ВЫБОР БАЗИСНЫХ ФУНКЦИЙ С НАИМЕНЬШЕЙ ЭНЕРГИЕЙ ЗА ПРЕДЕЛАМИ ЗАДАННОЙ ПОЛОСЫ

Б.А. Верига, И.В. Осипенко

Гомельский политехнический институт им. П.О. Сухого, Беларусь

Задача передачи максимальной информации в канале частотой полосы F сводится к максимальному использованию всей полосы каждой базисной функцией g(t) аппроксимации полезного сигнала f(t) или системой базисных функций {gn(t)}. Наилучшее использование канала достигается при спектрах базисных функций равномерно покрывающих полосу F, что подобно спектру "белого шума".

Математически задача эквивалентна согласно [1] построению некоторого оптимального базисного импульса g(t) заданного на конечном интервале времени [O, A_T] и имеющего минимальную относительную энергию

$$h_T = 1 - \frac{W_T}{W_T}$$

вне информационного промежутка Т по оси времени при минимальной относительной энергии

$$h_\Omega = 1 - \frac{W_\Omega}{W_0}$$

вне основной спектральной полосы Ω функции $g(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(t) \cdot e^{-jwt} dt$

Согласно [1] задача сводится к минимизации параметра $h_R = h_\Omega + R \cdot h_T$ **при R≥0**

$$W_T = \int_T g^2(t)dt \qquad W_\Omega = \int_\Omega g^2(w)dw$$

$$\text{и } W_0 = \int_{\infty}^{+\infty} g^2(t)dt = \int_{-\infty}^{\infty} g^2(w)dw$$

В [1] оптимальный импульс получаем численным методом и его достижимые параметры $h_T = 2.775 \cdot 10^{-3}$; $h_\Omega = 1.231 \cdot 10^{-3}$. При этом минимизация h_Ω имеет более важное значение.

Нами рассмотрен сигнал вида

$$g(t) = \frac{\sin N\gamma t}{2^m N \sin\gamma t}\cdot(1-\cos\gamma t)^m \qquad (1),$$

который на оси (-:[t[:) является периодическим и имеющим конечный дискретный спектр в полосе $(-N-m+1)\gamma \le \Omega \le (N+m-1)\gamma$

При ограничении сигнала (1) в пределах отрезка времени $t=[0, A\cdot T]$, $A>1$ спектр его становится непрерывным и неограниченным по ω.

Для сопоставимых с [1] значений $A = 10/3$; $\gamma = \pi/2$; $T = 1, 2$ получено

$N = 3$ $m = 2$ $h_T = 3.5\cdot10^{-3}$; $h_\Omega = 1.25\cdot10^{-3}$

Спектральная плотность $g^2(\omega)$ для $\omega>2\pi$ не превышает значения 0.01, что в полтора раза *ниже чем у исходного оптимального импульса.*

Таким образом,. сигнал базисных функций вида (1) определяется аналитическим выражением, может быть удобно и легко сформирован программными методами и имеет уровни помеховых составляющих практически не выше чем оптимальный импульс по В. А. Котельникову [1]. Использование такого способа разложения информационного сигнала позволяет по крайней мере в два раза повысить скорость информации по каналу полосы F в сравнении с принятыми методами кодирования. Особое преимущество рассмотренных базисных функций состоит в том, что они имеют периодические нули и экстремумы, что минимизирует взаимное влияние отсчетов и повышает помехоустойчивость при передаче информации.

Сравнение сигнала (1) с другими известными “узкополосными” базисными функциями вида:

$$g_2(t) = 2^{-m}\cdot\exp(-(t-t_0)^2/\sigma^2)\cdot(1-\cos\gamma t)^m$$ — колокольный импульс

$$g_3(t) = 2^{-m}\cdot P_N(t)\cdot(1-\cos\gamma t)^m$$

$P_N(t)$ — функция Лежандра (сферическая функция) порядка N показывает, что использование полосы канала в этих двух случаях не достигает 50%. Отсюда следует, что классический критерий “узкополосности” $\Delta\Omega\cdot\Delta T = \min$, устанавливаемый по ширине спектра $\Delta\Omega$ при длительности импульса ΔT не является оптимальным и следует исходить из критерия [1].

Литература

Котельников В.А. “Импульсы с наименьшей энергией в спектре за пределами заданной полосы” Радиотехника и электроника,1997.- Т.42. - N4. - С. 431-441.