К ВОПРОСУ О МИКРОКОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛОПЕРЕНОСЕ В МАГНИТНЫХ ЖИДКОСТЯХ

Н.И. Иванова, В.И. Шуликов
Гомельский политехнический институт им.П.О. Сухого, Беларусь

Микроконвективный теплоперенос (микроконвекция) в магнитных жидкостях исследовался в работах [1-4] и др. на основе концепции внутренних вращений; были развиты представления о микровихрях и обнаружена анизотропия теплопроводности. Микроконвекция возникает при движении магнитной жидкости во вращающемся магнитном поле при наличии заданного градиента температуры $\vec{A}$

Распределение температуры в различных областях микровихря описывается уравнением теплопроводности

$$\chi\Delta\, T = \vec{v}\nabla\, T\,, \tag{1}$$

где χ -- температуропроводность среды, скорость движения среды $\vec{v}$, по предположению, не зависит от температуры и определяется как

$$\vec{v} = (\vec{\omega}\times\vec{r})\; F(r)\,, \tag{2}$$

где $\vec{r}$ есть радиус-вектор точки наблюдения, $\vec{\omega}$ - угловая скорость вращения феррочастицы, $F(r)$ - функция, подлежащая определению из уравнений гидродинамики [5].

Температура зависит от векторов $\vec{r}, \vec{n} = \vec{\omega}/\omega, \vec{A}$ и, как скаляр, представляется в виде:

$$T(x,y,z) = \sum_{i=0}^{2}(\vec{B}_i\,\vec{r})\,\omega^i f_i(r)\,, \tag{3}$$

где $\vec{B}_0 = \vec{A},\ \vec{B}_1 = (\vec{A}\times\vec{n}),\ \vec{B}_2 = -\vec{A} + (\vec{A}\vec{n})\vec{n}$; $f_i(r)$ определяются в результате решения уравнения (1).

В нулевом приближении находим:

во внутренней области ($0<r<r_1$), r_1- радиус феррочастицы:

$$T^{(-)}_{(0)} = c^{(-)}_{1(0)}A_z z + c^{(-)}_{(0)}\sqrt{r'}\; J_{3/2}(\sqrt{4i\,P_1}\,r')(A_x x + A_y y)\,; \tag{4}$$

в подвижном слое, ($r_1<r<r_2$) :

$$T_{(0)}=(c_{1(0)}+b_{1(0)}\frac{1}{r'^3})A_z z+\sqrt{r'}(c_{(0)}I_3(\sqrt{4iP_2}\frac{1}{\sqrt{r'}})$$
$$+b_{(0)}K_3(\sqrt{4iP_2}\frac{1}{\sqrt{r'}}))(A_x x+A_y y) \tag{5}$$

во внешней области ($r_2<r<\infty$), r_2- радиус микровихря:

$$T_{(0)}^{(+)}=(c_{1(0)}^{(+)}+b_{1(0)}^{(+)}\frac{1}{r'^3})A_z z+(c_{(0)}^{(+)}+b_{(0)}^{(+)}\frac{1}{r'^3})(A_x x+A_y y), \tag{6}$$

где $r'=(r/r_1)$ — безразмерная переменная, $P_k=(\omega\cdot r_0^2/\chi_k)$ — число Пекле для данной среды ($k=1,2$), $I_n(x)$ и $K_n(x)$ — присоединенные функции Бесселя.

Поправки первого и второго порядка по числу Пекле находятся из уравнений:

$$\chi\,\Delta T_{(1)}=\vec{v}\,\nabla T_{(0)}\ ,\ \chi\,\Delta T_{(2)}=\vec{v}\,\nabla T_{(1)}\,. \tag{7}$$

Шесть постоянных интегрирования (c_i,b_i) в каждом порядке определяются из граничных условий:

$$T_{(i)}^{(-)}\Big|_{r=0}=const,\qquad T_{(i)}^{(+)}\Big|_{r\to\infty}=\vec{B}_{(i)}\,\vec{r}\ , \tag{8}$$

и граничных условий на границах раздела сред (условий «сшивания» решений), причем в каждом порядке надо положить $b_i^{(-)}=0, c_i^{(+)}=1$. Тепловой поток, связанный с вектором $\vec{B}_{(i)}$ усредненный по объему микровихря, определяется как:

$$\vec{q}_{(i)\text{ñð}}=\lambda\frac{1}{V}\int\limits_{(V)}grad\ T\,dV=\lambda\frac{1}{V}\oint\limits_{(S)}(\vec{B}_i\,\vec{r})\,\vec{n}_1\,f_i(r)\,dS=\lambda\vec{B}_i f_i(r_S)\,, \tag{9}$$

где λ-коэффициент теплопроводности магнитной жидкости, S -поверхность объема усреднения радиусом r_S, $\vec{n}_1$- внешняя нормаль к ней.

Подставляя в (9) значения функций $f_{(i)}(r)$, получаем:

$$q_{(i)\text{ñð}}=\lambda[B_{(i)z}\vec{k}(c_{1(i)}^{(+)}+b_{1(i)}^{(+)}\frac{1}{r_S'^3})+(B_{(i)x}\vec{i}+B_{(i)y}\vec{j})(c_{(i)}^{(+)}+b_{(i)}^{(+)}\frac{1}{r_S'^3})],\ c_{(i)}^{(+)}=1\,, \tag{10}$$

Поток на бесконечности, ($r\to\infty$),

$$\vec{q}_{(i)}=\lambda[B_{(i)z}\vec{k}+B_{(i)x}\vec{i}+B_{(i)y}\vec{j}]=\lambda\,\vec{B}_{(i)}\,, \tag{11}$$

или $\vec{q}_{(0)}=\lambda\,\vec{A},\quad \vec{q}_{(1)}=\lambda(\vec{A}\times\vec{n})\quad \vec{q}_{(2)}=\lambda\,\vec{B}_{(2)}$.

Общий тепловой поток : $\vec{q}=\vec{q}_{(0)}+\vec{q}_{(1)}+\vec{q}_{(2)}$.

Литература.

1. Баштовой В.Г., Вислович Л.Н., Кашевский Б.Э. Явления микроконвективного теплопереноса в жидкостях с внутренними вращениями. – ПМТФ, 1978. - N3. - С.88-93.

2. Кашевский Б.Э., Иванова Н.И., Теплоперенос внутренним вращением. : М.Г. –1985. - N3. - С. 48-52

3. Иванова Н.И. Шуликов В.И., Микроконвективный теплоперенос в намагничивающихся жидкостях., Материалы НТК «Современные проблемы машиноведения». : Гомель. –1996. - С.162-163.

4. Цеберс А.О. Некоторые особенности явлений переноса в суспензиях с внутренними вращениями. Прикладная математика и механика,1978.- Т. 42. - С.673-678.

5. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. - М.,1986.