

УДК 536.2

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПРИ НАГРЕВЕ МЕТАЛЛОВ

**И.А. КОНЦЕВОЙ**

*Учреждение образования «Гомельский государственный  
технический университет имени П.О. Сухого»,  
Республика Беларусь*

### Введение

Уникальные физические особенности лазерного излучения обусловили его применение в различных технологических процессах обработки материалов и веществ [1]. Для теоретических и практических исследований привлекательность этого явления объясняется локальностью воздействия и возможностью высокой концентрации энергии. При импульсном нагреве металла до высокой температуры его нестационарное тепловое поле проявляет специфические черты, обусловленные высокоинтенсивным характером поверхностного энергопереноса, и в ходе своей эволюции оно может проявлять гистерезисные свойства.

В работах [2-4] для рассмотрения динамического теплового гистерезиса (ДТГ) применялась классическая модель теплопроводности Фурье. Получены сведения о том, что в плоскости «тепловой поток – градиент температуры» необходимым образом существует петля гистерезиса, если: 1) интенсивность поверхностного источника энергии  $q_0(t)$  немонотонно зависит от времени; 2) тепловой процесс происходит в таком интервале температур, что эффективным образом проявляет себя температурная зависимость  $\lambda(T)$  коэффициента теплопроводности. Данная работа является продолжением исследований [2-4]. *Цель работы:* 1) изучить нестационарные свойства теплового поля металлического образца при воздействии на него высокоинтенсивного поверхностного источника энергии; 2) исследовать влияние параметров поверхностного источника энергии и характера зависимости  $\lambda(T)$  металлов на качественные и количественные особенности поведения петель ДТГ в плоскости «тепловой поток – градиент температуры».

### Постановка задачи

Металлическая пластина толщиной  $h$  имеет в начальный момент времени  $t = 0$  температуру  $T = T^0$ ; при  $t \geq 0$  правая граница  $x = h$  изотермическая  $T(h, t) = T_w \equiv T^0$ . На левую границу пластины  $x = 0$  действует тепловой поток  $q(0, t) = q_0(t)$ , моделирующий воздействие концентрированного потока энергии. Нагрев осуществляется в широком интервале температур, на котором нелинейные теплофизические свойства металла проявляют себя в полной мере (фазовые превращения не происходят).

Теплофизические свойства металла  $c(T)$ ,  $\lambda(T)$  на интервале температур  $[T_1, T_2]$  описываются полиномами третьей степени с постоянными коэффициентами. Построение этих полиномов осуществляется на основе справочных данных [5].

Математическая модель поставленной задачи приведена, например, в [2-4]. Рассматриваются поверхностные импульсы энергии треугольной, колоколообразной и трапециевидной временных форм. Все расчеты проводятся в безразмерных величинах. Приведение размерных величин к безразмерным приведено в [2].

### Метод решения

Решение поставленной задачи выполнено численным методом интегральных соотношений А.А. Дородницына [6]. Область интегрирования делится на пять полос:  $x_i = ih/5$ ,  $i = 0, 1, \dots, 5$ . Алгоритм решения позволяет учитывать поглотительную способность металла  $A(T) = A_0 + A_1T$ . Подробности построения схемы вычислений даны в [2, 3].

Производство энтропии подсчитываем по формуле

$$\sigma = q \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{T} \right).$$

Для характеристики нестационарных и нелинейных свойств теплопереноса применяем следующие критерии:

$$Q_i = \frac{q(x_i, t)h}{T^0 \lambda(T^0)}; \quad g_i = \frac{h}{T^0} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=x_i};$$

$$K[f] = \frac{P^{(2)}[f]}{\left[ 1 + (P^{(1)}[f])^2 \right]^{3/2}};$$

$$P^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - \bar{f}(x_0)}{x_2 - x_0}, \quad P^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - 2\bar{f}(x_1) + \bar{f}(x_0)}{(x_1 - x_0)^2},$$

$$\bar{f}(x_i) = f(T_i) / f(T^0), \quad T_i = T(x_i, t);$$

$$S_i = \frac{\sigma(x_i, t)}{\sigma^0}, \quad \sigma^0 = \frac{\lambda(T^0)}{h^2}.$$

Здесь  $Q$  – безразмерный тепловой поток,  $g$  – безразмерный градиент температуры,  $S$  – безразмерное производство энтропии. В качестве  $f(T)$  применяем теплофизические параметры  $\lambda(T)$  и  $a(T) = \lambda(T)/c(T)$ . Параметр кривизны  $K[f]$  относится к левой границе области. Параметры  $P^{(1)}[f]$ ,  $P^{(2)}[f]$  представляют собой конечно-разностные формулы для первой и второй производных изучаемых функций.

### Результаты расчетов

Расчеты выполнены для нескольких металлов (железо, молибден, вольфрам, никель, ванадий) с различным характером температурных зависимостей теплофизических свойств  $\lambda(T)$ ,  $c(T)$ . В качестве граничного теплового потока  $q_0(t)$  рассмотрены импульсы различных временных форм (рис. 1).

Основными характеристиками этих импульсов являются:

- максимальный тепловой поток  $q_{\max}$ ;
- время  $t = \tau_0$  достижения  $q_{\max} = q_0(\tau_0)$ ;
- длительность импульса  $\tau$ .

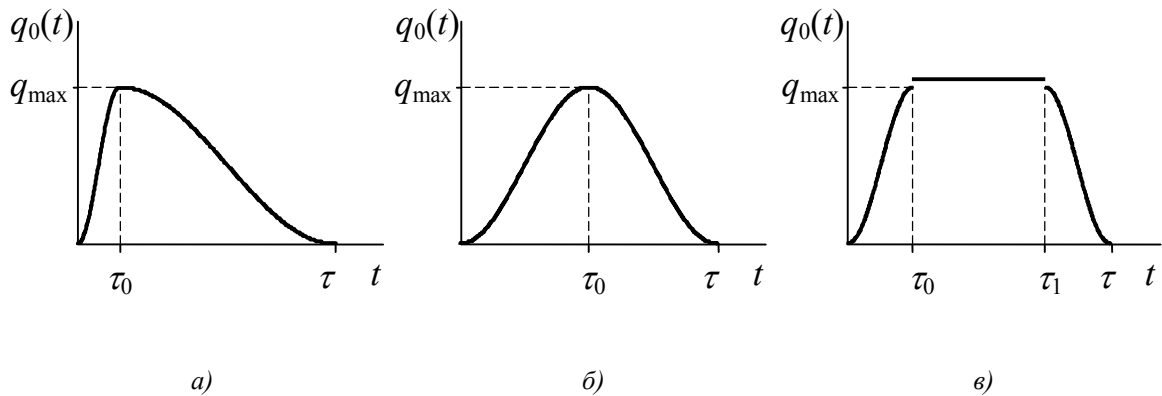


Рис. 1. Импульсы треугольной (а), колоколообразной (б) и трапециевидной (в) временных форм

Представим результаты моделирования теплового воздействия на пластины из никеля  $Ni$  и ванадия  $V$ , теплофизические свойства которых на интервале  $[T_1, T_2]$  аппроксимируются следующими полиномами:

$$Ni: T, K \in [300, 630],$$

$$c(T) = -6703290 + 75309,2T - 173,51456 T^2 + 0,135664 T^3 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К});$$

$$\lambda(T) = 223,65 - 0,8425T + 0,00169T^2 - 1,2217 \cdot 10^{-6} T^3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$$V: T, K \in [300, 2000],$$

$$c(T) = 2689498 + 996,3834 T - 0,33259 T^2 + 0,0001506 T^3 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \cdot \text{К});$$

$$\lambda(T) = 29,11 - 0,000264 T + 1,39734 \cdot 10^{-5} T^2 - 4,23507 \cdot 10^{-9} T^3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}).$$

В основной серии расчетов ( $h = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ,  $T_w = T^0 = 300 \text{ К}$ ) для каждого вида  $q_0(t)$  рассмотрены три различные величины  $\tau$ :

I. Треугольный импульс ( $\tau_0 = 0,125 \tau$ )

$$a) \tau = 0,5 \tau^* = 1,6 \text{ с}; \text{ б) } \tau = 0,75 \tau^* = 2,4 \text{ с}; \text{ в) } \tau = \tau^* = 3,2 \text{ с};$$

II. Колоколообразный импульс ( $\tau_0 = 0,5 \tau$ )

$$a) \tau = 0,25 \tau^* = 0,25 \text{ с}; \text{ б) } \tau = 0,5 \tau^* = 0,5 \text{ с}; \text{ в) } \tau = \tau^* = 1,0 \text{ с};$$

III. Трапециевидный импульс ( $\tau_0 = \tau - \tau_1 = 0,125 \tau$ )

$$a) \tau = 0,5 \tau^* = 1,6 \text{ с}; \text{ б) } \tau = 0,75 \tau^* = 2,4 \text{ с}; \text{ в) } \tau = \tau^* = 3,2 \text{ с}.$$

Для вариантов а-в всех видов импульса рассмотрены три величины  $q_{\max}$ :

$$1) q_{\max} = \frac{1}{3} q^*; \text{ 2) } q_{\max} = \frac{2}{3} q^*; \text{ 3) } q_{\max} = q^*.$$

Величина  $q^*$  для каждого вида импульса подобрана такой, что при  $\tau = \tau^*$  температура  $T(0, t)$  левой границы пластины в процессе нагрева изменяется во всем интервале  $[T_1, T_2]$ , т. е. температурные зависимости теплофизических свойств металла  $\lambda(T)$ ,  $c(T)$  проявляют себя в полной мере. Для импульсов треугольной, колоколо-

образной и трапециевидной временных форм, соответственно, величины  $q^*$  следующие:

$$Ni: 6,411 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}; 9 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}; 4,968 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2};$$

$$V: 20,71 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}; 31,72 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}; 14,43 \cdot 10^6 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2}.$$

Ниже приведены характерные гистерезисные зависимости при треугольной форме импульса ( $\tau = \tau^*$ ,  $q_{\max} = q^*$ ) для левой границы ( $a$  – материал пластины  $Ni$ ,  $b$  – материал пластины  $V$ ): между тепловым потоком и градиентом температуры (рис. 2), между относительной температурой  $T_0/T^0$  и параметром кривизны  $K[\lambda]$  (рис. 3), между производством энтропии и параметром кривизны  $K[\lambda]$  (рис. 4).

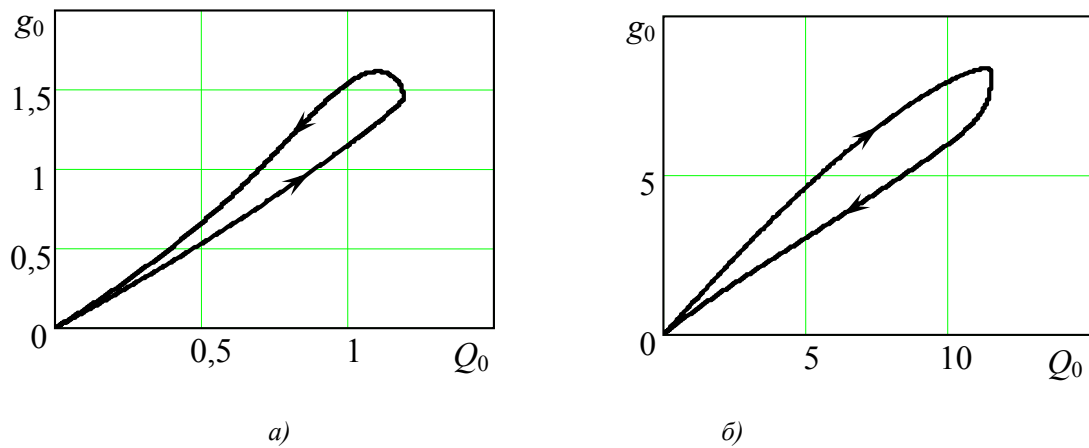


Рис. 2. Формирование петли гистерезиса в плоскости  $(Q, g)$

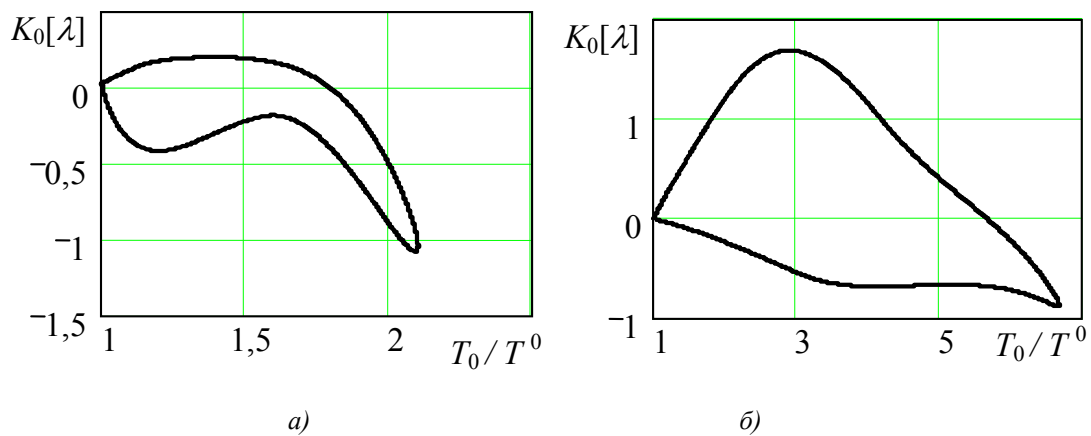


Рис. 3. Гистерезисные зависимости в плоскости  $(T_0/T^0, K_0[\lambda])$

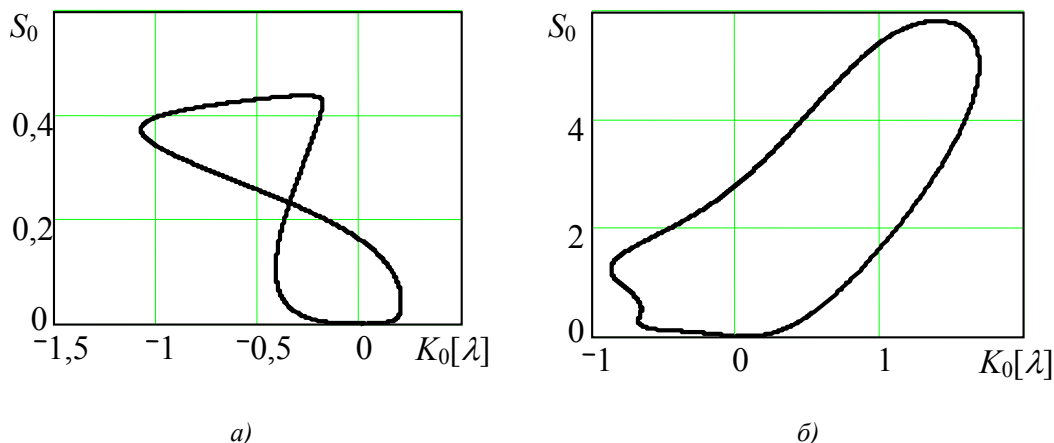


Рис. 4. Гистерезисные зависимости в плоскости  $(K_0[\lambda], S_0)$

Как видно из рис. 2, формирование петли гистерезиса в плоскости  $(Q, g)$  для никеля и ванадия происходит различным образом. При подводе тепла ( $dq_0/dt > 0$ ) к пластине никеля формируется нижняя часть петли, а при отводе ( $dq_0/dt < 0$ ) – верхняя (начальное состояние соответствует началу координат). Для ванадия – наоборот: при  $dq_0/dt > 0$  формируется верхняя часть петли, а при  $dq_0/dt < 0$  – нижняя. Такой результат обусловлен тем, что на всем интервале температур  $[T_1, T_2]$  зависимость  $\lambda(T)$  никеля есть функция монотонно убывающая, а для ванадия функция  $\lambda(T)$  монотонно возрастающая.

Мерой неоднозначной зависимости между градиентом температуры и тепловым потоком является относительное удлинение  $\beta$  (относительная площадь) петли ДТГ:

$$\beta = \frac{b_1}{b_0} \equiv \frac{b_1^2}{b_0 b_1},$$

где  $b_1$  – «длина петли»,  $b_0$  – «ширина петли» [4]. Во всех рассмотренных вариантах форма лепестка такая, что  $b_1/b_0 > 1$ . Чем меньше  $\beta$ , тем сильнее выражен ДТГ.

Результаты основной серии расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1

**Влияние формы, длительности  
и максимальной интенсивности импульса на параметр  $\beta$**

Длительность импульса $\tau$ , с	Материал пластины					
	Никель			Ванадий		
	Максимальная величина теплового потока $q_{\max}$					
	$q^*/3$	$2q^*/3$	$q^*$	$q^*/3$	$2q^*/3$	$q^*$
	Параметр $\beta$			Параметр $\beta$		
Треугольная форма импульса						
1,6	39,27	24,52	15,46	21,64	11,46	9,21
2,4	37,33	22,06	11,33	17,90	10,44	9,02
3,2	36,55	21,16	8,77	16,09	9,79	9,20

Окончание табл. 1

Длительность импульса $\tau$ , с	Материал пластины					
	Никель			Ванадий		
	Максимальная величина теплового потока $q_{\max}$					
	$q^*/3$	$2q^*/3$	$q^*$	$q^*/3$	$2q^*/3$	$q^*$
	Параметр $\beta$			Параметр $\beta$		
	Треугольная форма импульса					
	Колоколообразная форма импульса					
0,25	75,89	46,07	35,77	45,29	19,70	14,02
0,5	62,41	37,68	21,39	29,80	13,71	10,95
1,0	47,66	28,24	11,01	20,75	10,84	10,33
	Трапецевидная форма импульса					
1,6	30,19	18,49	9,90	14,05	8,06	6,97
2,4	32,27	18,74	8,77	13,00	7,92	7,20
3,2	34,63	19,99	8,77	12,79	8,03	7,59

Как видно из таблицы, при фиксированном  $\tau$  зависимость  $\beta(q_{\max})$  для каждого из металлов монотонно убывающая. При фиксированном  $q_{\max}$  зависимость  $\beta(\tau)$  для рассматриваемых металлов многовариантна: для  $Ni$ , например, она либо монотонно убывает, либо монотонно возрастает.

Неоднозначные зависимости между тепловым потоком и градиентом температуры, между относительной температурой  $T_0/T^0$  и параметром кривизны  $K[\lambda]$ , между производством энтропии и параметром кривизны  $K[\lambda]$  (см. рис. 2-4) обусловлены двумя факторами: 1) нелинейной зависимостью  $\lambda(T)$  коэффициента теплопроводности; 2) немонотонным характером зависимости источника энергии  $q_0(T)$  от времени.

### Выводы

Нестационарный поверхностный нагрев металла в широком интервале температур сопровождается процессами гистерезисного типа.

Импульсы энергии треугольной, колоколообразной и трапецевидной временных форм инициируют многовариантные эволюционные процессы в металлах. Свойства этих процессов зависят от функциональных зависимостей  $\lambda(T)$ ,  $c(T)$ , а также от параметров импульса.

Работа выполнена под научным руководством профессора О.Н. Шабловского.

### Список литературы

1. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. – М.: Мир, 1986. – 502 с.
2. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г., Концевой И.А. Импульсный нагрев металла в широком интервале температур //Машиностроение. – Минск, 2002. – Вып. 18. – С. 516-520.

3. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г., Концевой И.А. Нестационарные свойства поверхностного нагрева металлов //Вістник Запорізького держ. університету. Фіз.-мат. науки. – 2002. – № 1. – С. 148-152.
4. Шабловский О.Н., Концевой И.А. Гистерезисные свойства нестационарного температурного поля //Математические модели в образовании, науке и промышленности: Сб. науч. трудов. – С.-Пб.: Санкт-Петербургское отделение МАН ВШ, 2003. – С. 262-266.
5. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах: Справ. изд. – М.: Металлургия, 1989. – 384 с.
6. Белоцерковский О.М., Грудницкий В.Г. Исследование нестационарных течений газа со сложной внутренней структурой методами интегральных соотношений //Журнал вычисл. матем. и матем. физики. – 1980. – Т. 20. – № 6. – С. 1400-1415.

*Получено 28.11.2003 г.*