

## **ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ТЕПЛООБМЕНА ПРИ КИПЕНИИ НА НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ**

**О.Д. АСЕНЧИК, А.В. ОВСЯННИК, М.Н. НОВИКОВ**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П.О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

### **Введение**

При исследовании теплоотдачи ребристых труб работы по этой проблеме можно разделить на две группы: к первой группе относятся аналитические решения задачи о теплопроводности в ребре. Для этого делается целый ряд допущений, в том числе и допущения о равномерности распределения коэффициента теплоотдачи по поверхности ребра, что, как это показано в целом ряде работ, не соответствует действительности.

Ко второй группе относятся экспериментальные исследования теплообмена пучков ребристых труб. Определяются приведенные коэффициенты теплоотдачи, в которые входят как конвективная составляющая теплообмена, так и теплопроводность самих ребер. Способ определения приведенных коэффициентов теплоотдачи, получивший широкое распространение, имеет существенный недостаток – усложняется задача составления обобщенного метода расчета теплообмена ребристых пучков.

### **1. Постановка задачи**

В рассматриваемой модели [1], описывающей теплообмен при развитом кипении на оребренной поверхности, были сделаны следующие допущения:

1. Тепловой поток и температура в ребре постоянны во времени.
2. Материал ребра однороден, коэффициент теплопроводности одинаков во всех направлениях и постоянен.
3. Температура среды, окружающей ребро, постоянна.
4. Толщина ребра мала по сравнению с его высотой, поэтому температурными градиентами по толщине ребра можно пренебречь.
5. Температура в основании ребра однородна.
6. Термическое сопротивление между ребром и основной поверхностью отсутствует.
7. Источники и стоки тепла внутри ребра отсутствуют.
8. Тепловой поток между ребром и окружающей средой пропорционален температурному напору между ними.
9. Коэффициент теплоотдачи является величиной переменной по высоте ребра.

### **2. Численное решение уравнения теплопроводности**

#### ***Продольное ребро***

Основное уравнение, описывающее процесс теплообмена, представляет собой нелинейное неоднородное уравнение теплопроводности:

$$\frac{d}{dX} \left( f_2(X) \frac{dT(X)}{dX} \right) = (C + pT(X))T(X)^3, \quad (1)$$

где  $T(X)$  – зависимость температуры от расстояния от вершины ребра (начало отсчета – вершина ребра);  $C, p$  – константы, зависящие от теплофизических параметров.

Функция  $f_2(X)$ , определяющая форму ребра, выбиралась в виде:

$$f_2(X) = \frac{\delta_0}{2b} X^n, \quad (2)$$

где  $\delta_0, b$  – толщина ребра в основании и высота ребра.

Принимая  $n = 0$ , мы получим прямоугольное в продольном сечении ребро,  $n = 1$  – треугольное ребро,  $n = 2$  – параболическое ребро.

Краевые условия для заданного уравнения выбирались следующим образом:

$$\frac{dT(X)}{dX} \Big|_{X=X_0} = CT(X_0), T(1) = 1, \quad (3)$$

где  $X_0 \rightarrow 0$  – малая величина, введенная для устранения особенности в точке  $X = 0$ ,  $C$  – постоянная, зависящая от теплофизических параметров.

### **Поперечное ребро**

Исходное уравнение

$$\frac{d}{dR} (2\pi X f_2(X) \frac{dT(X)}{dX}) = (C + \frac{pT(X)}{X}) T(X)^3, \quad (4)$$

где  $T(X)$  – зависимость безразмерной температуры от радиуса ребра  $X$  (начало отсчета – основание ребра),  $C, p$  – константы, зависящие от теплофизических параметров.

Функция  $f_2(X)$ , определяющая форму ребра, выбиралась в виде:

$$f_2(X) = \frac{\delta_0}{2b} \begin{cases} 1 & \text{если } n = 0 \\ (1 + X_0)^n - X^n & \text{если } n > 0. \end{cases} \quad (5)$$

Принимая  $n = 0$ , мы получим прямоугольное в продольном сечении ребро,  $n = 1$  – треугольное ребро,  $n = 2$  – параболическое ребро.

Краевые условия для заданного уравнения (4) выбирались следующим образом:

$$T(X_0) = 1, \frac{dT(X)}{dX} \Big|_{X=1+X_0} = -CT(1+X_0), \quad (6)$$

где  $X_0$  – расстояние от оси ребра до его основания;  $C$  – постоянная, зависящая от теплофизических параметров.

Решение задач (1)–(3) и (4)–(6) было получено численно. Для этого использовались соответствующие библиотеки математического пакета Maple, предназначенные для решения краевых задач и основанные на использовании метода конечных разностей с экстраполяцией Рихардсона [2, 3].

Значения коэффициентов, непосредственно входящие в постановку краевой задачи (1)–(3) и использованные при численном решении, были следующие:  $C = 0,089$ ,  $p = 1,32 \cdot 10^{-7}$ ,  $\delta_0/b = 1/3$ . Длина ребра  $L/b$  выбиралась равной  $2\pi$ . Значения коэффициентов, непосредственно входящие в постановку краевой задачи (4)–(5) и использованные при численном решении, были следующие:  $C = 0,957$ ;  $p = 1,42 \cdot 10^{-6}$ ;  $\frac{\delta_0}{b} = \frac{1}{3}$ ;  $X_0 = 1$ . В качестве охлаждающей жидкости был выбран ацетон, теплофизические свойства которого (необходимые для определения коэффициентов в уравнении) определялись по [4].

Решение рассмотренных задач позволило получить следующие зависимости для охлаждающего ребра:

- $T(X)$  – зависимость относительной температуры ребра от расстояния до вершины при различной форме ребра ( $n = 0, 1, 2$ );
- $q(X) = \frac{\lambda}{b} T_0 (C + pT(X)) T(X)^3$  – зависимость подводимого количества теплоты к участку ребра, находящемуся на расстоянии  $X$  от вершины (рис. 2) при различной форме ребра ( $n = 0, 1, 2$ ), где  $T_0$  – разница температуры основания и температуры кипящей жидкости при  $X \rightarrow \infty$ ;
- $\alpha(X) = \frac{\lambda}{b} (C + pT(X)) T(X)^2$  – зависимость коэффициента теплоотдачи от расстояния от вершины при различной форме ребра ( $n = 0, 1, 2$ );

Параметрическая зависимость коэффициента теплоотдачи  $\alpha(X)$  от  $q(X)$  – подводимого количества теплоты при различной форме ребра ( $n = 0, 1, 2$ ).

Полученные расчетные зависимости удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными работы [5], что иллюстрируется на рис. 1–2.

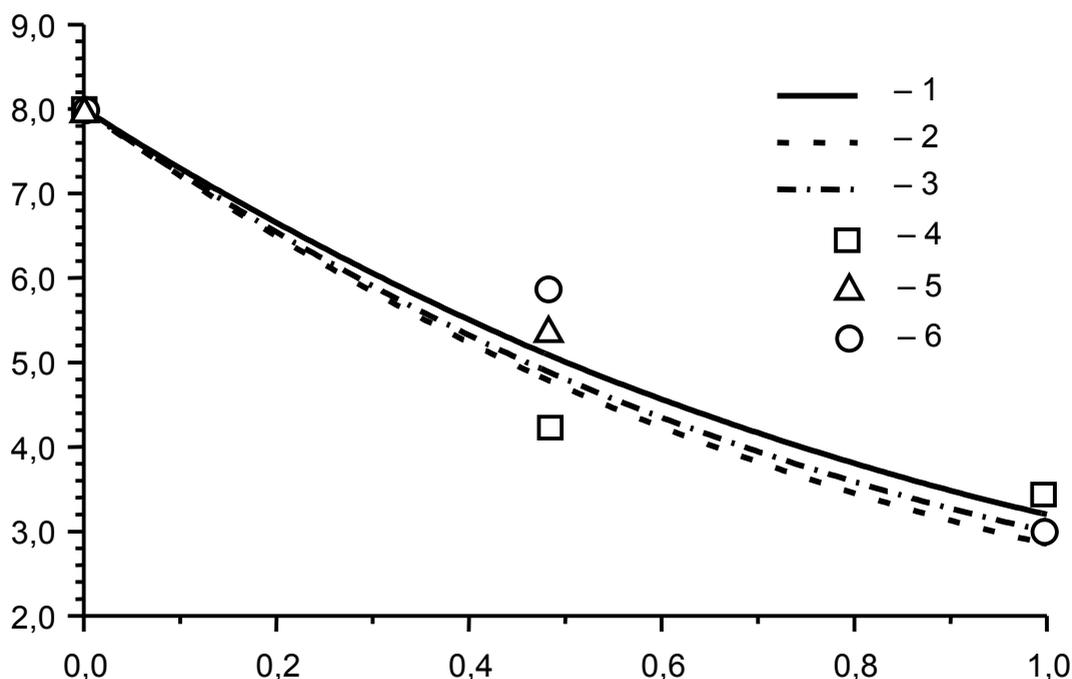


Рис. 1. График зависимости абсолютной разности температур по высоте поперечного ребра при различной форме ребра (1 – расчет при  $n = 0$ ; 2 – расчет при  $n = 1$ ; 3 – расчет при  $n = 2$ ; 4 – эксперимент, прямоугольное ( $\delta_0 = 2$  мм,  $b = 12,5$  мм); 5 – эксперимент, треугольное ( $\delta_0 = 4$  мм,  $b = 12,5$  мм); 6 – эксперимент, параболическое ( $\delta_0 = 4$  мм,  $b = 12,5$  мм)) и  $T_0 = 8$  °C

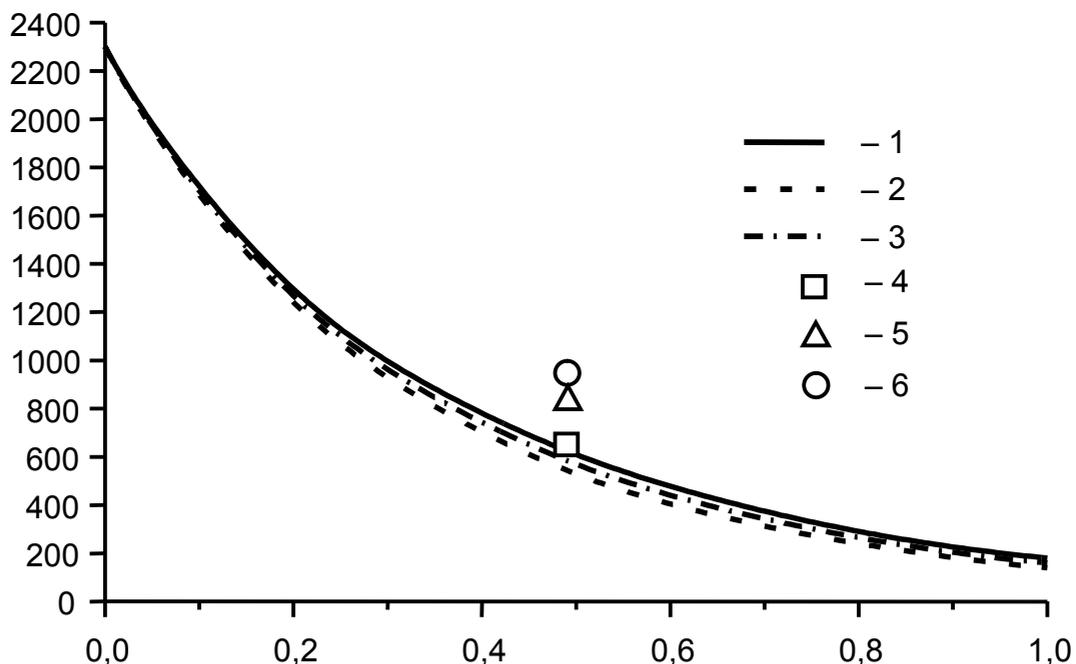


Рис. 2. График зависимости коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  поперечного ребра, находящегося на расстоянии  $X$  от вершины при различной форме ребра. Обозначения те же, что и на рис. 1

### Заключение

Решение уравнений модели теплообмена, полученное численным путем при граничных условиях первого и второго рода в основании ребра и третьего рода на вершине ребра, позволяет получить распределение температур и коэффициентов теплоотдачи по высоте ребра. Результаты расчета удовлетворительно согласуются с экспериментом.

### Литература

1. Овсянник А.В. Модель процессов теплообмена при кипении жидкостей //Труды 5-го Минского международного форума по тепло- и массообмену. – Минск: ГНУ ИТМО НАНБ, 2004. – Т. 2. – 10 с.
2. U. Ascher, R. Mattheij, and R. Russell. «Numerical Solution of Boundary Value Problems for Ordinary Differential Equations.» SIAM Classics in Applied Mathematics 13 (1995).
3. U. Ascher and L. Petzold. «Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations» SIAM, Philadelphia, 1998.
4. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.
5. Овсянник А.В., Новиков М.Н. Исследование теплоотдачи при кипении ацетона и этилового спирта на оребренной поверхности //Холодильная техника и технология. – 2003. – № 5(85). – С. 23-28.

Получено 22.07.2004 г.