Доклады Академии наук СССР
1955. Том 101, № 5

ГЕОФИЗИКА

Академик В. Г. ФЕСЕНКОВ

О ЯРКОСТИ ДНЕВНОГО БЕЗОБЛАЧНОГО НЕБА ПРИ СФЕРИЧЕСКОЙ ЗЕМЛЕ

1. Яркость дневного безоблачного неба в основном обусловлена рассеянием солнечного света в земной атмосфере и зависит от ее общей оптической толщи и индикатрисы рассеяния. В случае, если оптическая толща достаточно мала, довольно хорошее согласие с действительностью получается при учете рассеяния света лишь первого порядка. Однако существующие теории яркости дневного неба относятся к случаю плоской Земли и не могут быть применены для точек неба в непосредственной близости к горизонту, в особенности при низком положении солнца. Кроме того при плоской Земле нельзя теоретически связать яркость дневного неба с яркостью сумерек. Эта связь обусловлена тем обстоятельством, что яркость дневного неба при каждом положении солнца определяется преимущественно некоторым эффективным слоем, и высота этого слоя постепенно повышается по мере понижения солнца по отношению к горизонту. Можно доказать, например, что незадолго до захода солнца наиболее низкие слои тропосферы не только ничего не добавляют к общей яркости неба, но даже уменьшают ее своим поглощением. Таким образом, еще за некоторое время до фактического захода солнца атмосфера приходит в сумеречное состояние, когда явление яркости неба обусловливается в основном довольно высоко лежащими слоями. После захода солнца эффективный рассеивающий слой продолжает подниматься с все повышающейся скоростью, но характер явления по существу не меняется. Вследствие этого необходимо дать более общую теорию яркости дневного неба при сферической Земле, которая естественно представит переход к сумеречным условиям.

Та же самая теория может иметь непосредственное применение во всех тех случаях, когда приходится иметь дело с любым достаточно удаленным источником, освещающим нашу атмосферу. В особенности большой интерес представляет применение подобной теории для учета рассеяния света высших порядков во время сумерек или ночью, поскольку освещающий источник пространственно отделен в этих обоих случаях от среды, в которой происходит рассеяние света высших порядков, т. е. в основном от тропосферы. Во время сумерек рассеяние света первого порядка, обусловливающее явление сумеречного сегмента, происходит в высоких стратосферных и ионосферных слоях, и каждый элемент этого сумеречного сегмента играет роль внешнего источника света наподобие солнца.

Аналогичным образом яркость ночного неба обусловлена свечением эффективного слоя на высоте около 250 км и, кроме того, рассеянием этого света в гораздо ниже расположенной тропосфере. В данном случае первичный источник света также пространственно значительно разделен от рассеивающей среды, а потому и здесь также может быть применена та же самая теория яркости дневного неба.

2. Будем исходить из следующих предположений:

а) плотность воздуха уменьшается с высотой согласно простой экспоненциальной формуле

$$\rho = \rho_0 e^{-h/h_0},$$

причем высота однородной атмосферы h_0 может быть принята равной, как обычно, 8 км;

б) ослабление света происходит в результате простого рассеяния, и потому коэффициент ослабления k связан с коэффициентом рассеяния μ и индикатрисой рассеяния $f(\vartheta)$ следующим образом:

$$k = 2\pi\mu \int_0^\pi f(\vartheta) \sin\vartheta \, d\vartheta;$$

в) учитывается рассеяние света только первого порядка.

Представляя оптическую толщу атмосферы по вертикальному направлению, начиная с высоты h, в виде $\tau = k\int_h^\infty \rho\, dh = kh_0\rho_0 e^{-h/h_0}$ и вводя выражение для коэффициента прозрачности $p = e^{-\tau(0)}$, находим, что искомая яркость неба в какой-либо точке на зенитном расстоянии z, на угловом расстоянии от солнца ϑ и при зенитном расстоянии солнца ζ может быть представлена формулой

$$B = L\mu_0 f(\vartheta)\rho_0 p^{m_z} \int_0^\infty e^{-\tau(h)(m_{\zeta'} - m_{z'}) - h/h_0} \frac{dh}{\sqrt{1 - \left(\frac{R}{R+h}\right)^2 \sin^2 z}};$$

$m_{z'}$ и $m_{\zeta'}$ представляют атмосферные массы, отнесенные, соответственно, к разным точкам луча зрения с текущей высотой h.

Выражая яркость неба в единицах яркости вполне белого ортотропного экрана, освещаемого нормально солнечными лучами в месте наблюдения, имеем после некоторых редукций

$$\frac{B}{E} = -\ln p \cdot p^{m_z - m_\zeta} \frac{f(\vartheta)}{2\pi \int_0^\pi f(\vartheta)\sin\vartheta\, d\vartheta} \int_0^\infty e^{\ln p\, e^{-x}(m_{\zeta'} - m_{z'}) - x} \frac{dx}{\sqrt{1 - \frac{R^2 \sin^2 z}{(R + h_0 x)^2}}}.$$

Для вычисления этого выражения нужно только представить текущие атмосферные массы $m_{z'}$ и $m_{\zeta'}$ в функции высоты h или $x = h/h_0$, что можно сделать при помощи рядов, если z, ζ не особенно велики, или же (вблизи горизонта) при помощи точных формул. Эти последние имеют вид

$$m_{z'} = \sqrt{2}\, e^{\alpha} \left[\frac{\left(1 + \frac{h}{R} - \frac{h_0}{R}\alpha\right)}{\sqrt{\frac{h_0}{R}\left(1 + \frac{h}{R} + \frac{0{,}35\, h_0}{R}\right)}} \frac{\sqrt{\pi}}{2}\left(1 - \operatorname{erf}(\sqrt{\alpha})\right) + \frac{\sqrt{\frac{h_0}{R}}\, I}{\sqrt{1 + \frac{h}{R} + \frac{0{,}35\, h_0}{R}}} \right],$$

$$I = \frac{\pi}{4} e^{-2\alpha/\pi} \sqrt{1 + \frac{4\alpha}{\pi} + \frac{8\alpha^2}{\pi^2}}; \quad \alpha = \frac{\left(1 + \frac{h}{R}\right)^2 - \sin^2 z}{\frac{2h_0}{R}\left(1 + \frac{h}{R} + \frac{0{,}35\, h_0}{R}\right)}.$$

Выражение для $m_{\zeta'}$ имеет такой же вид с той лишь разницей, что величину α следует заменить через α_1:

$$\alpha_1 = \frac{\left\{\cos\zeta + \cos\vartheta\left[\sqrt{\left(1+\frac{h}{R}\right)^2 - \sin^2 z} - \cos z\right]\right\}}{\frac{2h_0}{R}\left(1+\frac{h}{R}+\frac{0{,}35\,h_0}{R}\right)},$$

причем

$$\operatorname{erf}(\sqrt{\alpha}) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\sqrt{\alpha}} e^{-t^2}\,dt.$$

Приведенное выше выражение для яркости дневного неба в случае сферической Земли немедленно приводится к обычному выражению для плоской Земли, если только пренебречь изменением величин $m_{z'}$, $m_{\zeta'}$ с высотой и заменить под знаком интеграла dp/dh через m_z. Разница будет только в том, что вместо секансов зенитных расстояний, входящих в формулу для плоской Земли, войдут атмосферные массы, что более отвечает сущности дела. Кроме того, поскольку $m_{z'}$, $m_{\zeta'}$ меняются с высотой, следует для получения еще большей точности ввести значения атмосферных масс, соответствующие не земной поверхности, а некоторому эффективному слою, наиболее ответственному за явление яркости дневного неба. Для зенитных расстояний, не слишком близких к горизонту, подобное уточнение не имеет значения, так как соответствующие атмосферные массы для всех высот весьма близки между собой. Различие имеет место только при весьма больших зенитных расстояниях, так как только для них проявляется влияние кривизны земного шара. Это наглядно иллюстрируется табл. 1, представляющей значения $m_{z'}$ для разных z и h.

Таблица 1

z, в °	h/R								
	0,000	0,001	0,002	0,003	0,004	0,005	0,006	0,007	0,008
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
30	1,154	1,154	1,153	1,153	1,153	1,152	1,152	1,152	1,151
40	1,304	1,303	1,302	1,302	1,301	1,300	1,299	1,298	1,297
50	1,553	1,551	1,549	1,546	1,544	1,542	1,540	1,538	1,536
60	1,993	1,987	1,980	1,975	1,970	1,964	1,958	1,953	1,945
70	2,897	2,875	2,855	2,834	2,815	2,796	2,778	2,759	2,740
75	3,800	3,749	3,703	3,655	3,635	3,570	3,529	3,489	3,451
80	5,556	5,896	5,251	5,116	4,992	4,877	4,770	4,670	4,577
85	10,592	9,379	8,629	8,029	7,549	7,151	6,812	6,524	6,266

Таким образом, мы приходим к заключению, как это может быть подтверждено прямыми вычислениями, что яркость неба во всех его точках может быть с достаточной точностью представлена обычной простой формулой

$$\frac{B}{E} = \frac{f(\vartheta)}{2\pi\int_0^{\pi} f(\vartheta)\sin\vartheta\,d\vartheta}\,p^{-m_\zeta}\,\frac{p^{m_z}-p^{m_\zeta}}{m_\zeta - m_z}\,m_z,$$

если в ней под величинами m_z, m_ζ понимать не секансы соответствующих зенитных расстояний, а атмосферные массы, отнесенные притом к определенному эффективному слою, высота которого, вообще говоря, несколько меняется в зависимости от положения солнца (см. также [1]).

Астрофизический институт
Академии наук Каз.ССР

Поступило
11 II 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. В. Пясковская-Фесенкова, ДАН, **43**, № 5 (1944).