)}{2} \quad (37)$$

таким, что $y^* \in [Y_0, Y_1^*]$. При этом формула (19) принимает вид

$$C_H^* = \tilde{c}_v(Y_1^*, K^*). \quad (38)$$

При выполнении условий (27) и (37) квадратурной формулой (18) определяется соответствующее значение коэффициента давления турбины

$$C_C^* = C_p(Y_0, K^*) = \frac{2}{Y_1^{*2} - Y_0^2} \int_{Y_0}^{Y_1^*} [1 - \sigma^2(y, K^*)] y dy. \quad (39)$$

Далее полагаем, что при данном пороговом значении $U = U_\phi$

$$C = [C_\phi] = \frac{\rho U_\phi^2}{2} S_\phi C_C^*, \quad (40)$$

и что $R_1 = R_1^*$ – соответствующий радиус турбины, такой, что

$$\frac{R_0}{Y_0} = \frac{R_1^*}{Y_1^*}. \quad (41)$$

При этом

$$S_\phi = \pi(R_1^{*2} - R_0^2) = \pi \left(\frac{R_0}{Y_0} \right)^2 [Y_1^{*2} - Y_0^2] \quad (42)$$

и из соотношений (39) и (40) находим, что

$$\frac{1}{Y_0^2} \int_{Y_0}^{Y_1^*} [1 - \sigma^2(y, K^*)] y dy = \frac{[C_\phi]}{\pi \rho U_\phi^2 R_0^2}. \quad (43)$$

Решением Y_0^* , удовлетворяющим этому уравнению, определяются угловая скорость вращения турбины

$$\omega^* = Y_0^* U_\phi / R_0 \quad (44)$$

и линейная зависимость

$$y = r Y_0^* / R_0. \quad (45)$$

Это позволяет рассматривать изображенные на рис. 3 графики как графики распределений характеристик обсуждаемого экстремального режима в функции реального радиуса $r = y R_0 / Y_0^* \in [R_0, R_1^*]$.

При подстановке значения (45) в (31), (32) и (33) находим радиальное распределение установочного угла лопасти:

$$\varphi = \varphi(r) = \gamma(rY_0^*/R_0^*, K^*) - \alpha^* \quad (46)$$

и радиальное распределение коэффициента геометрической плотности турбины:

$$\lambda = \lambda(r) = \psi(rY_0^*/R_0^*, K^*, f^*). \quad (47)$$

Для установления оптимальной формы отдельной лопасти остается задать количество лопастей n и по формуле (5) найти соответствующий закон радиального распределения

$$h = 2\pi r \lambda(r) / n. \quad (48)$$

Если же положить, что

$$h = Au(y, K^*, f^*), \quad (49)$$

где

$$A = 2\pi R_0^* / n Y_0^*, \quad (50)$$

то функцией

$$u = u(y, K^*, f^*) = y\psi(y, K^*, f^*) \quad (51)$$

будет определена зависимость, в инвариантной форме описывающая характер изменения ширины лопастей во всей области возможных изменений $y = rY_0^*/R_0^*$. График этой функции при $K^* = 64$ и $f^* = 1$ изображен соответствующей кривой на рис. 3.

Резюмируя изложенное, заключаем, что обсуждаемые аналитические зависимости параметров состояния системы воздушный поток – ветротурбина позволяют выразить уровень конверсии энергии ветра этой турбиной через характеристики аэродинамического качества ее лопастей, через параметры их формы и ориентации и через уровень возмущения ветрового потока этими лопастями. При этом параметры режима максимального уровня конверсии ветровой энергии данной турбиной определяются характеристиками наивысшего аэродинамического качества применяемого профиля ее лопастей.

Литература

1. Кашин, Ю.А. Автономная ветроэнергетическая установка (АВЭУ) с максимальным уровнем конверсии энергии ветра. Математическая модель ветротурбины /Ю.А. Кашин, Р.Е. Кашина //Вестник ГГТУ им. П.О. Сухого. – 2004. – № 3.
2. Жуковский, Н.Е. Ветряная мельница типа НЕЖ /Н.Е. Жуковский //Собрание сочинений. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1950. – Т. 7. – 334 с.
3. Твайделл, Дж. Возобновляемые источники энергии /Дж. Твайделл, А. Уэйр. – М.: Энергоатомиздат, 1990. – 392 с.

Получено 15.12.2004 г.