Доклады Академии наук СССР
1955. Том 104, № 6

МЕХАНИКА

Академик И. И. АРТОБОЛЕВСКИЙ

ОБ ОДНОМ МЕХАНИЗМЕ ИНВЕРСОРА

1°. В настоящей работе излагается теория нового механизма инверсора. Механизм представляет собой семизвенную (см. рис. 1), включая и неподвижное звено, кинематическую цепь. Звено *2* выполнено в виде коленчатого рычага *ABE* с постоянным жестким углом $ABE = 90°$. Оси направляющих крестообразного ползуна *6* взаимно-перпендикулярны. К звеньям *2* и *7* присоединена двухповодковая группа, состоящая из звеньев *3* и *4*, входящих в поступательные пары со звеньями *2* и *7* и во вращательную пару *E* между собой. Нетрудно видеть, что эта кинематическая цепь обладает двумя степенями свободы. В любом положении этой цепи треугольники *ABE* и *ABD*, образуемые ее звеньями, будут прямоугольными. Следовательно, для этой цепи всегда будет выполняться условие

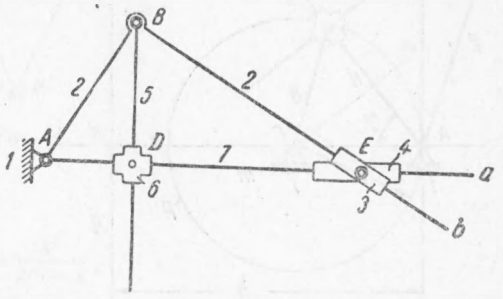

Рис. 1

$$AD \cdot AE = (AB)^2 = b^2 = \text{const}, \qquad (1)$$

где b — длина стороны AB звена *2*. Условие (1) определяет рассматриваемую цепь как инверсор. Закрепим одну из точек *A*, *D* или *E* с неподвижной плоскостью. На рис. 1 неподвижной является точка *A*. Тогда если, например, точку *E* вести по какой-либо кривой $q - q$, то точка *D* будет двигаться по некоторой кривой $p - p$, являющейся инверсией кривой $q - q$, и, обратно, кривая $q - q$ является инверсией кривой $p - p$. В отличие от инверсора Крауфорда (1), в рассматриваемом механизме как средняя пропорциональная в уравнении (1) использована не высота, а катет *AB* прямоугольного треугольника *ABE*.

2°. Используя предлагаемый инверсор, можно построить точный прямолинейно направляющий механизм (см. рис. 2). Для этого закрепляем точку *A* с неподвижной плоскостью. Если теперь точку *D* двигать по окружности $p - p$, проходящей через точку *A*, то точка *E* будет двигаться по прямой $q - q$, перпендикулярной к прямой *AF*, соединяющей центр *A* инверсии с центром *F* окружности $p - p$.

В самом деле, из условия (1) следует, что

$$AE = \frac{(AB)^2}{AD} = \frac{b^2}{2R\cos\varphi} = \frac{h}{\cos\varphi}, \qquad (2)$$

где b — длина стороны *AB* звена *2* и R — радиус окружности $p - p$.

Уравнение (2) является уравнением прямой $q - q$, где величина h есть расстояние *AK* (см. рис. 2). Центр *F* окружности $p - p$ выбирается

на прямой $m-m$, проходящей через точку N, делящую отрезок AD пополам.

3°. Если инверсор присоединить к четырехзвенному кулисному механизму (см. рис. 3), состоящему из звеньев *1*, *7*, *8* и *4*, у которого длины звеньев *1* и *8* равны, т. е. $AF = FC$, то мы получим механизм коникографа.

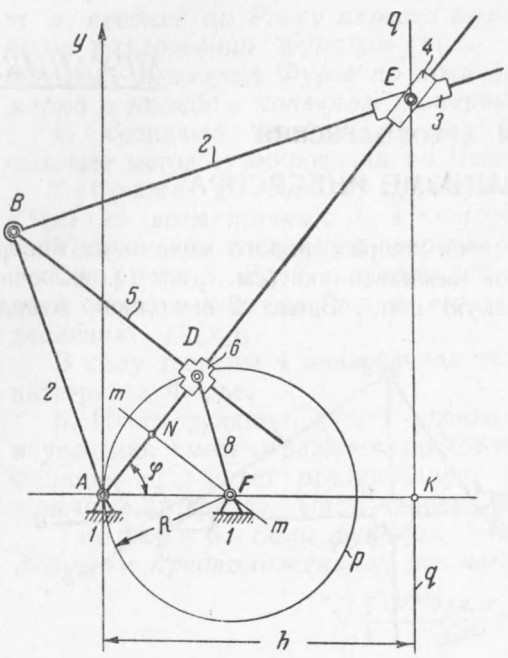

Рис. 2

В самом деле, уравнение кривой, вычерчиваемой точкой E, в полярной системе координат будет

$$\rho_E = AE = AC + CE = \\ = 2r\cos\varphi + a, \qquad (3)$$

где r — радиус кривошипа *8*, равный $FC = AF$, и a — расстояние от точки C до точки E. Уравнение (3) — уравнение улитки Паскаля.

Используя условие (1), получим

$$\rho_D = AD = \frac{b^2}{AE} = \frac{b^2}{\rho_E} = \\ = \frac{b^2}{2r\cos\varphi + a} = \frac{p}{1 + e\cos\varphi}. \qquad (4)$$

Уравнение (4) есть уравнение конического сечения с параметром p и эксцентриситетом e.

Если $e > 1$ или, что то же, $a < 2r$, точка D будет чертить гиперболу. Если $e < 1$ или $a > 2r$, точка D будет чертить эллипс, и, наконец, если $e = 1$, т. е. $a = 2r$, точка D будет чертить параболу.

4°. Введем крестообразный ползун *6* (см. рис. 4) во вращательную пару D с неподвижным звеном *1* и заставим точку A двигаться по окружности, проходящей через точку D. Для чего присоединим кривошип *8*, длина AF которого равна расстоянию FD, т. е. $AF = FD = r$. Тогда точка E механизма будет вычерчивать циссоидальную кривую. Имеем

$$\rho_E = DE = AE - AD.$$

Принимая отрезок AB звена *2* равным b и учитывая условие (1), получим

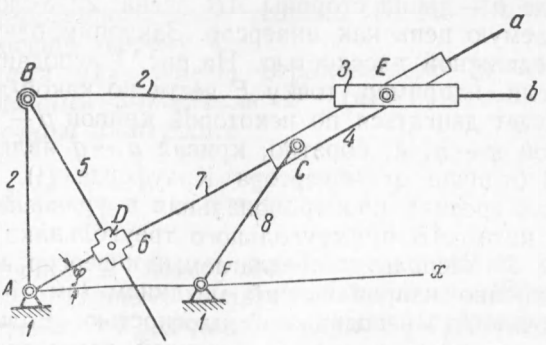

Рис. 3

$$\rho_E = \frac{b^2}{AD} - AD = \frac{b^2}{2r\cos\varphi} - 2r\cos\varphi. \qquad (5)$$

Как известно (²), это уравнение циссоидальной кривой. Переходя к прямоугольной системе координат, получим

$$y^2 = x^2\left[\frac{2r - \left(\frac{b^2}{2r} - x\right)}{\frac{b^2}{2r} - x}\right]. \qquad (6)$$

Это будет циркулярная уникурсальная кривая 3-го порядка с одной двойной точкой. Если размеры механизма удовлетворяют условию $b = 2r$,

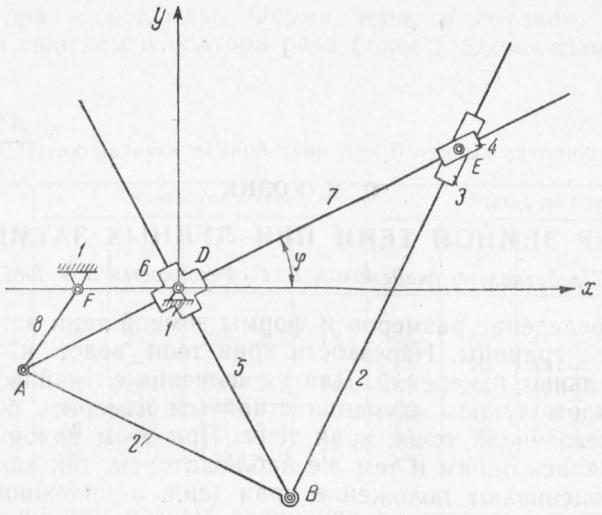

Рис. 4

то уравнение (6) будет иметь вид

$$y^2 = \frac{x^3}{2r - x}, \qquad (7)$$

т. е. кривая, описываемая точкой E, будет циссоидой Диоклеса.

Институт машиноведения
Академии наук СССР

Поступило
29 VII 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] W. R. Crawford, Engeneer., 162, № 4207 (1936). [2] В. В. Добровольский, Теория механизмов для образования плоских кривых, Изд. АН СССР, 1953.