Доклады Академии наук СССР
1955. Том 102, № 6

БИОФИЗИКА

М. М. БОНГАРД и М. С. СМИРНОВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КРИВЫХ СПЕКТРАЛЬНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИЕМНИКОВ ГЛАЗА ПО КРИВЫМ СЛОЖЕНИЯ

(Представлено академиком Г. С. Ландсбергом 4 XII 1954)

В настоящее время имеется большое число работ, посвященных выяснению спектральной чувствительности трех приемников человеческого глаза, осуществляющих цветовое зрение. Недавно опубликованная работа Е. Н. Юстовой (1) содержит в себе совершенно бесспорные экспериментальные данные о цветовом зрении дихроматов. Далее, исходя из предположения о том, что у дихроматов, принимающих уравнения нормальных трихроматов, имеются два из трех приемников нормальных трихроматов, Юстова вычислила кривые спектральной чувствительности приемников. Эта гипотеза о природе дихромазии является в настоящее время наиболее правдоподобной, однако, так как она до сих пор встречает возражения, мы попытались вычислить кривые спектральной чувствительности приемников, опираясь только на кривые сложения нормальных трихроматов. Поскольку способ расчета применен нами не только к человеку, но и к некоторым животным (5), мы изложим его в общем виде.

1. Во избежание терминологической путаницы определим основные понятия. Два излучения называются одинаковыми по цвету тогда и только тогда, когда они полностью неотличимы одно от другого для глаза, т. е. одинаково возбуждают каждый из приемников глаза.

Мы называем цветовое пространство животного n-мерным, если для него существуют n линейно независимых цветов, но между любыми $n+1$ цветами существует линейная зависимость. Например, цветовое пространство человека трехмерно, так как любой цвет для человека может быть приравнен к линейной комбинации трех линейно независимых цветов.

Выберем n линейно независимых цветов $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (базис пространства). Тогда любой цвет C можно представить в виде $C = \sum_{i=1}^{n} a_i A_i$. Обозначим цвет монохроматического излучения единичной мощности с длиной волны λ через E_λ, тогда $E_\lambda = \sum_{i=1}^{n} a_i(\lambda) A_i$. Функции $a_i(\lambda)$ называются кривыми сложения животного относительно базиса $A_1, \ldots, A_n$. Эти функции могут быть получены в колориметрических опытах.

Мы упоминали о трехмерности цветового пространства человека. Однако, если ограничиться областью спектра $\lambda > 560$ мμ, то в этой области любой цвет может быть представлен комбинацией только двух линейно независимых цветов. Поэтому имеет смысл говорить о двумерности цветового пространства человека в этой области. Соответственно, мы называем цветовое пространство животного в области спектра $\lambda < \lambda_1$; $\lambda_2 < \lambda < \lambda_3$; $\ldots \lambda_m < \lambda$ (см. рис. 1) l-мерным, если существует l линейно независимых цветов излучений, содержащих длины волн только в этой области спектра, но цвета любых $l+1$ таких излучений линейно зависимы.

Ясно, что животное с n-мерным цветовым пространством имеет ровно n приемников с линейно независимыми кривыми спектральной

чувствительности. Так как мало вероятно, что существуют приемники с кривыми чувствительности, являющимися линейными комбинациями этих n кривых, то мы будем считать, что вообще число приемников совпадает с размерностью цветового пространства животного. Аналогично мы будем считать, что на участке спектра, для которого цветовое пространство животного l-мерно, ровно l приемников имеют чувствительность, отличную от нуля. Этот постулат дает возможность в довольно широком классе случаев по кривым сложения определять кривые чувствительности приемников.

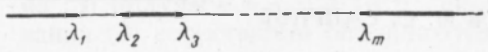


Рис. 1

Спектральной чувствительностью i-го приемника мы будем называть функцию $f_i(\lambda)$, равную отношению энергий монохроматических излучений с длинами волн λ_0 и λ, при котором эти излучения приводят i-й приемник в одинаковые состояния (λ_0 произвольно, но фиксировано). При таком определении $f_i(\lambda)$ зависит от выбора λ_0. Этот произвол исчезает, если считать тождественными все функции, отличающиеся лишь постоянным множителем. Такое определение чувствительности следует из того, что имеет смысл говорить только об отношении чувствительностей приемника в двух точках спектра, а не об абсолютных значениях чувствительности.

2. Покажем, что если животное обладает n-мерным цветовым пространством, а базисные цвета $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$ выбраны в участке спектра, на котором цветовое пространство $n-1$-мерно, то $f_n(\lambda) = ka_n(\lambda)$, где k — произвольное положительное число. Действительно, согласно постулату, на $n-1$-мерном участке спектра чувствительность одного из приемников равна нулю. Тогда из равенства $E_\lambda = a_n(\lambda) A_n + \sum_{i=1}^{n-1} a_i(\lambda) A_i$ следует, что цвет E_λ приводит n-й приемник в такое же состояние, как цвет $a_n(\lambda) A_n$, так как базисные цвета $A_1, \ldots, A_{n-1}$ не возбуждают этот приемник. С другой стороны, по определению спектральной чувствительности, цвет E_λ и цвет $f_n(\lambda) E_{\lambda_0}$ приводят этот приемник в одинаковое состояние. Отсюда следует, что цвет $a_n(\lambda) A_n$ и цвет $f_n(\lambda) E_{\lambda_0}$ при всех λ приводят n-й приемник в тождественные состояния. Так как оба эти цвета при изменениях λ меняются только по интенсивности (A_n и E_{λ_0} — постоянные цвета), то $f_n(\lambda) = ka_n(\lambda)$.

Этот метод не применим только для нахождения кривой чувствительности такого приемника, область чувствительности которого охватывает область чувствительности какого-нибудь другого приемника. В этом случае чувствительность первого определяется с точностью до линейной комбинации со вторым.

3. Как уже указывалось, для человека участок спектра $\lambda > 560$ мμ двумерен, так как синий приемник в этой области не чувствителен. Выберем два базисных цвета в этой области, а третий вне ее. Тогда $a_3(\lambda)$ и будет кривой чувствительности синего приемника. Мы пользовались кривыми сложения МОК. Их базисные цвета не удовлетворяют необходимым условиям. Поэтому мы перешли к базису $\lambda = 700$, 590, 410 мμ по известной формуле:

$$\bar{v}' = \begin{vmatrix} \bar{r}(\lambda_1) & \bar{r}(\lambda_2) & \bar{r}(\lambda) \\ \bar{g}(\lambda_1) & \bar{g}(\lambda_2) & \bar{g}(\lambda) \\ \bar{b}(\lambda_1) & \bar{b}(\lambda_2) & \bar{b}(\lambda) \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} \bar{r}(\lambda_1) & \bar{r}(\lambda_2) & \bar{r}(\lambda_3) \\ \bar{g}(\lambda_1) & \bar{g}(\lambda_2) & \bar{g}(\lambda_3) \\ \bar{b}(\lambda_1) & \bar{b}(\lambda_2) & \bar{b}(\lambda_3) \end{vmatrix}.$$

Для определения кривой спектральной чувствительности зеленого приемника был выбран базис $\lambda = 400; 546; 700$ мμ, так как в этом случае двумерная область спектра состоит из двух участков: $\lambda < 410$ мμ и $\lambda > 670$ мμ. Проверкой двумерности этой области и, следовательно, правильности выбора базиса служит равенство нулю полученной функции $\bar{g}'(\lambda)$ во всех точках этой области, как видно на рис. 2, где приведены полученные нами кривые чувствительности приемников человека.

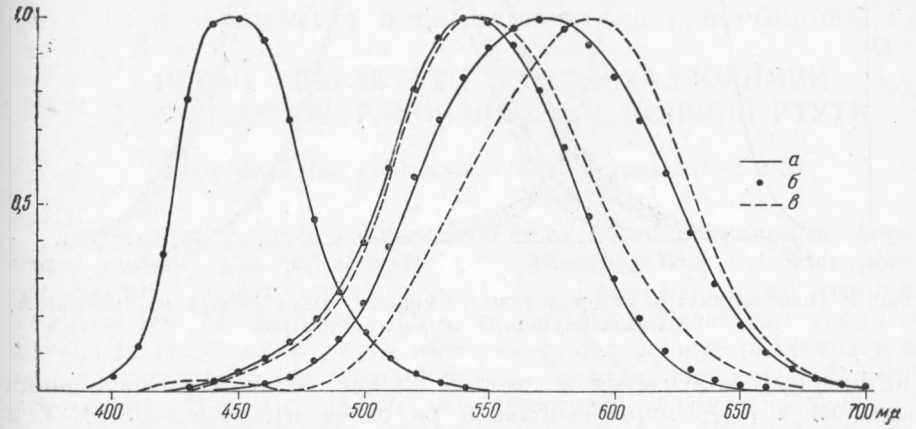


Рис. 2. *а* — кривые чувствительности приемников человека, вычисленные на основании кривых МОК; *б* — кривые чувствительности приемников по Юстовой (1); *в* — кривые чувствительности красного и зеленого приемников по Федорову (2)

Если воспользоваться для отыскания чувствительности зеленого приемника не кривыми МОК, а, например, кривыми, приведенными в статье Ишака (3), то получаются результаты настолько близкие, что все они укладываются в пределах узкой полосы (см. рис. 3).

Хуже обстоит дело с выбором двумерной области для нахождения чувствительности красного приемника, так как в области, где не работает красный приемник ($\lambda < 440$ мμ), мало чувствителен и зеленый. Из-за малой точности колориметрических измерений в синей области кривые сложения, полученные разными авторами, несколько различаются. По той же причине от выбора базисного цвета в синей части спектра несколько зависит вид получающейся кривой. Мы пользовались цветами $\lambda = 410, 700$ мμ, а третий выбирали в интервале $\lambda = 430—460$ мμ.

Контролем двумерности области, в которой выбраны два базисных цвета, как всегда, служило равенство нулю в этой области получающейся функции. На рис. 2 приведена кривая, полученная на основе кривых МОК при базисе $\lambda = 410, 430, 700$ мμ. На рис. 3 проведена полоса, внутрь которой укладываются все кривые, полученные на основе как кривых МОК, так и пяти кривых, полученных Райтом, Гилдом, Уивером и Ишаком (3).

На рис. 2 приведены кривые, полученные Юстовой Е. Н. (1) на основании совершенно других предположений (опытов с дихроматами). Совпадение ее результатов с нашими показывает чрезвычайно низкую вероятность ошибочности как ее, так и наших предположений. Итак, приемники дихроматов тождественны с соответствующими приемниками нормальных трихроматов. Поэтому исследование цветового зрения дихроматов, как, например, проделанное Юстовой, может уточнить кривые спектральной чувствительности приемников трихромата. Мы считаем кривые Юстовой наиболее точными из опубликованных в настоящее время.

Заметим, что правильность результата, полученного нашим способом, не говорит о строгом равенстве нулю чувствительности одного из приемников в двумерной области. Дело в том, что результат, близкий

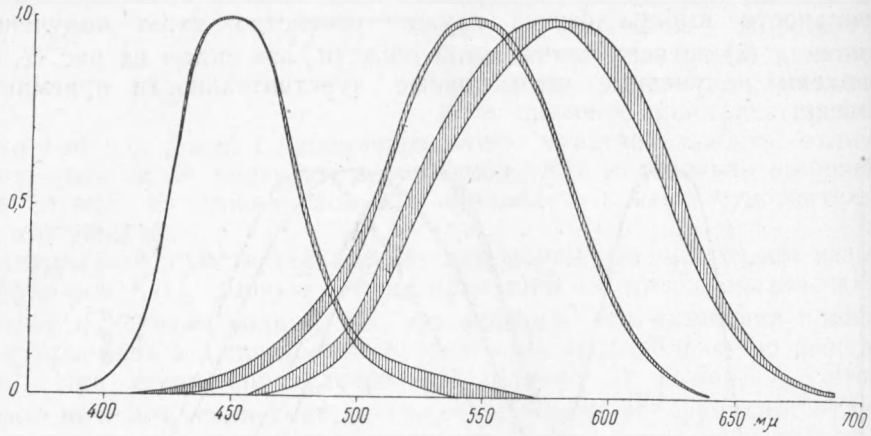


Рис. 3. Полосы, внутрь которых ложатся кривые, вычисленные на основании данных различных экспериментаторов

к истинному, получается и в том случае, если чувствительность приемника в $n-1$-мерной области не равна нулю, а лишь мала по сравнению с чувствительностями остальных приемников*.

На рис. 2 нанесены кривые чувствительности приемников по Н. Т. Федорову ([2]). Видно, что хотя Федоров в своих расчетах исходил из кривых МОК, полученные им красная и зеленая кривые не верны. Ошибочность результатов Федорова объясняется тем, что он опирается на «точки пересечения» кривых чувствительности приемников. Как уже указывалось, каждая из этих кривых не имеет преимущественного масштаба. Масштаб, выбранный Федоровым, по существу совершенно произволен (равные площади, охватываемые кривыми и осью абсцисс). При любом другом выборе нормировки Федоров получил бы другие кривые. Поэтому неудивительно, что такие случайные кривые оказались ошибочными.

Для уточнения кривых чувствительности человека желательны новые тщательные измерения кривых сложения непосредственно на перечисленных выше базисах. Следует подчеркнуть, что нужно произвести измерения именно кривых сложения $a_i(\lambda)$, а не трехцветных коэффициентов $a_i(\lambda)/\Sigma a_j(\lambda)$, которые измерялись до сих пор, так как вычисление кривых сложения по трехцветным коэффициентам базируется на предположении об аддитивности яркости, неверность которого показана экспериментально ([4]).

Институт биологической физики
Академии наук СССР

Поступило
25 XI 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. Н. Юстова, Пробл. физиол. опт., 8, 112 (1953). [2] Н. Т. Федоров, М. А. Юрьев и др., Пробл. физиолог. опт., 8, 99 (1953). [3] J. G. H. Ishak, J. Opt. Soc., 42, № 9 (1952). [4] С. Г. Юров, Пробл. физиолог. опт., 10, 59 (1952). [5] М. М. Бонгард, ДАН, 103, № 2 (1955).

---

* Легко показать, что если в $n-1$-мерной области $f_n(\lambda) = \sum_1^{n-1} b_i f_i(\lambda)$, то $f_n(\lambda) = f'_n(\lambda) + \sum^{n-1} b_i f_i(\lambda)$, где $f'_n(\lambda)$ — функция, найденная в предположении, что $f_n(\lambda) = 0$ в $n-1$-мерной области. Поэтому из малости b_i следует близость $f_n(\lambda)$ к $f'_n(\lambda)$.