МОДИФИКАЦИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

В.И. Луковников, Д.А. Хабибуллин, А.Е. Спорик

Гомельский политехнический институт им.Л.О. Сухого, Беларусь

Системы автоматического управления (САУ), работающие на несущей переменного тока, использующие модуляцию-демодуляцию, имеющие нелинейности типа "степень" или "произведение", а также самонастраивающиеся, объединяет то, что их сигналы представляются в виде произведения, по меньшей мере двух временных функций, хотя бы одна из которых является периодической.

Традиционный подход к моделированию таких САУ, заключающийся в использовании одномерного интегрального преобразования Лапласа, обладает методической слабостью, заключающейся в необходимости вычисления интеграла свертки.

Этот недостаток можно устранить с помощью многомерного преобразования Лапласа , модифицируя его на класс функций вида

$$f(t_1,t_2,...,t_n)=\prod_{k=1}^{n} f_k(t_k), \tag{1}$$

поскольку изображение их

$$L\left\{\prod_{k=1}^{n} f_k(t_k)\right\}=\prod_{k=1}^{n} L\left\{f_k(t_k)\right\}. \tag{2}$$

Научная идея данного метода заключается в первоначальном переходе от одномерной естественной временной области с переменной t к многомерной искусственной временной области с независимыми переменными $t_1, t_2,...,t_n$, принадлежащими различным сомножителям (1), последующем использовании изображений по модифицированному многомерному преобразованию Лапласа и обратном переходе к оригиналам в одномерной естественной временной области.

В данной работе для модифицированного преобразования Лапласа функций многих переменных, представляемых в виде произведения функций отдельных переменных, обоснованы свойства линейности, запаздывания (опережения), смещения и подобия, доказаны теоремы о дифференцировании (интегрировании) оригиналов и изображений, о переходе к одной переменной в области изображений.

Для моделирования САУ по разработанному методу получены передаточные функции линейных типовых динамических звеньев и узла из последовательного соединения модулятора, линейного четырехполюсника и демодулятора, доказаны основные правила структурных преобразований и найдены принципы анализа и синтеза САУ по показателям качества.

С целью иллюстрации работоспособности метода без использования интеграла свертки, определим выходной сигнал модулирующе-демодулирующего дифференцирующего звена, когда входной и опорные сигналы являются гармоническими функциями различных частот $U_{вх} = U_m \sin\Omega\, t$, $U_{мод} = U_{дем} = 1\ \sin wt$.

Для случая представления модулятора и демодулятора идеальными перемножающими блоками эта задача достаточно просто решается в естественной одномерной временной области

$$U_{\text{вых}}(t)=\frac{d}{dt}\left[U_{\text{вх}}(t)\cdot U_{\text{мод}}(t)\right]\cdot U_{\text{дем}}(t)=$$
$$=U_m\Omega\cdot Coswt\left[Cos\Omega t\cdot Coswt-\frac{w}{\Omega}Sin\Omega t\cdot Sinwt\right] \qquad (3)$$

Следуя изложенному методу, введем искусственные переменные t_1,t_2,t_3, различные и независимые для входного $U_{\text{вх}}(t_1)$ и опорных $U_{\text{мод}}(t_2)$,$U_{\text{ДЕМ}}(t_3)$ сигналов. Тогда модифицированное трехмерное преобразование по Лапласу выходного сигнала согласно (2) будет

$$U_{\text{вых}}(p_1,p_2,p_3)=U_m\cdot\frac{\Omega}{p_1^2+\Omega^2}\cdot\frac{p_2}{p_2^2+\omega^2}\cdot(p_1+p_2)\cdot\frac{p_3}{p_3^2+\omega^2}, \qquad (4)$$

где (p_1+p_2) - двухмерная передаточная функция дифференцирующего звена.

Записывая (4) в виде

$$U_{\text{вых}}(p_1,p_2,p_3)=U_m\cdot\Omega\cdot\frac{p_3}{p_3^2+w^2}\cdot$$
$$\cdot\left[\left(\frac{p_1}{p_1^2+\Omega^2}\right)\cdot\left(\frac{p_2}{p_2^2+w^2}\right)+\left(\frac{1}{p_1^2+\Omega_1^2}\right)\cdot\left(\frac{p_2}{p_2^2+w^2}\right)\right]$$

и используя для независимых операторов p_1,p_2,p_3 известные оригиналы одномерного преобразования Лапласа, получим

$$U_{\text{вых}}(t_1,t_2,t_3)=U_m\cdot\Omega\cdot Cos\,\omega t_3\left[Cos\Omega t_1\cdot Cos\,\omega t_2-\frac{\omega}{\Omega}\cdot Sin\Omega t_1\cdot Sin\,\omega t_2\right],$$

что в одномерной области $t=t_1=t_2=t_3$ точно совпадает с (3).