УДК 535.42

РАЗДЕЛЕНИЕ ТН- И ТЕ- ПОЛЯРИЗОВАННЫХ БЕССЕЛЕВЫХ СВЕТОВЫХ ПУЧКОВ ПРИ АКУСТООПТИЧЕСКОЙ ДИФРАКЦИИ В АНИЗОТРОПНЫХ КРИСТАЛЛАХ

П.А. Хило

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель

SEPATATION OF TH- AND TE- POLARIZED BESSEL LIGHT BEAMS AT ACOUSTO-OPTIC DIFFRACTION IN ANISOTROPIC CRYSTALS

P.A. Khilo

P.O. Sukhoi Gomel State Technical University, Gomel

Решена задача акустооптического взаимодействия бесселева светового пучка (БСП) в анизотропном кристалле с плоской ультразвуковой волной. Рассчитана схема изотропного рассеяния БСП без изменения состояния поляризации. Исследованная схема акустооптического взаимодействия является методом получения ТН- и ТЕ- поляризованных бесселевых световых пучков с возможностью изменения состояния их поляризации с течением времени.

***Ключевые слова**: ТЕ- и ТН- поляризованный бесселев световой пучок, анизотропный кристалл, акустооптическое взаимодействие.*

The task of acousto-optic interaction of Bessel light beams (BLB) in uniaxial crystal with plane acoustic wave has been solved. The process of isotropic scattering of BLBs without changes of the polarization state has been calculated. The investigated scheme of the acousto-optical interaction is a method for producing polarized Bessel light beams with the ability to change their state of polarization over time.

***Keywords**: TH- and TE- polarized Bessel beams, anisotropic crystal, acousto-optical interaction.*

Введение

Одним из важнейших направлений исследований в оптике векторных БСП является разработка методов управления их параметрами и, в частности, формирование ТН- и ТЕ- поляризованных бесселевых пучков. Использование ТН- и ТЕ- поляризованных пучков позволяет получать при острой фокусировке более высокую концентрацию светового поля в приосевой области по сравнению с линейно- или циркулярно- поляризованными бесселевыми пучками [1].

К настоящему времени предложен ряд методов получения ТН- и ТЕ- поляризованных бесселевых световых полей. В частности, используется поляризующее свойство конической поверхности при падении света под углом Брюстера [2], преобразование поляризации при формировании суперпозиции двух ортогонально поляризованных Эрмит – Гауссовых мод [3], ряд внутрирезонаторных методов генерации [4]–[6], метод трансформации циркулярно-поляризованных БСП в суперпозицию радиально- и азимутально-поляризованных БСП с помощью одномерной слоистой периодической среды [7]. Тем не менее, задача получения ТН- и ТЕ- поляризованных пучков остается актуальной. В частности, перспективен поиск динамических методов формирования ТН- и ТЕ- поляризованных пучков, позволяющих оперативно управлять состоянием поляризации.

В работе предложен метод разделения ТН- и ТЕ- поляризованных векторных БСП на основе акустооптической (АО) дифракции в анизотропных кристаллах. Отметим, что одноосные кристаллы полностью согласованы по симметрии со световым полем в случае распространения БСП вдоль оптической оси, и если акустическая волна (плоская, в простейшем случае) также распространяется вдоль оптической оси, то такая геометрия оптимальна для преобразования бесселевых пучков без искажения их пространственной структуры. Аналогичный подход был использован ранее для преобразования порядка БСП при их распространении в линейных кристаллах [8], а также при генерации ТН- и ТЕ- поляризованных векторных БСП без изменения поляризации в условиях o→o (АО) дифракции в анизотропных кристаллах [9] .

1 Акустооптическое взаимодействие БСП в анизотропных кристаллах

При распространении вдоль оптической оси БСП соответствующей поляризации является собственной модой кристалла, т.е. не изменяет свой профиль из-за влияния анизотропии. Как видно из рисунка 1.1, падающий БСП может в общем случае возбудить в одноосном кристалле две собственные волны, которые применительно к плоским волнам называются обыкновенной (*o*)

© Хило П.А., 2013

и необыкновенной (*e*). Векторы электрического поля данных волн могут быть записаны в виде

$$\vec{E}^{(o)} = A_o\left(\vec{c}_+ J_{m-1}(qr) + \vec{c}_- J_{m+1}(qr)\right)\times \times \exp(im\phi + ik_{o,z}z), \quad (1.1)$$

$$\vec{E}^{(e)} = A_e\left[\vec{c}_+ J_{m-1}(qr) - \vec{c}_- J_{m+1}(qr) - \frac{2iq\varepsilon_o}{k_{ez}\varepsilon_e} J_m(qr)\vec{e}_z\right]\exp(im\phi + ik_{e,z}z), \quad (1.2)$$

где $\vec{c}_\pm = (\vec{e}_r \pm i\vec{e}_\phi)$ – векторы циркулярной поляризации в цилиндрических координатах,

$$k_{o,z} = \sqrt{k_0^2\varepsilon_o - q^2}, \quad k_{e,z} = \frac{n_o}{n_e}\sqrt{k_0^2\varepsilon_e - q^2}. \quad (1.3)$$

Далее формулы (1.1) и (1.2) представим в сокращенном виде

$$\vec{E}_m^{(o)}(r,t) = A_o\vec{e}_m^{(o)}(\rho,\phi)\exp(ik_{o,z}z - i\omega t), \quad (1.4)$$

$$\vec{E}_m^{(e)}(r,t) = A_e\vec{e}_m^{(e)}(\rho,\phi)\exp(ik_{e,z}z - i\omega t), \quad (1.5)$$

где ведены обозначения для векторных модовых функций

$$\vec{e}_m^{(o)}(\rho,\phi) = \left(\vec{c}_+ J_{m-1}(qr) + \vec{c}_- J_{m+1}(qr)\right)\exp(im\phi), \quad (1.6)$$

$$\vec{e}_m^{(e)}(\rho,\phi) = \left(\vec{c}_+ J_{m-1}(qr) - \vec{c}_- J_{m+1}(qr) - \frac{2iq\varepsilon_o}{k_{ez}\varepsilon_e} J_m(qr)\vec{e}_z\right)\exp(im\phi). \quad (1.7)$$

Векторные функции $\vec{e}_m^{(o)}(\rho,\phi)$ и $\vec{e}_m^{(e)}(\rho,\phi)$ взаимно ортогональны, т. е. скалярные произведения $\vec{e}_m^{(o)}(\rho,\phi)\vec{e}_m^{(e)}(\rho,\phi) = 0$ в любой пространственной точке и при любых *m*. Кроме того, справедливы интегральные соотношения ортогональности вида

$$q\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\vec{e}_m^{\alpha}(q_1,r,\phi)\vec{e}_n^{\beta}(q,r,\phi)^* r dr d\phi = = 2\pi\delta_{\alpha\beta}\delta_{mn}\delta(q_1 - q),$$

$$r\int_0^{2\pi}\int_0^{\infty}\vec{e}_m^{\alpha}(q,r_1,\phi)\vec{e}_n^{\beta}(q,r,\phi)^* q dq d\phi = = 2\pi\delta_{\alpha\beta}\delta_{mn}\delta(r_1 - r),$$

где индексы α и β принимают значения *o* и *e*.

Как видим, в отличие от плоских волн, два бесселевых пучка, распространяющиеся вдоль оптической оси одноосного кристалла состоят из суперпозиций лево- и право- циркулярно-поляризованных компонент. При этом амплитуды данных компонент неодинаково зависят от радиальной координаты: для БСП *m*-го порядка эта зависимость, как следует из (1.7), описывается бесселевыми функциями соответственно *m*–1 и *m*+1 порядков. Кроме того, е-пучок содержит, как и в случае плоских волн, продольную компоненту, пропорциональную бесселевой функции *m*-го порядка. Отметим, что векторные поля (1.4)–(1.7) являются точными решениями уравнений Максвелла, или же уравнения Гельмгольца.

Рассмотрим вариант АО взаимодействия, когда циркулярно поляризованный БСП падает из изотропной среды с показателем преломления n_1 на одноосный кристалл в направлении оптической оси *c* (рисунок 1.1). Из граничных условий следует, что в кристалле будут возбуждаться два БСП, конусы волновых векторов которых являются круговыми. Волновые векторы $\boldsymbol{k}_o$ и $\boldsymbol{k}_e$, принадлежащие указанным конусам и лежащие в плоскости (*x*, *z*), показаны на рисунке 1.1 *a*) и соответствуют хорошо известным обыкновенной и необыкновенной плоским волнам. Проекции данных векторов на границу раздела являются поперечными волновыми числами БСП, которые в данном случае одинаковы для всех трех пучков.

Как видно из (1.1), (1.2), из-за анизотропии кристалла, продольные волновые числа $k_{o,z}$, $k_{e,z}$ и, следовательно, фазовые скорости пучков различны. При этом волновая расстройка $\Delta k_{o,e,z}$ не зависит от азимутального угла, что важно для реализации синхронного акустооптического взаимодействия типа e→o или o→e. Схема обратного рассеяния с изменением поляризации типа e→o и процессы обратного рассеяния без изменения поляризации типа e→e и o→o могут быть реализованы раздельно из-за различия для них условий фазового согласования. В то же время, взаимодействий e→o и o→e являются вырожденными по параметру волновой расстройки.

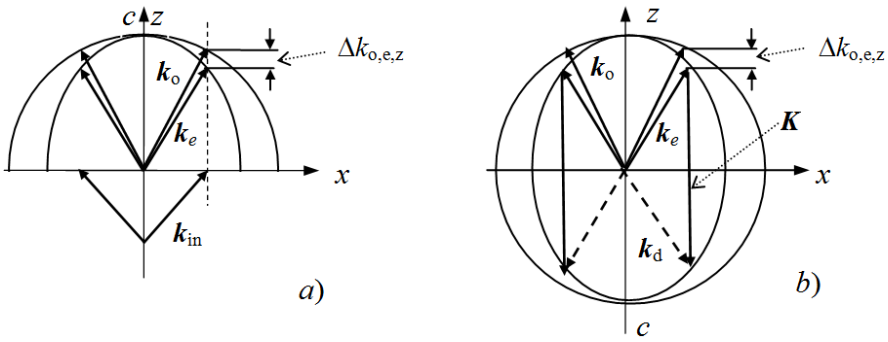


Рисунок 1.1 – Взаимная ориентация волновых векторов, относящихся к падающему бесселеву пучку (in), а также о- и е- БСП в кристалле *a*); *b*) – схема обратного рассеяния бесселева светового пучка без изменения поляризации (e→e дифракция)

Будем считать, что в кристалле вдоль оптической оси распространяется чисто продольная акустическая волна $\vec{u} = \vec{e}_3 u_0 \exp(iKz - i\Omega t)$, где u_0, K, Ω – скалярная амплитуда, волновое число и частота. Процесс АО взаимодействия бесселевых пучков описывается волновым уравнением

$$\Delta\mathbf{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\varepsilon + \Delta\varepsilon)\mathbf{E} = 0, \qquad (1.8)$$

где $\Delta\varepsilon_{ij} = -\varepsilon^0_{ik}\varepsilon^0_{je} p_{kemn} u_{mn}$ – изменение тензора диэлектрической проницаемости кристалла, индуцированное акустической волной, ε^0_{ik} – диэлектрическая проницаемость кристалла в отсутствии ультразвука, p_{kemn} – компоненты тензора фотоупругих постоянных, u_{mn}– компоненты тензора упругих деформаций.

В рассматриваемом здесь случае распространения полей вдоль оптической оси кристалла симметрия задачи является аксиально симметричной. Поэтому решение задачи АО преобразования удобно полностью провести в цилиндрической системе координат. Важным вопросом здесь является вид тензора диэлектрической проницаемости кристалла с учетом его изменения, индуцированного акустической волной. Исходный тензор диэлектрической проницаемости для одноосных кристаллов в декартовых координатах имеет известный диагональный вид с компонентами $\varepsilon_{x,x} = \varepsilon_{y,y} = \varepsilon_o$ и $\varepsilon_{z,z} = \varepsilon_e$. В цилиндрических координатах с осью z параллельной оптической оси этот тензор также диагональный с компонентами $\varepsilon_{\rho,\rho} = \varepsilon_{\phi,\phi} = \varepsilon_o$ и $\varepsilon_{z,z} = \varepsilon_e$. Вид тензора $\Delta\varepsilon_{ij}$ зависит от состояния поляризации акустической волны, и если акустическая волна продольно поляризована, то в этом случае отличны от нуля три компоненты тензора $\Delta\varepsilon_{ij}$, а именно:

$$\Delta\varepsilon_{\rho\rho} = \Delta\varepsilon_{\phi\phi} = -i\varepsilon_o^2 p_{13} u_0 K, \qquad (1.9)$$

$$\Delta\varepsilon_{zz} = -i\varepsilon_e^2 p_{33} u_0 K, \qquad (1.10)$$

где p_{13} и p_{33} – компоненты тензора фотоупругих постоянных. Из полученных формул (1.9), (1.10) следует, что фотоупругость, вызванная плоской акустической волной, может значительно изменять эффективный тензор диэлектрической проницаемости $\hat{\varepsilon}$. Отметим, что добавки к тензору $\hat{\varepsilon}$ мнимые. При этом компоненты исходного тензора здесь считаются действительными. Далее, для случая продольной поляризации акустической волны тензор $\hat{\varepsilon}$ остается диагональным с комплексными компонентами. При этом тензор $\Delta\varepsilon$ также является одноосным.

Будем предполагать, что АО взаимодействие бесселевых пучков, так же как и плоских волн, приводит в первую очередь к z-модуляции скалярных амплитуд $A_{o,e}$ в формулах (1.4), (1.5). В то же время, векторные модовые функции $\vec{e}_m^{(o),(e)}(\rho,\phi)$ будем считать неизменными. Такой режим АО преобразования означает отсутствие трансформации пространственной структуры бесселевых пучков в процессе обмена энергией и вполне объясним физически. Во-первых, вследствие линейности процесса, его эффективность не зависит от локальной интенсивности пучков, а в отсутствии локально-неоднородных возмущений бесселевы пучки сохраняют свой поперечный профиль из-за известного свойства бездифракционности. Во-вторых, все плосковолновые компоненты БСП преобразуются в одинаковых условиях продольного и поперечного синхронизмов вследствие цилиндрической симметрии задачи, обусловленной распространением пучков вдоль оптической оси кристалла. Для получения уравнений, описывающих указанный выше режим АО взаимодействия, подставляем в уравнение Гельмгольца (1.8) решения в виде (1.4), (1.5) с зависящими от z амплитудами $A_{o,e}$.Общий вид этих уравнений в приближении медленно изменяющихся амплитуд следует из (1.8)

$$\frac{dA_d^e}{dz} = \chi^{ee} A_t^e \exp(i\Delta k_{ez} z), \qquad (1.11)$$

$$\frac{dA_t^e}{dz} = \chi^{ee} A_d^e \exp(-i\Delta k_{ez} z).$$

В (1.11) обозначено $\chi^{ee} = \frac{k_0^2}{2k_{ez}} g^{ee}$, величины g^{ee} являются эффективными параметрами АО преобразования. Верхние индексы указывают тип взаимодействия (e→e в рассматриваемом случае), индексы *d* и *t* соответствуют дифрагированной и проходящей волнам . Параметры g^{ee} имеют вид интегралов свертки

$$g^{ee} = \frac{\iint \vec{e}_d^{\,e}(\rho,\phi)^* \Delta\varepsilon^0 \, \vec{e}_t^{\,e}(\rho,\phi)\rho d\rho d\phi}{\iint \left|\vec{e}_d^{\,e}(\rho,\phi)\right|^2 \rho d\rho d\phi},$$

где $\Delta\varepsilon^0_{\rho\rho} = \Delta\varepsilon^0{}_{\phi\phi} = -\varepsilon_o^2 p_{13} u_0 K,$

$\Delta\varepsilon^0{}_{zz} = -\varepsilon_e^2 p_{33} u_0 K.$

Явные выражения для эффективных АО параметров представим в виде

$$\chi^{ee} = \frac{2\alpha_2 \Delta\varepsilon^0_{\rho\rho} \int (J_{m-1}(q\ \rho) J_{m-1}(q_0\rho) + J_{m+1}(q\ \rho) J_{m+1}(q_0\rho) + \Delta\varepsilon^0_{zz} c_z^2 J_m(q\ \rho) J_m(q_0\rho))\rho d\rho}{\int \left[\left(J_{m-1}(q\ \rho) - J_{m+1}(q\ \rho)\right)^2 + \left(J_{m+1}(q\ \rho) + J_{m-1}(q\ \rho)\right)^2 + c_z^2 J_m^2(q\ \rho) \right] \rho d\rho},$$

где $\alpha_2 = \frac{k_0^2}{k_z^e}$, $c_z = \frac{2q\varepsilon_o}{k_{ez}\varepsilon_e}$.

Решение системы уравнений (1.11) для амплитуды дифрагированного бесселева пучка $A_d^e(z)$ имеет вид

$$A_d^e(z) = \frac{\chi^{ee} sh[p(L-z)]}{pch(pL) + (i\Delta k_{ez}/2)sh(pL)} A_{in}^e(0) \times \times \exp(-i\Delta k_{ez} z/2), \quad (1.12)$$

где $p = \sqrt{\chi^{ee2} - \Delta k_{ez}^2/4}$, L – длина АО взаимодействия.

Полученное решение описывает процесс перекачки энергии между падающим и дифрагированным пучком бесселевых пучком e-поляризации. Уравнение (1.12) показывает, что эффективность перекачки энергии в заданный канал определяется соответствующим интегралом перекрытия и позволяет найти, в частности, z-компоненту плотности потока энергии и энергетический коэффициент отражения $R = \overline{S}_{sz}/\overline{S}_{in}$ бесселева пучка TH поляризации. Тогда для эффективности рассеяния получим

$$R = \frac{b(g)^2 th^2\left(\sqrt{b(g)^2 - \frac{\Delta k_{ez}^2}{4}}L\right)}{\left(b(g)^2 - \frac{\Delta k_{ez}^2}{4}\right) + \left(\frac{\Delta k_{ez}}{2}\right)^2 th^2\left(\sqrt{b(g)^2 - \frac{\Delta k_{ez}^2}{4}}L\right)}, \quad (1.13)$$

где обозначено $b(g) = \chi^{ee}$.

Из (1.13) следует, что при $\Delta k_{ez} = 0$, т. е. в условиях продольного фазового согласования коэффициент отражения максимален и равен

$$R_0 = th^2[b(g)L].$$

Особенностью уравнений (1.11), в сравнении со случаем плоских волн является зависимость эффективности дифракции от поперечного волнового числа q.

2 Численный анализ акустооптического взаимодействия векторных БСП

На рисунке 2.1, *a*) представлен график зависимости интеграла перекрытия от непрерывного параметра q. Как видно, при выбранных реальных значениях радиуса пучка и угла конуса, максимум интеграла перекрытия при $q/q_0 = 1$ является достаточно узким. Его полуширина по половинному уровню равна $0.011q_0$. Это означает, что такой же приблизительно будет и полуширина пространственного спектра дифрагированного пучка. В то же время, при уменьшении радиуса падающего БСП интеграл перекрытия расширяется (рисунок 2.1, *b*).

Видно, что в рассмотренных условиях реализуется высокоэффективный процесс дифракции, который характеризуется монотонным стремлением R к максимальному значению, равному единице при возрастании аргумента гиперболического тангенса. При этом случай $g = g_{\max}$ соответствует поперечному синхронизму – аналогично, как в нелинейной оптике бесселевых пучков. На рисунке 2.2 показаны зависимости эффективности рассеяния R от поперечного волнового числа q при различных значениях радиуса R_b. Видим, что в области малых значений R_b эффективность достигает максимального значения единицы не только при поперечном синхронизме ($q = q_{\text{in}}$), но и в его окрестности, что проявляется как горизонтальное плато на графиках. Ширина плато уменьшается с увеличением R_b до нуля, после чего максимальное значение R становится меньше единицы (рисунок 2.2, *b*). Характерная зависимость эффективности дифракции от радиуса R_b показана на рис. 2.3 при двух значениях акустической мощности. Наблюдается горизонтальное плато и затем монотонное падение эффективности. Точка перехода от одного режима ко второму сдвигается вправо при возрастании акустической мощности.

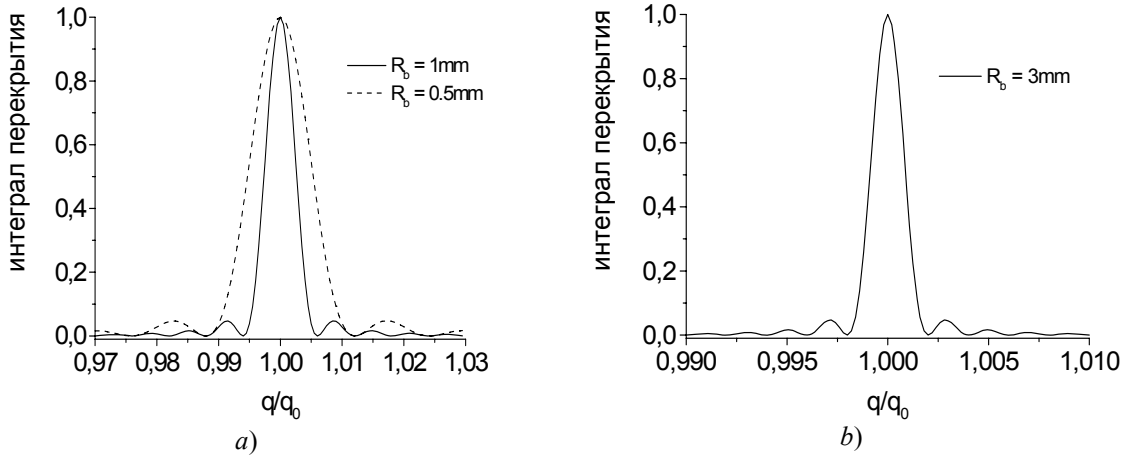
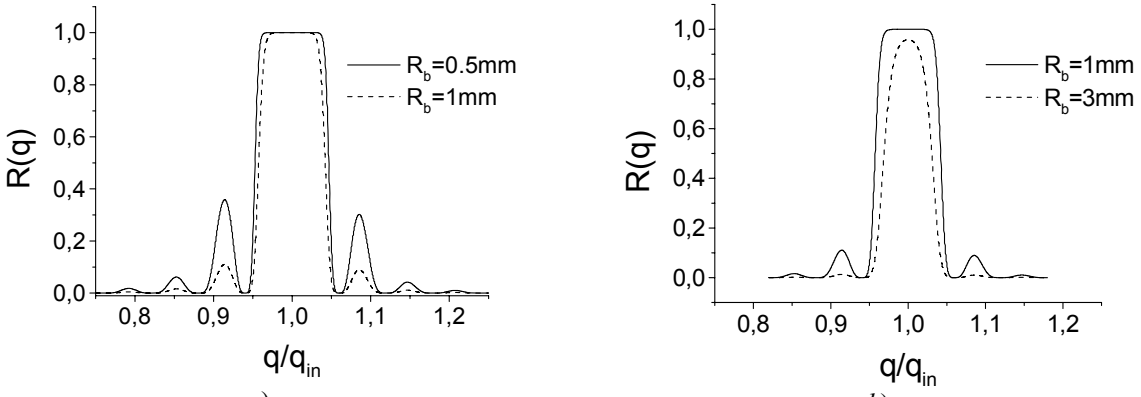
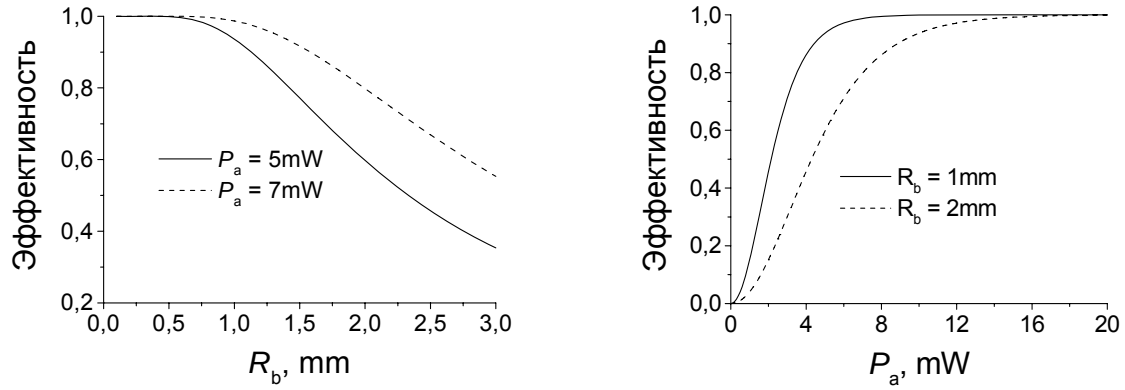


Рисунок 2.1 – Зависимость интеграла перекрытия от поперечного волнового числа q. Радиус бесселева пучка R_b = 0.5 mm и 1 mm (*a*); 3mm (*b*); угол конуса γ = 3 град.



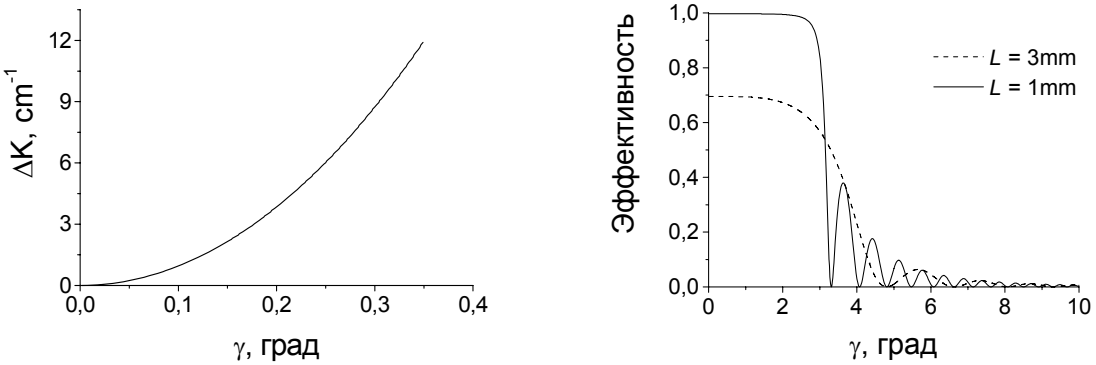
a) *b*)

Рисунок 2.2 – Зависимость коэффициента отражения R от поперечного волнового числа q при различных значениях радиуса R_b



a) *b*)

Рисунок 2.3 – Зависимость эффективности дифракции от радиуса падающего бесселева пучка (a) и от акустической мощности (b). Угол конуса γ = 5град



a) *b*)

Рисунок 2.4 – Зависимость волновой расстройки (a) и эффективности АО рассеяния (b) в ТН-ТЕ- канал от угла конуса бесселева пучка

Физической причиной такого поведения эффективности является уменьшение интенсивности акустического поля заданной мощности с возрастанием площади пучка.

Таким образом, в процессе обратного АО рассеяния, в принципе, возможна практически полная перекачка энергии одного из двух проходящих бесселевых пучков (здесь ТН- пучка) в пучок обратного направления. Необходимо выяснить вопрос о возможном влиянии на эту перекачку рассеяния в канал ТН-ТЕ. Данный процесс в рассматриваемом контексте является источником шума. Расчет волновой расстройки в канале ТН-ТЕ дает

$$\Delta k(\gamma) = \frac{k_0 n_o \cos\gamma - k_0 n_o n_e \cos\gamma_1}{\sqrt{n_o^2 - (n_o^2 - n_e^2)\cos^2\gamma_1}},$$

где $\cos^2\gamma_1 = \dfrac{n_o^2 \sin^2\gamma - n_e^2}{\sqrt{n_o^2 \sin^2\gamma - n_e^2 - n_e^2 \sin^2\gamma}}$.

На рисунке 2.4 показана зависимость волновой расстройки и эффективности АО дифракции в канале ТН-ТЕ от угла конуса и при условии синхронного преобразования в канале ТН-ТН. Расчет проведен для кристалла $LiNbO_3$ при угле конуса падающего пучка 5 град. Как видно, угловая расстройка возрастает с увеличением угла конуса, а соответствующая когерентная длина ~ Δk^{-1} – уменьшается. Из-за этого эффективность рассеяния в параллельный канал ТН-ТЕ будет падать с ростом угла конуса. Рисунок 2.4, *b*) иллюстрирует данную закономерность. Из графика видно, что рассеяние в канал ТН-ТЕ несущественно при угле конуса более 3 град. При этом важен также корректный выбор угла конуса с целью избежать попадания на вторичные максимумы эффективности (рисунок 2.4, *b*). В итоге, АО дифракция в обратном направлении может учитываться только в одном канале.

Заключение

Рассмотренная схема АО взаимодействия, позволяет получить ТН-поляризованные бесселевы световые пучки в обратном направлении и ТЕ- поляризованные пучки – в прямом. При изменении частоты акустической волны возможно переключение типа рассеяния, т. е. получение ТН- пучка в прямом направлении, и ТЕ – в обратном. Таким образом, исследованный процесс АО дифракции является динамическим аналогом известных оптических методов формирования радиально и азимутально поляризованных световых пучков и может найти применение в управляемых устройствах фокусировки света, лазерных технологиях, для удержания и управления микрочастицами и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Focusing light to a tighter spot* / S. Quabis [et al.] // Opt. Commun. – 2000. – Vol. 179. – P. 1–7.

2. *Kozawa*, *Y.* Generation of a radially polarized laser beam by use of a conical Brewster prism / Y. Kozawa, S. Sato // Opt.Lett. – 2005. – Vol. 30. – P. 3063–3065.

3. *Generating radially polarized beams interferometrically* / S.C. Tidwell [et al.] // Appl. Opt. – 1990. – Vol. 29. – P. 2234–2239.

4. *Wynne*, *J.J.* Generation of the rotationally symmetric TE 01 and TM 1 modes from a wavelength-tunable laser / J.J Wynne // IEEE Journal of Quantum Electronics. – 1974. – Vol. QE-10. – P. 125–127.

5. *Maric*, *M.E.* Low-Order TE Operation of a CO_2 Laser for Transmission Through Circular Metallic Waveguides / M.E. Marhic, E. Garmire // Appl. Phys. Lett. – 1981. – Vol. 38. – P. 743–745.

6. *Armstrong*, *D.J.* Generation of Radially Polarized Beams with an Image-Rotating Resonator/ Darrell J. Armstrong, Mark C. Phillips, Arlee V. Smith // Appl. Opt. – 2003. – Vol. 42. – P. 3550–3554.

7. *Generation of TE- and TH-polarized Bessel beams using one-dimensional photonic crystal* / V.N. Belyi [et al.] // Opt. Commun. – 2009. – Vol. 282. – P. 1998–2008.

8. *Хило*, *Н.А.* Преобразование порядка бесселевых световых пучков в одноосных кристаллах / Н.А. Хило, Е.С. Петрова, А.А. Рыжевич // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31, № 1. – С. 85–89.

9. *Formation of TE-and TH polarized Bessel beams at acousto-optic diffraction in anisotropic crystals* / P.A. Khilo [et al.] // Proc. of SPIE. – 2011. – Vol. 8073. – P. 807327-1–807327-9.

Поступила в редакцию 29.09.13.