Доклады Академии наук СССР
1955. Том 102, № 5

ФИЗИКА

И. КОБЗАРЕВ и И. ШМУШКЕВИЧ

СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ВЕРОЯТНОСТЯМИ ТРЕХ ТИПОВ АННИГИЛЯЦИИ НУКЛОН — АНТИНУКЛОН

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 14 III 1955)

При столкновениях антинуклонов с нуклонами должно иметь место превращение этих частиц в π-мезоны. Мы рассмотрим такие процессы превращения, в результате которых возникают только две π-частицы. При этом возможны следующие реакции *:

$$\begin{aligned} &1)\ p + \tilde{p} \to \pi^0 + \pi^0; \qquad 4)\ n + \tilde{n} \to \pi^0 + \pi^0; \\ &2)\ p + \tilde{p} \to \pi^+ + \pi^-; \qquad 5)\ n + \tilde{n} \to \pi^+ + \pi^-; \\ &3)\ n + \tilde{p} \to \pi^- + \pi^0; \qquad 6)\ p + \tilde{n} \to \pi^+ + \pi^0. \end{aligned} \tag{1}$$

Из зарядовой симметрии теории для дифференциальных поперечных сечений этих процессов вытекают следующие равенства:

$$w_1 = w_4 = w_{\pi^0+\pi^0}, \quad w_2 = w_5 = w_{\pi^++\pi^-}, \quad w_3 = w_6 = w_{\pi^\pm+\pi^0}. \tag{2}$$

Если принять гипотезу об изотопической инвариантности, то можно установить соотношение между этими тремя сечениями. Для этого учтем, что амплитуда процессов, рассматриваемая как оператор, действующий на зарядовые переменные нуклонов и мезонов, является изотопическим инвариантом и поэтому должна иметь вид

$$A = \alpha(\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1) + i\beta\vec{\tau}[\mathbf{u}_2, \mathbf{u}_1]. \tag{3}$$

Здесь u_1^i и u_2^j — составляющие векторов $\mathbf{u}_1$ и $\mathbf{u}_2$ (в изотопическом пространстве) — являются операторами испускания первого и второго мезонов в зарядовых состояниях i и j ($i, j = 1, 2, 3$); τ — оператор изотопического спина нуклона. Комплексные величины α и β зависят от энергии сталкивающихся нуклонов и их поляризации, а также от угла вылета π-частиц (множитель $+i$ во втором слагаемом формулы введен для удобства).

Вместо u^1, u^2, u^3 удобно ввести циклические составляющие u^0, u^-, u^+ согласно формулам:

$$u^0 = u^3, \quad u^\pm = \mp\frac{1}{\sqrt{2}}(u^1 \mp iu^2). \tag{4}$$

u^0, u^+ и u^- являются операторами испускания π^0-, π^+- и π^--мезонов, соответственно. Выраженная через эти операторы амплитуда A принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} A = \alpha(u_2^0 u_1^0 - u_2^- u_1^+ - u_2^+ u_1^-) - \\ - \beta\{\tau_0(u_2^+ u_1^- - u_2^- u_1^+) - \sqrt{2}\,\tau(u_2^- u_1^0 - u_2^0 u_1^-) - \sqrt{2}\,\tau^+(u_2^+ u_1^0 - u_2^0 u_1^+)\}. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь $\tau = {}^1/_2(\tau_1 - i\tau_2)$, $\tau^+ = {}^1/_2(\tau_1 + i\tau_2)$.

* $\tilde{p}$ и $\tilde{n}$ — символы антипротона и антинейтрона.

Обозначим, далее, через $v_{+1/2}$ и $v_{-1/2}$ зарядовые волновые функции нейтрона и протона, соответственно, и учтем, что $(v_{1/2}\tau_0 v_{+1/2}) = 1$, $(v_{-1/2}\tau_0 v_{-1/2}) = -1$, $(v_{-1/2}\tau v_{+1/2}) = (v_{+1/2}\tau^+ v_{-1/2}) = 1$, а остальные матричные элементы операторов τ^0, τ, τ^+ равны нулю. Тогда для амплитуды первой и четвертой реакций получим

$$a_{\pi^0+\pi^0} = \alpha; \tag{6}$$

для второй и пятой реакций:

$$\begin{aligned} a_{\pi^++\pi^-} &= -\alpha + \beta, \\ \bar{a}_{\pi^++\pi^-} &= -\alpha - \beta. \end{aligned} \tag{7}$$

$a_{\pi^++\pi^-}$ и $a_{\pi^++\pi^-}$ относятся к процессам, отличающимся друг от друга перестановкой π^+- и π^--мезонов в конечном состоянии. В системе центра инерции, которой мы будем пользоваться, переход от $a_{\pi^++\pi^-}$ к $\bar{a}_{\pi^++\pi^-}$ соответствует изменению знаков импульсов π^+- и π-частиц.

Для третьей и шестой реакций

$$\begin{aligned} a_{\pi^\pm+\pi^0} &= \sqrt{2}\,\beta, \\ \bar{a}_{\pi^\pm+\pi^0} &= -\sqrt{2}\,\beta. \end{aligned} \tag{8}$$

Из (6), (7) и (8) находим

$$w_{\pi^++\pi^-} + \bar{w}_{\pi^++\pi^-} = 2w_{\pi^0+\pi^0} + w_{\pi^\pm+\pi^0}. \tag{9}$$

Интегрируя это соотношение по всем углам вылета частиц, получаем соотношение между полными сечениями:

$$\sigma_{\pi^++\pi^-} = 2\sigma_{\pi^0+\pi^0} + {}^1/_2\sigma_{\pi^\pm+\pi^0}. \tag{10}$$

Заметим еще, что между амплитудами имеет место соотношение

$$a_{\pi^0+\pi^0} + a_{\pi^++\pi^-} = \frac{1}{\sqrt{2}}\, a_{\pi^\pm+\pi^0}, \tag{11}$$

которое приводит к следующим неравенствам для сечений:

$$\begin{aligned} &\left|\sqrt{\sigma_{\pi^++\pi^-}} - \sqrt{\sigma_{\pi^0+\pi^0}}\right| \leqslant \sqrt{{}^1/_2\,\sigma_{\pi^\pm+\pi^0}} \leqslant \sqrt{\sigma_{\pi^++\pi^-}} + \sqrt{\sigma_{\pi^0+\pi^0}}, \\ &\left|\sqrt{{}^1/_2\sigma_{\pi^\pm+\pi^0}} - \sqrt{\sigma_{\pi^0+\pi^0}}\right| \leqslant \sqrt{\sigma_{\pi^++\pi^-}} \leqslant \sqrt{{}^1/_2\sigma_{\pi^\pm+\pi^0}} + \sqrt{\sigma_{\pi^0+\pi^0}}, \\ &\left|\sqrt{{}^1/_2\sigma_{\pi^\pm+\pi^0}} - \sqrt{\sigma_{\pi^++\pi^-}}\right| \leqslant \sqrt{\sigma_{\pi^0+\pi^0}} \leqslant \sqrt{{}^1/_2\sigma_{\pi^\pm+\pi^0}} + \sqrt{\sigma_{\pi^++\pi^-}}. \end{aligned} \tag{12}$$

Все эти результаты могут быть получены и другим способом. Нуклон и антинуклон имеют изотопический спин $I = {}^1/_2$. Поэтому для системы нуклон — антинуклон I может быть равно 0 или 1. В силу сохранения изотопического спина система образующихся двух мезонов также должна иметь I, равное 0 или 1. Волновые функции системы двух мезонов в изотопическом пространстве $\Phi^I_{I_z}(1, 2)$, соответствующие $I = 0$ и $I = 1$, имеют вид:

$$\begin{aligned} \Phi^0_0 &= \frac{1}{\sqrt{3}}\{\varphi^-(1)\varphi^+(2) + \varphi^+(1)\varphi^-(2) - \varphi^0(1)\varphi^0(2)\}, \\ \Phi^1_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi^-(1)\varphi^0(2) - \varphi^0(1)\varphi^-(2)\}, \\ \Phi^1_0 &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi^-(1)\varphi^+(2) - \varphi^+(1)\varphi^-(2)\}, \\ \Phi^1_{-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}}\{\varphi^0(1)\varphi^+(2) - \varphi^+(1)\varphi^0(2)\}. \end{aligned} \tag{13}$$

Здесь φ^0, φ^+ и φ^- — волновые функции π^0-, π^+- и π^--мезонов.

Рассматривая, например, реакции (1), (2) и (6), мы можем считать, что вначале имеется протон ($I = {}^1/_2$ $I_z = -{}^1/_2$), а в конце нуклон с отрицательной энергией и 2 мезона.

Волновая функция системы нуклон + 2 мезона с $I = {}^1/_2$ и $I_z = -{}^1/_2$ может быть построена двумя способами: из $v_{-1/2}$ и Φ_0^0 и из $v_{\pm 1/2}$ и Φ_m^1. Для этих двух функций $\Psi_{-1/2}^{1/2\,\prime}$ и $\Psi_{-1/2}^{1/2\,\prime\prime}$ имеем

$$\Psi_{-1/2}^{1/2\,\prime} = v_{-1/2}\Phi_0^0 = \frac{1}{\sqrt{3}} v_{-1/2}(\varphi^-(1)\varphi^+(2) + \varphi^+(1)\varphi^-(2) - \varphi^0(1)\varphi^0(2)\},$$

$$\Psi_{-1/2}^{1/2\,\prime\prime} = \frac{1}{\sqrt{3}} v_{-1/2}\Phi_0^1 - \sqrt{2/3}\, v_{1/2}\Phi_{-1}^1 = \tag{14}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{6}} v_{-1/2}(\varphi^-(1)\varphi^+(2) - \varphi^+(1)\varphi^-(2)) - \frac{1}{\sqrt{3}} v_{1/2}(\varphi^0(1)\varphi^+(2) - \varphi^+(1)\varphi^-(2)\}.$$

Обозначая через N и M амплитуды вероятности перехода в конечные состояния, описываемые функциями Ψ' и Ψ'', соответственно (т. е. в состояния с изотопическим спином 2 мезонов, равным 0 и 1), получим

$$\begin{aligned} a_{\pi^0+\pi^0} &= -\frac{1}{\sqrt{3}} N, \\ a_{\pi^++\pi^-} &= \frac{1}{\sqrt{3}} N + \frac{1}{\sqrt{6}} M, \\ a_{\pi^++\pi} &= \frac{1}{\sqrt{3}} N - \frac{1}{\sqrt{6}} M, \\ a_{\pi^\pm+\pi^0} &= \frac{2}{\sqrt{3}} M. \end{aligned} \tag{15}$$

Если положить здесь $\frac{1}{\sqrt{3}} N = \alpha$ и $\frac{1}{\sqrt{6}} M = \beta$, то придем к формулам (6), (7), (8) со всеми вытекающими из них следствиями.

При малых энергиях аннигиляция с образованием 2 мезонов, имеющих изотопический спин $I = 0$, запрещена. Действительно, при малой энергии антинуклонов существенно только S-состояние системы нуклон — антинуклон. При этом система будет нечетной, так как внутренние четности нуклона и антинуклона противоположны ([1]). С другой стороны, система 2 мезонов с $I = 0$ имеет волновую функцию Φ^0, симметричную в зарядовых переменных и, следовательно, симметричную в пространственных координатах, так как π-мезоны подчиняются статистике Бозе. Поэтому при инверсии волновая функция Φ^0 не изменяет знака, т. е. соответствующее состояние с $I = 0$ является четным. Следовательно, аннигиляция в 2 мезона с $I = 0$ оказывается запрещенной законом сохранения четности. Но при аннигиляции с образованием 2 мезонов с $I = 1$ $w_{\pi^0+\pi^0} = 0$ (см. формулу (5)). При этом из (10) следует, что $w_{\pi^++\pi^0} = 2w_{\pi^++\pi^-}$.

Таким образом, для остановившегося антипротона аннигиляция в два π^0-мезона запрещена и вероятности аннигиляции $\tilde{\mathrm{p}} + \mathrm{p} \to \pi^+ + \pi^-$ и $\tilde{\mathrm{p}} + \mathrm{n} \to \pi^- + \pi^0$ относятся как 2 : 1.

Заметим, что при столкновениях антинуклонов с нуклонами, наряду с упругим рассеянием, т. е. с реакциями

$$\tilde{\mathrm{p}} + \mathrm{p} \to \tilde{\mathrm{p}} + \mathrm{p}, \quad \tilde{\mathrm{p}} + \mathrm{n} \to \tilde{\mathrm{p}} + \mathrm{n}, \tag{16}$$

возможен также процесс

$$\tilde{\mathrm{p}} + \mathrm{p} \to \tilde{\mathrm{n}} + \mathrm{n}. \tag{17}$$

Между вероятностями этих трех процессов не существует соотношений, вытекающих из изотопической инвариантности. Нетрудно, од-

нако, установить, что сечения этих трех процессов удовлетворяют неравенствам, подобным (12). Именно:

$$|\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{n}+n)}-\sqrt{\sigma(\tilde{p}+n\to\tilde{p}+n)}|\leqslant$$
$$\leqslant\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{p}+p)}\leqslant\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{n}+n)}+\sqrt{\sigma(\tilde{p}+n\to\tilde{p}+n)},$$

$$|\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{n}+n)}-\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{p}+p)}|\leqslant\sqrt{\sigma(\tilde{p}+n\to\tilde{p}+n)}\leqslant$$
$$\leqslant\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{n}+n)}+\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{p}+p)}, \qquad (18)$$

$$|\sqrt{\sigma(\tilde{p}+n\to\tilde{p}+n)}-\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{p}+p)}|\leqslant\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{n}+n)}\leqslant$$
$$\leqslant\sqrt{\sigma(\tilde{p}+n\to\tilde{p}+n)}+\sqrt{\sigma(\tilde{p}+p\to\tilde{p}+p)}.$$

Мы выражаем благодарность И. Я. Померанчуку за постановку вопроса, рассмотренного в этой заметке, и В. Б. Берестецкому и С. В Малееву за обсуждение результатов.

Поступило
25 XI 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Б. Берестецкий, ЖЭТФ, 21, 43 (1951).