



Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования  
«Гомельский государственный технический  
университет имени П. О. Сухого»

Кафедра «Промышленная электроника»

**В. В. Щуплов**

## **ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ**

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ  
по курсу «Теория электросвязи»  
для студентов специальности 1-36 04 02  
«Промышленная электроника»  
дневной формы обучения  
В трех частях  
Часть 3**

Гомель 2011

УДК 621.391(075.8)  
ББК 32.811я73  
Щ97

*Рекомендовано к изданию научно-методическим советом  
факультета автоматизированных и информационных систем  
ГГТУ им. П. О. Сухого  
(протокол № 8 от 28.02.2011 г.)*

Рецензент: канд. техн. наук, доц. каф. «Автоматизированный электропривод»  
ГГТУ им. П. О. Сухого *В. С. Захаренко*

**Щуплов, В. В.**

Щ97 Фильтрация сигналов : лаборатор. практикум по курсу «Теория электросвязи» для студентов специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» днев. формы. обучения / В. В. Щуплов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2010. – 22 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц; 32 Mb RAM; свободное место на HDD 16 Mb; Windows 98 и выше; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: <http://lib.gstu.local>. – Загл. с титул. экрана.

Содержит необходимые сведения для освоения теоретического материала и практического закрепления знаний по курсу «Теория электросвязи». Рассмотрен сигнал с угловой модуляцией на примере широко используемого линейно-частотно-модулированного сигнала, а также кратко рассмотрены основные принципы работы адаптированных фильтров на примере режекторного фильтра.

Для студентов специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» дневной формы обучения.

УДК 621.391(075.8)  
ББК 32.811я73

© Щуплов В. В., 2011  
© Учреждение образования «Гомельский  
государственный технический университет  
имени П. О. Сухого», 2011

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 4

### ЛИНЕЙНО-ЧАСТОТНО МОДУЛИРОВАННЫЙ ( ЛЧМ ) СИГНАЛ

1. **Цель работы:** Изучить сигналы с угловой модуляцией на примере ЛЧМ-сигнала.

#### 2. Краткие теоретические сведения

ЛЧМ сигнал является сигналом с угловой модуляцией  $S(t) = A_0 \cos(\psi(t))$ .

Пусть в течение времени  $T$  сигнал  $S(t)$  меняет мгновенное значение своей частоты линейно, и нарастает она от  $f_0 - \frac{f_\delta}{2}$  до  $f_0 + \frac{f_\delta}{2}$ , где  $f_0$  – центральная частота сигнала, а  $f_\delta$  – девиация частоты. Примем за начало отсчёта  $t=0$  момент времени, соответствующий середине изменения частоты и запишем выражение для закона частоты и фазы в диапазоне времени  $t$ , равном

$$-\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2}$$

Тогда:  $f(t) = f_0 + \frac{f_\delta t}{T}$ ,

Найдём выражение для  $\psi(t)$ :

$$\psi(t) = \int_0^t \omega(t) dt + \Theta_0,$$

Примем  $\Theta_0 = 0$ .

$$\psi(t) = 2\pi \int_0^t \left( f_0 + \frac{f_\delta t}{T} \right) dt = 2\pi f_0 t + \frac{f_\delta t^2}{2T} \cdot 2\pi = \omega_0 t + \frac{\omega_\delta t^2}{2T} \quad (4.1)$$

Сигнал  $S(t)$  представляет собой ЛЧМ - импульс и показан на рис. 4.1.

$$S(t) = A_0 \cos(\psi(t)) = A_0 \cos\left( \omega_0 t + \frac{\omega_\delta t^2}{2T} \right), \quad |t| \leq \frac{T}{2}.$$

Используя понятие аналитического сигнала, ЛЧМ-сигнал можно записать в виде:

$$S(t) = \operatorname{Re} \left[ A_0 \exp \left( j \left( \omega_0 t + \frac{\omega_\delta t^2}{2T} \right) \right) \right]$$

В нашем случае частота модулируется по линейно-нарастающему закону в течении интервала времени  $T$  и в первом приближении за ширину спектра модулирующего сообщения можно принять величину  $\frac{1}{T}$ . А полный диапазон изменения частоты сигнала равен  $f_\delta$  ( $f_\delta \gg \frac{1}{T}$ ).

Следовательно, индекс угловой модуляции  $m$  равен

$$m = \frac{\omega_\delta}{\Omega} = \frac{f_\delta}{f_{\text{мод}}} = \left| f_{\text{мод}} = \frac{1}{T} \right| = f_\delta \cdot T \gg 1.$$

В этом случае ширина спектра ЛЧМ-сигнала равна  $\Delta f_{\text{ЛЧМ}} \approx f_\delta$

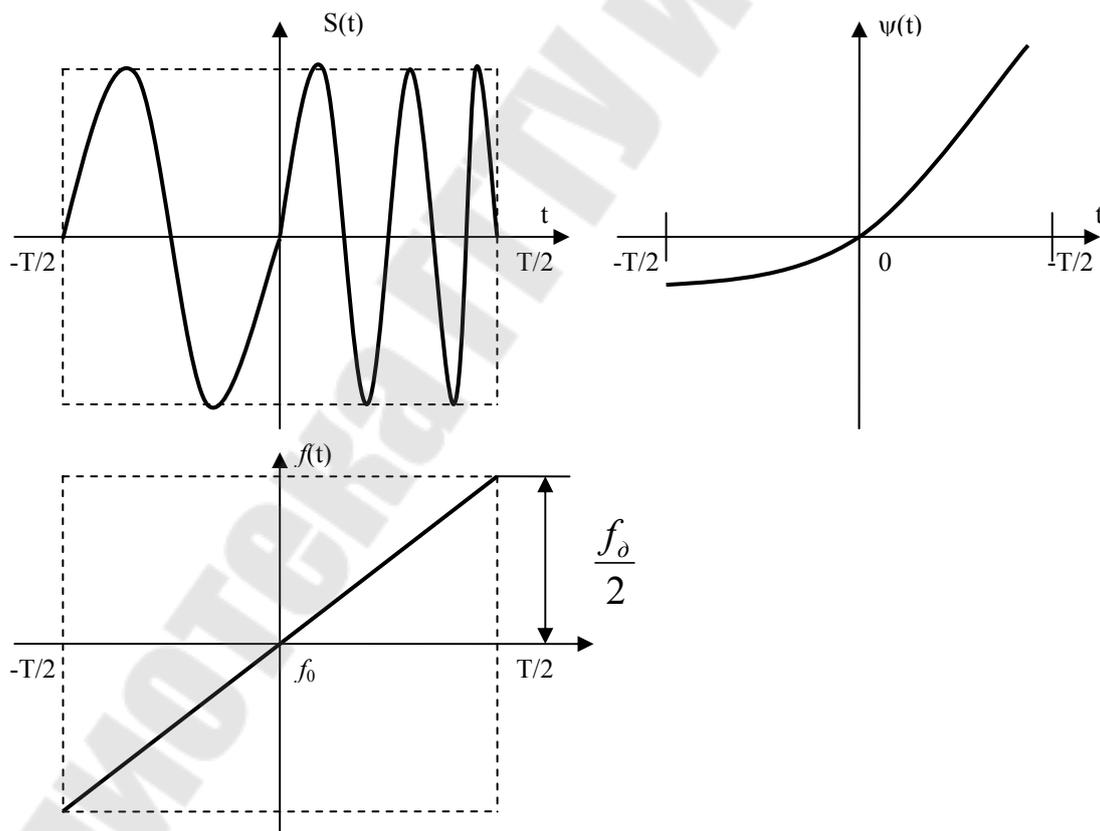


Рис. 4.1

Задача сводится к определению корреляционной функции комплексной огибающей ЛЧМ сигнала:

$\rho(\tau)_{ЛЧМ} = \frac{R(\tau)_{ЛЧМ}}{R(0)_{ЛЧМ}}$  - нормированная корреляционная функция.

$$R(0)_{ЛЧМ} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} |S(t)|^2 dt = \frac{A_0^2 T}{2}.$$

При вычислении  $\rho(\tau)$  учтём, что для любых  $\tau$  из интервала  $[0; T]$  произведение  $S(t) \cdot S(t-\tau)$  отлично от нуля лишь при  $t$ , находящихся в пределах  $-\frac{T}{2} + \tau < t < \frac{T}{2}$ .

С учетом этого

$$\rho(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2} + \tau}^{\frac{T}{2}} \exp\left(j \frac{\pi f_\delta}{T} [t^2 - (t-\tau)^2]\right) dt.$$

После интегрирования получим

$$\rho(\tau) = \begin{cases} \frac{\sin\left(\pi f_\delta \tau \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right)\right)}{\pi f_\delta \tau}, \\ 0, |\tau| > T. \end{cases}$$

Так как  $f_\delta \gg \frac{1}{T}$  ( $m \gg 1$ ), то  $\rho(\tau) \approx \frac{\sin(\pi f_\delta \tau)}{\pi f_\delta \tau}$ .

На рис. 4.2 показан вид корреляционной функции.

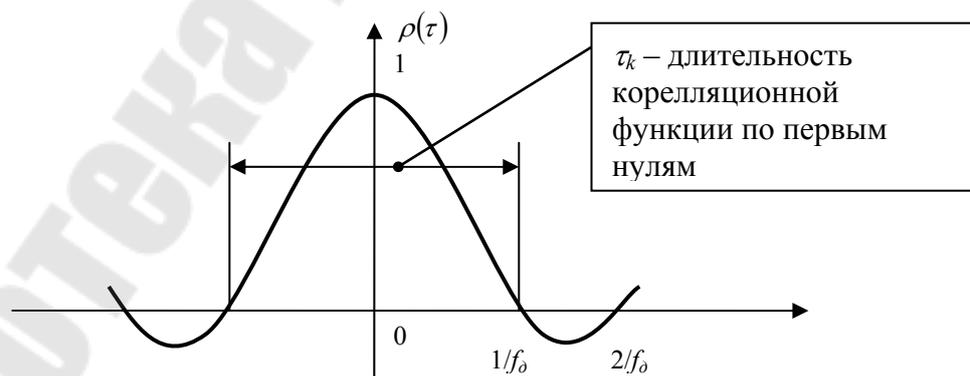


Рис. 4.2. Корреляционная функция комплексной огибающей.

Длительность основного лепестка корреляционной функции много меньше длительности  $T$  ЛЧМ сигнала, т.е. если ЛЧМ сигнал подавать на устройство, выходной сигнал которого является

корреляционной функцией входного сигнала, то можно говорить об эффекте сжатия ЛЧМ импульса (рис. 4.3).

Для ЛЧМ импульса длительностью 10-100 мкс. и девиации частоты до десятков МГц, согласованные фильтры строят с использованием дисперсионных линий задержек на поверхностных акустических волнах.



Рис. 4.3

#### Замечание

При рассмотрении корреляционной функции за длительность  $\tau_k$  была принята ширина основного лепестка корреляционной функции. Однако выбросы корреляционной функции за пределами основного лепестка достигают значительного уровня: 2-ой лепесток всего лишь в 4,7 (13дБ) ниже основного. Поэтому боковые лепестки могут повысить риск при измерении времени запаздывания ЛЧМ сигнала, и затруднить разрешение 2-х ЛЧМ импульсов с разномом времени, близким к  $\tau_k$ .

Из анализа корреляционной функции мы видим, что спектральная плотность ЛЧМ сигнала близка к прямоугольной форме (рис. 4.4).

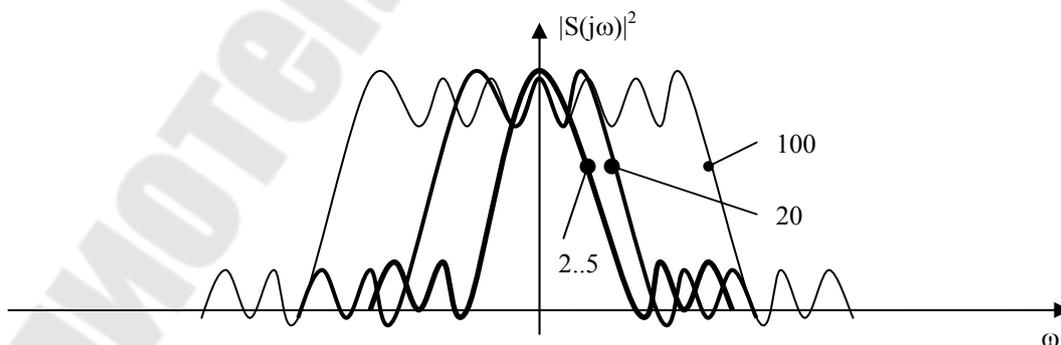


Рис. 4.4. Вид энергетического спектра для разных значений индекса угловой модуляции  $m$  (2...5, 20, 100)

### **3. Порядок выполнения работы**

1. По заданной преподавателем  $f_o$ ,  $f_0$  и  $m$  в соответствии с теоремой Котельникова определить шаг дискретизации, длительность ЛЧМ-сигнала и число отсчетов  $N$  из сигнала.
2. Определить выборки из ЛЧМ – сигнала.
3. С помощью средств MathCada вычислить дискретное преобразование Фурье по выборкам сигнала.
4. Рассчитать корреляционную функцию заданного сигнала.
5. Повторить пункты 2 – 5 для значений  $m = 10, 25, 50$ .

### **4. Содержание отчета**

Отчет должен содержать исходные данные, порядок расчетов, графики спектров и корреляционных функций, а также график ЛЧМ - сигнала.

### **5. Контрольные вопросы**

1. Какими соотношениями связаны мгновенная частота и фаза сигнала.
2. Что называется индексом угловой модуляции.
3. Чему равна ширина спектра сигнала с угловой модуляцией при  $m \ll 1$  и при  $m \gg 1$ .
4. В чем заключается эффект сжатия ЛЧМ –сигнала.
5. Какой сигнал называется аналитическим.
6. Назовите свойства аналитического сигнала.
7. Как определяется фаза аналитического сигнала.

### **6. Литература**

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов.- М.: Радио и связь,1986.-512с.
2. Ключев Л. Л.Теория электрической связи.Мн.: Дизайн ПРО. 1998.
3. Баскаков С. И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов и др.– М.: Высш. Шк., 1988. – 448 с.
4. Ширман Я. Д. Разрешение и сжатие сигналов. – М.: Сов. радио, 1974. -360 с.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 5

### АДАПТИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛА

1. **Цель работы:** Изучить принципы адаптивной фильтрации сигналов на примере адаптивного режекторного фильтра.

2. **Краткие теоретические сведения.**

Адаптироваться – значит, приспосабливается к различным условиям.

Адаптивная система представляет собой устройство, структура которой изменяется или приспосабливается так, чтобы функционирование улучшалось.

Простой пример адаптивной системы – Автоматическая регулировка усиления.

Адаптивная система имеет ряд свойств:

1. Они могут адаптироваться к изменениям условий окружающей среды и требований к ним;
2. Они могут обучаться для осуществления заданного вида фильтрации;
3. Они не требуют тщательно разработанных методов синтеза;
4. Они могут самовосстанавливаться (т.е. адаптироваться к внутренним дефектам).

В настоящее время адаптивные системы применяются в связи, радиолокации, гидролокации, сейсмологии, навигации, биомедицинской электронике.

Основным свойством адаптивной системы является изменяющееся во времени функционирование с саморегулированием. Адаптивные системы – это нелинейные системы. Некоторые виды адаптивных систем становятся линейными, если их структура после адаптации остается постоянной.

#### **2.1. Классификация адаптивных систем**

Лучше всего начать классификацию с разделения на адаптацию без ОС и с ОС (рис. 5.1, 5.2 ).

Достоинства алгоритмов адаптации с ОС:

1. Работоспособность, когда физические величины переменны или известны не точно.

2. Работоспособность при частичном повреждении системы (повышенная надежность).

Рассмотрим схему адаптивной системы (рис. 5.3 ).

Входной сигнал  $s(t)$  фильтруется для получения выходного сигнала  $s(t)$ , который затем сравнивается с полезным, стандартным или обучающим сигналом  $y(t)$  для нахождения сигнала ошибки  $\varepsilon(t)$ .

Сигнал ошибки используется для корректирования весовых параметров программируемого фильтра (процессора) с целью минимизации ошибки.

Т.о. алгоритм адаптации действует по принципу минимизации некоторой функции стоимости.

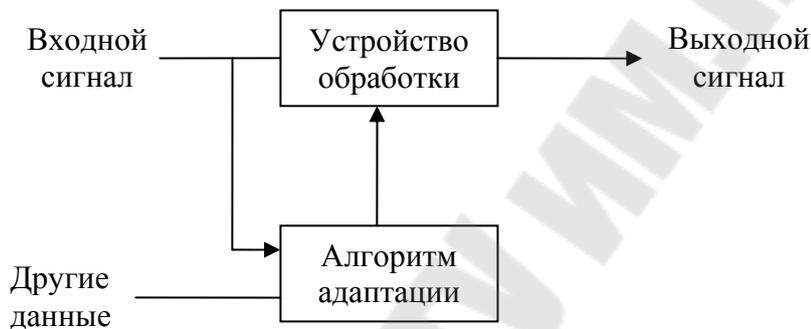


Рис. 5.1. Система адаптации без ОС

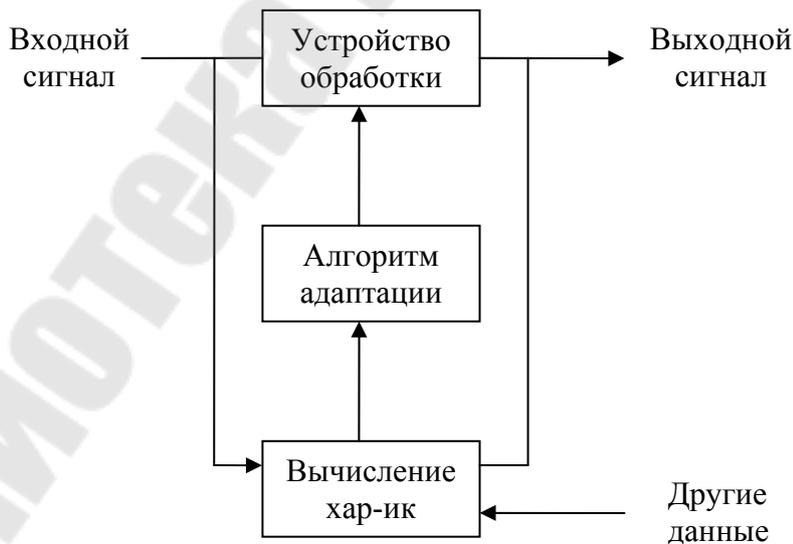


Рис. 5.2. Система адаптации с ОС

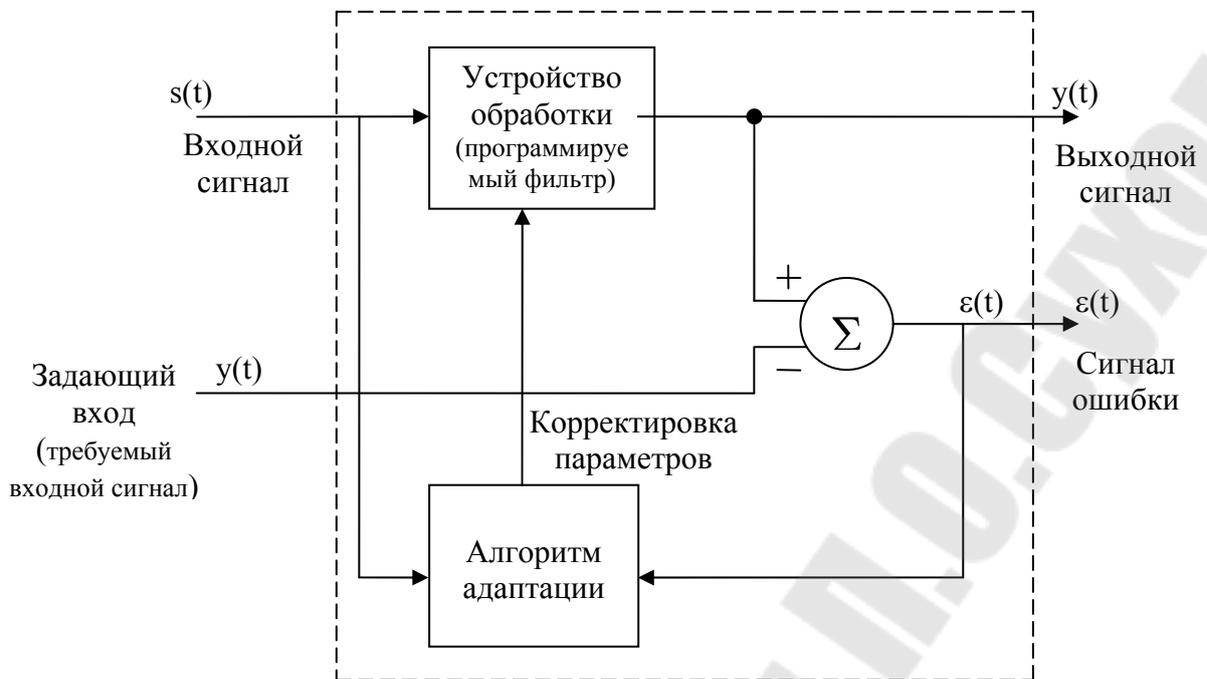


Рис. 5.3. Схема адаптивной системы

Вид функции стоимости зависит от области применения фильтра, но обычно ее вывод производится с помощью источника второго сигнала  $y(t)$ , который может быть полезным сигналом, стандартным или обучающим.

## 2.2. Адаптивный линейный сумматор

Адаптивный линейный сумматор – или нерекурсивный адаптивный фильтр, является фундаментальным фильтром в адаптивной обработке сигнала и единственным наиболее важным элементом обучения систем и устройств.

Схема адаптивного линейного сумматора в общем виде имеет вид:

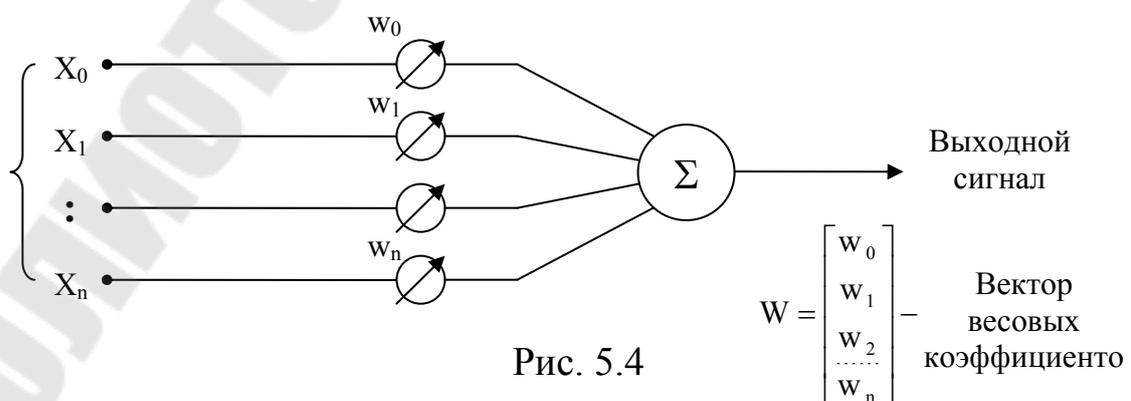


Рис. 5.4

Процесс адаптации сводится к регулированию весовых коэффициентов.

### 2.3. Вектор входного сигнала

Существуют две физические интерпретации элементов вектора входного сигнала.

1. Вектор входного сигнала – это одновременно действующие входные сигналы от  $N + 1$  различных источников (рис. 5.5).

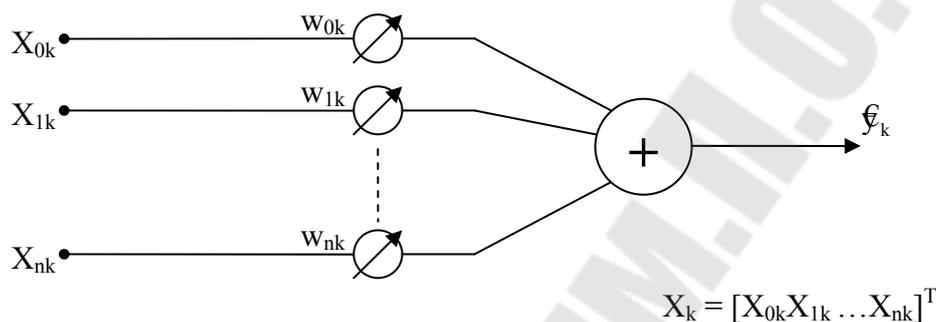


Рис. 5.5. Схема со многими входами

2. Вектор входного сигнала – это  $N + 1$  последовательных отсчетов сигнала одного источника (рис. 5.6).

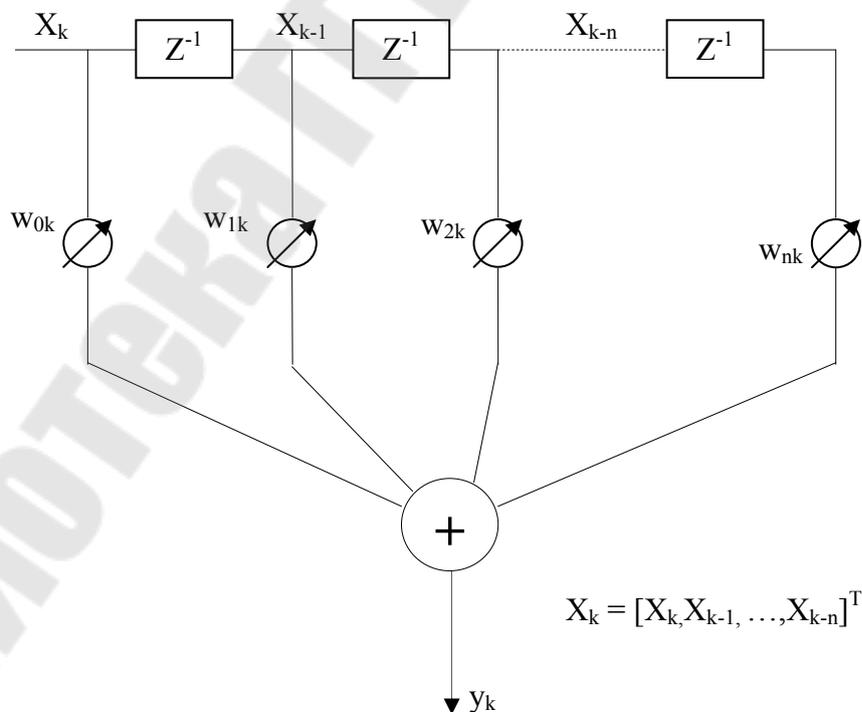


Рис. 5.6. Схема с одним входом  
(Адаптивный трансверсальный фильтр)

Входной сигнал можно записать как:  
для одного входа

$$y_k = \sum_{n=0}^N W_{nk} \cdot X_{k-n} \quad (5.1)$$

для многих входов

$$y_k = \sum_{n=0}^N W_{nk} \cdot X_{nk} \quad (5.2)$$

Если вектор весовых коэффициентов обозначить  $W_k = [w_{0k} \cdot w_{1k} \dots w_{nk}]^T$ , то используя векторные обозначения (5.1), (5.2) можно записать одним соотношением:

$$y_k = X_k^T \cdot W_k = W_k^T \cdot X_k \quad (5.3)$$

Адаптивный линейный сумматор можно использовать в системах, как с ОС, так и без ОС.

В процессе адаптации в системе с ОС вектор весовых коэффициентов линейного сумматора  $W_k$  корректируется таким образом, что бы выходной сигнал  $y_k$  имел наилучшее приближение к полезному отклику. Для этого выходной сигнал сравнивается с полезным (рис. 5.7).

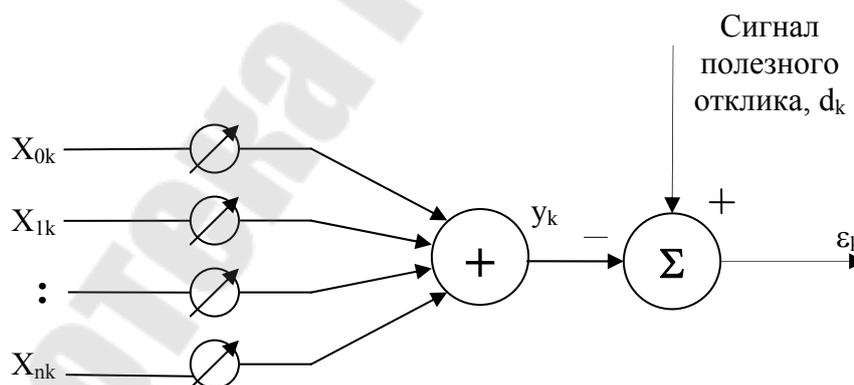


Рис. 5.7

В большинстве практических случаев процесс адаптации направлен на минимизацию среднего квадратичного значения ошибки.

## 2.4. Оптимальный весовой вектор

Сигнал ошибки запишем как:

$$\varepsilon_k = d_k - y_k$$

или

$$\varepsilon_k = d_k - X_k^T W = d_k - W^T X_k$$

Здесь для удобства записи опущен индекс  $k$  вектора  $W_k$ . Найдем  $\varepsilon_k^2$ :

$$\varepsilon_k^2 = d_k^2 + W^T X_k X_k^T W - 2d_k X_k^T W.$$

Будем считать, что  $\varepsilon_k$ ,  $d_k$ , и  $X_k$  – стационарны в статическом смысле и найдем средне-квадратическую ошибку:

$$E[\varepsilon_k^2] = E[d_k^2] + W^T E[X_k X_k^T] \cdot W - 2E[d_k \cdot X_k^T] \cdot W.$$

Введем обозначения:

$R = E[X_k X_k^T]$  – корреляционная матрица входного сигнала. Элементы по диагонали равны средне-квадратичным значениям входных компонентов вектора  $X_k$ .

$P = E[d_k X_k]$  – взаимокорреляционная функция отсчетов полезного отклика и отсчетов входного сигнала.

Тогда:

$$E[\varepsilon_k^2] = E[d_k^2] + W^T R W - 2P^T W. \quad (5.4)$$

Чтобы найти весовой вектор  $W$ , при котором средне-квадратичное отклонение имеет минимум, нужно взять производную выражения (4) по  $W$ , приравнять к нулю и решить уравнение относительно  $W$ .

$$\nabla = \frac{\partial E[\varepsilon_k^2]}{\partial W} = 2RW - 2P = 0.$$

Откуда находим:

$$W_{\text{опт}} = R^{-1}P. \quad (5.5)$$

При этом

$$E[\varepsilon_k^2]_{\text{min}} = E[d_k^2] - P^T W_{\text{опт}}. \quad (5.6)$$

Из выражения (4) видно, что если отсчеты входного сигнала и полезного отклика – стационарные случайные процессы, то средне-квадратичное отклонение является квадратичной функцией вектора  $W$ .

## 2.5. Метод градиентного поиска оптимального вектора $W$

В практических системах поиск  $W_{\text{опт}}$  производится не по выражению (5.5), т.к. это технически не целесообразно.

Наибольшее применение нашли методы нахождения  $W_{\text{опт}}$ , основанные на градиентных методах для определения направления перестройки весовых коэффициентов для достижения  $\min$  СКО. Наиболее известны – это метод Ньютона и наискорейшего спуска.

Рассмотрим принцип градиентного поиска для случая системы с одним весовым коэффициентом.

Итеративный процесс градиентного поиска можно представить в виде:

$$w_{k+1} = w_k + \mu(-\nabla_k) \quad (5.7)$$

где  $k$  – номер шага,  $\nabla_k$  – градиент при  $w = w_k$

Таким образом  $w_k$  - текущее значение,  $w_{k+1}$  - новое значение,  $\mu$  - константа, определяющая устойчивость устройства и скорость сходимости.

При минимальном значении СКО градиент  $\nabla = 0$ .

Сходимость метода Ньютона зависит от выбора начального значения  $w_0$ . Для широкого класса функции он обладает быстрой сходимостью.

Зависимость СКО  $\xi = E[\varepsilon_k^2]$  от изменений весового вектора называется обучающей кривой. Общий вид ее показан на рис. 5.8.

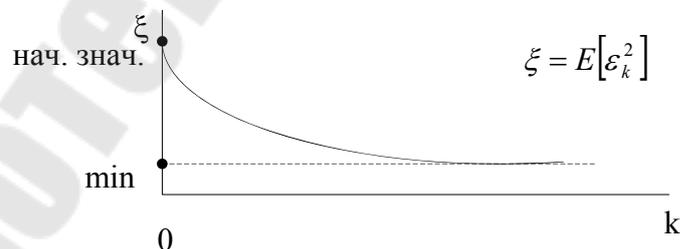


Рис. 5.8.  $k$  - номер шага

Выражение для  $\xi = E[\varepsilon_k^2]$  можно записать в виде  $\xi = \xi_{\min} + \lambda(w - w_{\text{опт}})^2$ , где  $\lambda$  - собственное значение  $r_{00}$  матрицы  $R$ .

Тогда

$$\frac{\partial \xi}{\partial w} = 2 \lambda (w - w_{\text{opt}}).$$

Для случая с одним весовым коэффициентом получаем:

$$\nabla_k = \left. \frac{\partial \xi}{\partial w} \right|_{w=w_k} = 2\lambda(w_k - w_{\text{opt}}).$$

Тогда подставляя в (7) получаем

$$w_{k+1} = w_k - 2\mu\lambda(w_k - w_{\text{opt}})$$

или

$$w_{k+1} = w_{\text{opt}} + (1 - 2\mu\lambda)^k (w_k - w_{\text{opt}}),$$

где  $w_0$  – начальное приближение,  $(1 - 2\mu\lambda)$  - называется знаменателем прогрессии.

Алгоритм сходится, если  $(1 - 2\mu\lambda) < 1$ ,  $\frac{1}{\lambda} > \mu > 0$ .

## 2.6. Метод Ньютона для многомерного пространства

Оптимальный вектор весовых коэффициентов вектор градиента определяются соотношениями

$$W_{\text{opt}} = R^{-1}P \quad (5.8)$$

$$\nabla = 2RW - 2P \quad (5.9)$$

Умножим обе части второго равенства слева и справа на  $\frac{1}{2}R^{-1}\nabla$  и тогда с учетом первого равенства получим

$$W_{\text{opt}} = W - \frac{1}{2}R^{-1}\nabla,$$

или в виде адаптивного алгоритма

$$W_{k+1} = W_k - \frac{1}{2}R^{-1}\nabla_k \quad (5.10)$$

Равенство (5.10) описывает метод Ньютона для многих переменных. Этот алгоритм приводит к оптимальному решению за один шаг  $\left(m = \frac{1}{2}\right)$ .

Этот метод Ньютона можно обобщить, если ввести константу  $\mu$ , определяющую скорость сходимости

$$W_{k+1} = W_k - \mu R^{-1}\nabla_k \quad (5.11)$$

при  $\mu = \frac{1}{2}$  получаем решение за один шаг.

Можно выбрать  $\mu$  в пределах области устойчивости  $0 < \mu < 1$ .

Однако, желательно, чтобы система имела меньший размер шага  $\left(\mu \left(\frac{1}{2}\right)\right)$ .

### **2.7. Метод наискорейшего спуска**

В отличие от метода Ньютона здесь на каждом шаге весовые коэффициенты корректируются по направлению градиента. Сходимость за один шаг является достоинством при численном анализе, когда желательно уменьшить число итераций.

Однако для разработчиков адаптивных систем такая сходимость является слишком быстрой и нежелательной.

При численном анализе мы полагаем, что функция, для которой необходимо осуществить поиск оптимума, задана, а на практике она неизвестна и ее надо измерить и вычислить на основе случайных входных данных.

При медленной адаптации имеет место процесс фильтрации, который снижает влияние шумов, связанных с измерением градиента.

Поэтому метод Ньютона редко используется при разработке практических алгоритмов. Наиболее широко применяется метод наискорейшего спуска.

Алгоритм имеет следующий вид:

$$W_{k+1} = W_k + \mu(-\nabla_k), \quad (5.12)$$

$\mu$  - константа, которая определяет размер шага.

Анализ показывает, что  $\lim_{k \rightarrow \infty} W_k = W_{opt}$ .

Условия сходимости выполняются, если  $0 < \mu < \frac{1}{\lambda_{max}}$ , где  $\lambda_{max}$  - максимальное собственное значение матрицы R.

### **2.8. Метод наименьших квадратов**

В рассмотренных градиентных методах необходимо на каждом шаге производить оценку градиента. Метод же наименьших квадратов не требует проведения оценки градиента в измерительном канале.

И так ошибка:

$$e_k = d_k - X_k^T W_k.$$

В качестве оценки среднеквадратичной ошибки берут само значение  $e_k^2$ .

Тогда оценка градиента на каждой итерации будет

$$\tilde{\nabla}_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial e_k^2}{\partial w_0} \\ \frac{\partial e_k^2}{\partial w_1} \\ \dots \\ \frac{\partial e_k^2}{\partial w_N} \end{bmatrix} = -2e_k X_k \quad (5.13)$$

Имея такую простую оценку градиента, можно записать адаптивный алгоритм, аналогичный методу наискорейшего спуска

$$W_{k+1} = W_k - \mu \hat{\nabla}_k = W_k + 2\mu \varepsilon_k X_k. \quad (5.14)$$

Так как на каждой итерации оценка градиента не точна, то адаптация протекает не по истинной траектории, соответствующей наискорейшему спуску.

Из выражения (5.14) следует что метод наименьших квадратов можно реализовать в реальных системах, не используя операции возведения в квадрат, усреднения и вычисления производных. Поэтому он прост и эффективен. Т.к. не производится усреднение, то компоненты градиента содержат большую составляющую шума.

Но этот шум уменьшается самим процессом адаптации, действие которого эквивалентно действию низкочастотного фильтра.

Оценка градиента в этом методе является не смещенной, т.к. математическое ожидание оценки равно:

$$E[\hat{\nabla}_k] = -2E[\varepsilon_k X_k] = -2E[d_k X_k - X_k \hat{X}_k^T W] = 2(RW - P) = \nabla$$

### 3. АДАПТИВНЫЙ РЕЖЕКТОРНЫЙ ФИЛЬТР

#### 3.1. Принцип работы фильтра

Адаптивный режекторный фильтр позволяет осуществлять точное слежение за значением частоты и фазы помехи. Структурная схема, поясняющая принцип работы фильтра, приведена на рисунке 9.

Настройка весовых коэффициентов производится по методу наименьших квадратов.

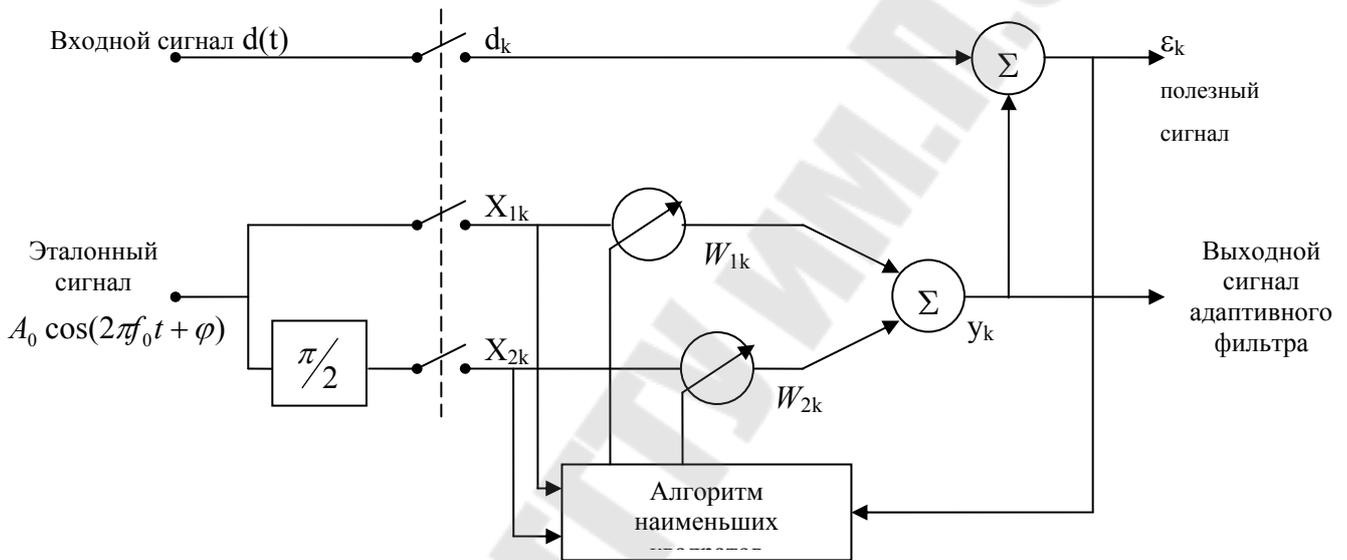


Рис. 5.9

Эталонный сигнал представляет собой помеховый сигнал  $n(t)$  (например промышленная сеть частотой 50 Гц), который мешает наблюдению полезного сигнала  $s(t)$ .

Входной сигнал  $d(t)$  является аддитивной смесью полезного  $s(t)$  и мешающего  $n(t)$  сигналов:

$$d(t) = s(t) + b n(t), \quad (5.15)$$

где  $b$  – коэффициент, учитывающий уровень мешающего сигнала во входном сигнале.

Для слежения за фазой мешающего сигнала его представляют в виде аналитического сигнала, то есть настройку ведут по двум квадратурным составляющим. Если воспользоваться нормировкой

оси частот, то алгоритм настройки весовых коэффициентов можно записать в виде

$$\begin{cases} X_{1k} = A_0 \cos(k\omega_0 + \varphi) \\ X_{2k} = A_0 \sin(k\omega_0 + \varphi) \end{cases} \quad \begin{cases} W_{1,k+1} = W_{1k} + 2\mu\varepsilon_k X_{1k} \\ W_{2,k+1} = W_{2k} + 2\mu\varepsilon_k X_{2k} \end{cases} \quad (5.16)$$

где  $\omega_0 = 2\pi f_0 T$  - нормированная частота режекции,  $\varphi$  - начальная фаза.

Выборки из сигналов берутся с шагом  $T$  в соответствии с теоремой Котельникова.

Нормированная амплитудно-частотная характеристика этого фильтра приведена на рис. 5.10.

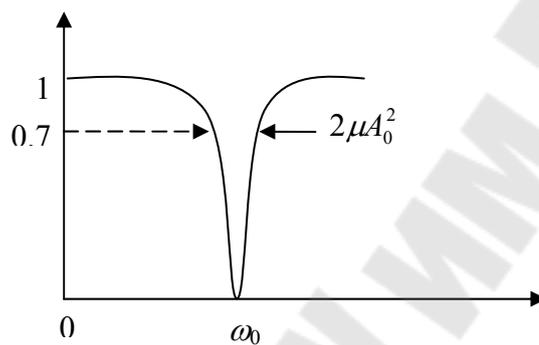


Рис. 5.10

Форма АЧХ в полосе режекции обычно определяется добротностью  $Q$ , которая находится как [2]

$$Q = \frac{\omega_0}{2\mu A_0^2}.$$

В [2] показано, что рассмотренный фильтр эквивалентен режекторному фильтру с системной функцией

$$H(z) = \frac{z^2 - 2z\cos\omega_0 + 1}{z^2 - 2(1 - \mu A_0^2)z\cos\omega_0 + 1 - 2\mu A_0^2}.$$

### 3.2. Порядок выполнения работы

1. Для моделирования принять:  $A_0 = 1$ ,  $\mu = 0.0125$
2. Синусоидальный эталонный сигнал имеет частоту  $f_0 = 50$  Гц.
3. Полезный сигнал представляет собой синусоидальный сигнал с частотой, равной  $0.5 f_0$ .
4. Входной сигнал представляет собой сумму полезного сигнала и мешающего с отношением сигнал / шум по напряжению равным 5.

5. В соответствии с алгоритмом работы построить график полезного сигнала на выходе для нескольких шагов адаптации.
6. Построить график АЧХ фильтра путем подачи на вход только полезного сигнала различной частоты. Шаг дискретизации по разносу частот сигналов принять равной  $\Delta f = 2$ . Для построения взять 10 частот до и 10 частот после частоты режекции, а также сигнал, равный по частоте  $f_0$ .

### 3.3. Содержание отчета

Отчет должен содержать распечатки хода вычисления весовых коэффициентов, графики сигналов на входе и выходе фильтра до и после компенсации, АЧХ фильтра.

### 3.4. Контрольные вопросы

1. Классификация адаптивных фильтров.
2. Нарисуйте схему адаптивной системы и объясните принцип ее работы.
3. Какие две физические интерпретации существуют относительно входного вектора сигнала.
4. Чему равен оптимальный весовой вектор.
5. Объясните принцип метода градиентного поиска.
3. Что называют обучающей кривой.
4. В чем суть метода наискорейшего спуска.
5. В чем суть метода наименьших квадратов.
6. Что собой представляет мешающий сигнал.
7. С какой целью применяют квадратурную обработку эталонного сигнала.
8. В каких пределах рекомендуется выбирать значение  $\mu$ .
9. Как определяется добротность фильтра.
10. Сформулируйте теорему Котельникова.

#### 4. Литература

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для вузов.- М.: Радио и связь, 1986.-512с.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1980. -440 с.
3. Гольденберг Л. М. и др. Цифровая обработка сигналов: Справочник. – М.: Радио и связь, 1985. – 312 с.

## Содержание

<b>Лабораторная работа 4. Линейно-частотно модулированный (ЛМЧ) сигнал</b> .....	3
<b>Лабораторная работа 5. Адаптивная фильтрация</b> .....	8
Классификация адаптивных систем.....	8
Адаптивный линейный сумматор .....	10
Вектор входного сигнала .....	11
Оптимальный весовой вектор .....	13
Метод градиентного поиска оптимального вектора $W$ .....	14
Метод Ньютона для многомерного пространства .....	15
Метод наискорейшего спуска .....	16
Метод наименьших квадратов.....	16
Адаптированный режекторный фильтр.....	18
Принцип работы фильтра .....	18
Порядок выполнения работы .....	19
Содержание отчета .....	20
Контрольные вопросы.....	20
Литература .....	21

Учебное электронное издание комбинированного распространения

Учебное издание

**Щуплов Вячеслав Валентинович**

## **ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ**

**Лабораторный практикум  
по курсу «Теория электросвязи»  
для студентов специальности 1-36 04 02  
«Промышленная электроника»  
дневной формы обучения  
В трех частях  
Часть 3**

Подписано в печать 12.09.11.

Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Гарнитура «Таймс».

Ризография. Усл. печ. л. 1,39. Уч.-изд. л. 1,21.

Изд. № 18.

E-mail: [ic@gstu.by](mailto:ic@gstu.by)

<http://www.gstu.by>

Издатель и полиграфическое исполнение:  
Издательский центр учреждения образования  
«Гомельский государственный технический университет  
имени П. О. Сухого».

ЛИ № 02330/0549424 от 08.04.2009 г.

246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.