Доклады Академии наук СССР
1955. Том 101, № 6

ГИДРАВЛИКА

Г. С. САЛЕХОВ и В. Д. ЧУГУНОВ

НЕКОТОРЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КОНТУРА НЕФТЕНОСНОСТИ

(Представлено академиком А. И. Некрасовым 5 I 1955)

В работе (1) дана общая постановка задачи управления движением контура нефтеносности (КН) и указаны методы ее решения. В настоящей статье рассматриваются следующие задачи управления КН:

1. В круговом однородном горизонтальном пласте постоянной мощности h действуют n эсплуатационных скважин, расположенных на равных расстояниях друг от друга по окружности радиуса ρ_1; в зоне краевой воды действуют также n нагнетательных скважин, расположенных на равных расстояниях друг от друга по окружности радиуса ρ_2. Вязкости воды и нефти равны: $\mu_в = \mu_н$. На круговом контуре питания радиуса R давление постоянно: $P = P_0$. Требуется найти такое относительное расположение скважин и такой способ их эксплуатации, чтобы КН Γ_0 при движении к Γ_1 наименее отклонялся от окружности, причем Γ_0 и Γ_1 являются окружностями с радиусами, соответственно, r_0 и r_1 $(r_0 > r_1)$.

В работе (1) получены уравнения

$$\sum_{i=0}^{n-1} \tilde{q}_i = -1,$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} \tilde{q}_i (z_i^k + x_i^k) \cos k\varphi_i + \sum_{i=n}^{n+l} \tilde{q}_i (z_i^k - y_i^k) \cos \varphi_i = 0, \tag{1}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} \tilde{q}_i (z_i^k + x_i^k) \sin k\varphi_i + \sum_{i=n}^{n+l} \tilde{q}_i (z_i^k - y_i^k) \sin k\varphi_i = 0, \quad k = 1, 2, \ldots,$$

которые для указанной задачи (если предположить, что расстояние до контура питания достаточно велико) примут вид

$$\sum_{i=0}^{n-1} q_{1i} = -\frac{V_0}{T},$$

$$\rho_1^k \sum_{i=0}^{n-1} q_{1i} \cos k\varphi_{1i} - \frac{r^{2k}}{\rho_2^k} \sum_{i=0}^{n-1} q_{2i} \cos k\varphi_{2i} = 0, \tag{2}$$

$$\rho_1^k \sum_{i=0}^{n-1} q_{1i} \sin k\varphi_{1i} - \frac{r^{2k}}{\rho_2^k} \sum_{i=1}^{n-1} q_{2i} \sin k\varphi_{2i} = 0, \quad k = 1, 2, \ldots,$$

где $\varphi_{1i} = \frac{2\pi}{n} i + \alpha_1$, $\varphi_{2i} = \frac{2\pi}{n} i + \alpha_2$ $(i = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$; α_1, α_2 — начальные углы отсчета (не ограничивая общности, можно положить $\alpha_1 = 0$); $V_0 = \pi m h (r_0^2 - r_1^2)$; m — пористость. В силу симметричности расположения скважин и навязанного нами закона движения КН $r^2 = r_0^2 - \frac{t}{T}(r_0^2 - r_1^2)$*, можно утверждать, что

$$q_{10} = q_{11} = \ldots = q_{1,\,n-1} = q_1, \quad q_{20} = q_{21} = \ldots = q_{2,\,n-1} = q_2.$$

Тогда, производя суммирование, систему (2) можно записать в следующем виде:

$$q = -\frac{V_0}{nT}, \quad q_1 \rho_1^n - q_2 \frac{r^{2n}}{\rho_2^n} \cos n\alpha_2 = 0, \quad q_2 \frac{r^{2n}}{\rho_2^n} \sin n\alpha_2 = 0, \tag{3}$$

откуда следует, что $\alpha_2 = \pi / n$, т. е. расположение скважин должно быть шахматно-круговым, а дебит нагнетательных скважин определяется из уравнения

$$q_2 = \frac{V_0}{nT} \left(\frac{\rho_1 \rho_2}{r^2} \right)^n.$$

Рассмотрим две прямолинейные батареи скважин, устремляя в системе (3) ρ_1 к бесконечности, сохраняя неизменными: a — расстояние между скважинами в эксплуатационной батарее; b — расстояние эксплуатационной батареи до Γ_1; c — расстояние между Γ_0 и Γ_1; d — расстояние от нагнетательной батареи до Γ_0**.

Как следует из решения первой задачи, скважины в батареях должны быть расположены в шахматном порядке, а дебиты определяются из соотношений

$$q_1 = -mach, \quad q_2 = mach\, e^{\frac{2\pi}{a}\left(2\frac{t}{T}c + d - b - c\right)}.$$

2. Случай двух эксплуатационных батарей, в каждой из которых n скважин, может быть рассмотрен аналогично предыдущему. Система (2) приводится к следующей:

$$q_1 + q_2 = -\frac{V_0}{nT}, \quad q_1 \rho_1^n + q_2 \rho_2^n \cos n\alpha_2 = 0, \quad q_2 \rho_2^n \sin n\alpha_2 = 0. \tag{4}$$

Из (4) следует, что $\alpha_2 = \pi / n$, $q_1 = -\rho_2^n V_0 / nT (\rho_2^n + \rho_1^n)$, $q_2 = -\rho_1^n V_0 / nT (\rho_2^n + \rho_1^n)$. При предельном переходе расположение остается шахматным, а дебиты определяются уравнениями

$$q_1 = -\frac{mach\, e^{2\pi e/a}}{1 + e^{2\pi e/a}}, \quad q_2 = -\frac{mach}{1 + e^{2\pi e/a}},$$

где e — расстояние между батареями.

---

* Данный закон обеспечивает монотонность стягивания КН (1).

** Возможность такого предельного перехода была указана Н. Ф. Ивановым.

3. Три круговых батареи, из которых две эксплуатационные, а одна нагнетательная. Система (2) при тех же предположениях, что и в задаче 1, приводится к виду:

$$q_1+q_2=-\frac{V_0}{nT},\quad q_1\frac{\rho_1^n}{r^n}+q_2\frac{\rho_2^n}{r^n}\cos n\alpha_2-q_3\frac{r^n}{\rho_3^n}\cos n\alpha_3=0,$$
$$q_2\frac{\rho_2^n}{r^n}\sin n\alpha_2-q_3\frac{r}{\rho_3^n}\sin n\alpha_3=0, \tag{5}$$

откуда

$$q_1=-\frac{V_0}{nT}\frac{(\rho_2/\rho_1)^n\sin n(\alpha_2-\alpha_3)}{\Delta},\quad q_2=-\frac{V_0}{nT}\frac{(\rho_1/\rho_2)^n\sin n\alpha_3}{\Delta},$$
$$q_3=-\frac{V_0}{nT}\frac{(\rho_1\rho_2/r^2)^n\sin n\alpha_2}{\Delta}, \tag{6}$$

где $\Delta=(\rho_2/\rho_3)^n\sin n(\alpha_2-\alpha_3)+(\rho_1/\rho_3)^n\sin n\alpha_3$; ρ_3 — радиус нагнетательной батареи; α_3 — начальный угол отсчета; $\Delta\neq 0$. Чтобы $q_1<0$, $q_2<0$, а $q_3>0$, необходимо одновременное выполнение неравенств: 1) $\sin n\alpha_2<0$, $\sin n\alpha_3>0$, $\sin n(\alpha_2-\alpha_3)>0$ или 2) $\sin n\alpha_2>0$, $\sin n\alpha_3<0$, $\sin n(\alpha_2-\alpha_3)<0$, которые определяют интервалы изменения α_2 и α_3.

Дебиты нагнетательных и эксплуатационных скважин (6) являются функциями двух независимых параметров α_2 и α_3. Для определения α_2 и α_3 необходимо добавить к системе (5) два последующих уравнения системы (2), не обращающихся тождественно в нуль:

$$q_1\frac{\rho_1^{2n}}{r^{2n}}+q_2\frac{\rho_2^{2n}}{r^{2n}}\cos 2n\alpha_2-q_3\frac{r^{2n}}{\rho_3^{2n}}\cos 2n\alpha_3=0,$$
$$q_2\frac{\rho_2^{2n}}{r^{2n}}\sin 2n\alpha_2-q_3\frac{r^{2n}}{\rho_3^{2n}}\sin n\alpha_3=0. \tag{7}$$

Если потребовать, чтобы ρ_1, ρ_2, ρ_3, α_2, α_3 не зависели от времени, то система из уравнений (5), (7) имеет только тривиальное решение $\rho_1=\rho_2=0$, $\rho_3=\infty$, не представляющее интереса.

Рассмотрим шахматно-круговое расположение скважин в батареях, полагая $\alpha_2=\pi/n$, $\alpha_3=0$. Система (5) примет вид:

$$q_1+q_2=-\frac{V_0}{nT},\quad q_1\frac{\rho_1^n}{r^n}-q_2\frac{\rho_2^n}{r^n}=q_3\frac{r^n}{\rho_3^n}. \tag{8}$$

Из второго уравнения данной системы найдем

$$q_3=q_1\left(\frac{\rho_1\rho_3}{r^2}\right)^n-q_2\left(\frac{\rho_2\rho_3}{r^2}\right)^n. \tag{9}$$

Для того чтобы q_3 был определенно-положительным, необходимо выполнение неравенства

$$\frac{q_2}{q_1}>\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n.$$

Задав текущий дебит q_1, из первого уравнения (8) найдем q_2, после чего по формуле (9) сможем определить текущий дебит нагнетательных скважин q_3.

Для выяснения некоторых свойств управления КН при данном расположении эксплуатационных и нагнетательных батарей, представим q_2 в виде суммы $q_2=q_2^{(1)}+q_2^{(2)}$ и выберем $q_2^{(1)}$ так, чтобы $\frac{q_2^{(1)}}{q_1}=\left(\frac{\rho_1}{\rho_2}\right)^n$. Тогда из (9) $q_3=-q_2^{(2)}\left(\frac{\rho_2\rho_3}{r^2}\right)^n$.

Разбиение q_2 на два слагаемых показывает, что исследуемый случай может быть представлен как результат сложения двух более простых схем управления КН: а) управление КН двумя эксплуатационными батареями с дебитами q_1 и $q_2^{(1)}$; б) управление КН одной эксплуатационной и одной нагнетательной батареями с дебитами, соответственно, $q_2^{(2)}$ и q_3.

Для трех прямолинейных батарей система (5) приводится следующей:

$$q_1 + q_2 = -mahc,$$

$$q_1 e^{-\frac{2\pi e}{a}} + q_2 \cos\frac{2\pi l_2}{a} - q_3 e^{-\frac{2\pi}{a}\left(2\frac{t}{T}c+d-b-c\right)} \cos\frac{2\pi l_3}{a} = 0,$$

$$q_2 \sin\frac{2\pi l_2}{a} - q_3 e^{-\frac{2\pi}{a}\left(2\frac{t}{T}c+d-b-c\right)} \sin\frac{2\pi l_3}{a} = 0,$$

из которой можно найти q_1, q_2, q_3. Значения соответствующих параметров указаны на рис. 1.

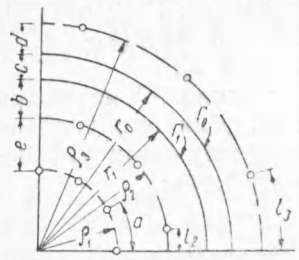


Рис. 1

Пример. Требуется определить дебиты двух эксплуатационных батарей по 18 скважин в каждой, а также дебиты 18-скважинной нагнетательной батареи при шахматно-круговом расположении, если известно: $\rho_1 = 1432$ м, $\rho_2 = 2000$ м, $\rho_3 = 3200$ м, $h = 10$ м, $m = 0{,}2$, $r_0 = 2800$ м, $r_1 = 2200$ м. Объем нефти, подлежащей вытеснению, $V_0 = 18\,849\,600$ м^3.

Предположим, что в течение всего периода эксплуатации T желаем сохранить постоянный суммарный дебит скважин эксплуатационных батарей $Q = 6480$ м^3/сут, тогда $T = 8$ лет. Возьмем закон стягивания КН в виде $r^2 = r_0^2 - \frac{t}{T}(r_0^2 - r_1^2)$. Пусть максимально допустимый дебит скважин эксплуатационных батарей $q_1 = 200$ м^3/сут, а из (8) $q_2 = 160$ м^3/сут. Дебит нагнетательных скважин определяется по формуле

$$q_3 = 159{,}5\left[\frac{\rho_2\rho_3}{r_0^2 - \frac{t}{T}(r_0^2 - r_1^2)}\right]^{18} \text{м}^3/\text{сут}.$$

На рис. 2 приведен график зависимости дебита скважин нагнетательной батареи от времени. Если считать, что предельно возможный дебит нагнетательных скважин равен 1000 м^3/сут, то при данном расположении и найденном режиме эксплуатации управление КН возможно в течение 5,5 лет. За это время КН переместится приблизительно на 400 м.

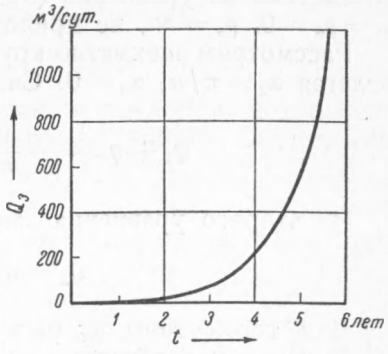


Рис. 2

Физико-технический институт
Казанского филиала Академии наук СССР

Поступило
25 V 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Г. С. Салехов, ДАН, 101, № 5 (1955).