Доклады Академии наук СССР
1955. Том 102, № 3

ХИМИЧЕСКАЯ ТЕХНОЛОГИЯ

Е. РУКЕНШТЕЙН

О НЕАДИАБАТИЧЕСКОЙ РЕКТИФИКАЦИИ

(Представлено академиком А. Н. Фрумкиным 1 IV 1955)

В настоящей заметке устанавливаются уравнения переноса нелокального характера, т. е. уравнения, в которых появляются средние концентрации и коэффициенты переноса, для неадиабатической колонны * с нисходящей пленкой жидкости. Случай адиабатической колонны исследовался автором в ([1]) и ([2]).

1. Рассмотрим цилиндрическую колонну, по стенкам которой жидкость течет тонким слоем сверху вниз и в которой пары образуют в оставшемся свободном пространстве турбулентный поток в направлении, обратном направлению движения жидкости. Введем следующие обозначения: $\bar{c}_1$ — средняя локальная (по времени) концентрация более летучего компонента в молях на единицу объема; $\bar{u}$ — среднее локальное значение (по времени) радиальной составляющей скорости; $\bar{w}$ — среднее локальное значение (по времени) продольной составляющей скорости; c_1' — турбулентная флуктуация концентрации более летучего компонента; u' и w' — турбулентные флуктуации радиальной и продольной составляющих скорости; r — расстояние от оси колонны; z — расстояние от основания колонны; D — коэффициент диффузии; t — время; w_m — средняя скорость; c_0 — полная концентрация.

Учитывая цилиндрическую симметрию, можно написать:

$$2\pi r \frac{\partial \bar{c}_1}{\partial t}\,dr + \frac{\partial}{\partial r}\left[2\pi r\left(\bar{u}\bar{c}_1 + \overline{u'c_1'} - D\frac{\partial \bar{c}_1}{\partial r}\right)\right]dr + \\ + 2\pi r \frac{\partial}{\partial z}\left(\bar{w}\bar{c}_1 + \overline{w'c_1'} - D\frac{\partial \bar{c}_1}{\partial z}\right)dr = 0, \qquad (1)$$

где $\overline{u'c_1'}$ и $\overline{w'c_1'}$ — турбулентные составляющие вектора переноса вещества. Мы ограничимся исследованием бинарных систем. Так как для того, чтобы характеризовать разделение, полученное при помощи колонны, достаточно знать изменение средней концентрации перемешивания, мы заменим локальное уравнение (1) другим уравнением, содержащим среднюю концентрацию перемешивания.

Интегрируя по r уравнение (1), получаем для пара:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^R 2\pi r\bar{c}_1\,dr + 2\pi R\left[\bar{u}\bar{c}_1 + \overline{u'c_1'} - D\frac{\partial \bar{c}_1}{\partial r}\right]_{r=R} + \frac{\partial}{\partial z}\int_0^R 2\pi r\bar{w}\bar{c}_1\,dr + \\ + \int_0^R 2\pi r\frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{w'c_1'} - D\frac{\partial \bar{c}_1}{\partial z}\right)dr - 2\pi R c_{1,i}\left(w_i\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right) = 0, \qquad (2)$$

где $c_{1,i}$ — значение $\bar{c}_1$ у поверхности раздела двух фаз; w_i — значение

* В том смысле, что зона ректификации колонны неадиабатична.

w у поверхности раздела двух фаз. R отличается от радиуса цилиндра на толщину слоя жидкости.

Введя среднюю по сечению концентрацию $c_{1,\,m}$ при помощи соотношения

$$\pi R^2 c_{1,\,m} = \int_0^R 2\pi r \bar{c_1}\, dr,$$

среднюю концентрацию перемешивания $c^*_{1,\,m}$ при помощи соотношения

$$\pi R^2 w_m c^*_{1,\,m} = \int_0^R 2\pi r \bar{w}\bar{c_1}\, dr$$

и пренебрегая $\int_0^R 2\pi r \frac{\partial}{\partial z}\left(\overline{w' c_1'} - D\frac{\partial \bar{c_1}}{\partial z}\right) dr$ по сравнению с $\frac{\partial}{\partial z}\pi R^2 w_m c^*_{1,\,m}$, получим:

$$\frac{\partial}{\partial t}\pi R^2 c_{1,\,m} + 2\pi R N_{1,\,i} + \frac{\partial}{\partial z}\pi R^2 w_m c^*_{1,\,m} - 2\pi R c_{1,\,i}\left(w_i \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right) = 0, \qquad (3)$$

где $N_{1,\,i}$ — значение радиальной составляющей N_1 вектора переноса вещества у поверхности раздела двух фаз.

Так как концентрация $\bar{c_1}$ и скорость $\bar{w}$ меняются быстро лишь вблизи поверхности раздела двух фаз, полагаем

$$c_{1,\,m} \approx c^*_{1,\,m}, \qquad (4)$$

и уравнение (3) переходит в

$$\frac{\partial}{\partial t}\pi R^2 c_{1,\,m} + 2\pi R\left[N_{1,\,i} - c_{1,\,i}\left(w_i \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}\pi R^2 w_m c_{1,\,m} = 0. \qquad (5)$$

2. Приближенный термический баланс у поверхности раздела двух фаз приводит к соотношению

$$l_1\left[\frac{\partial}{\partial t}\pi R^2 c_{1,\,m} + \frac{\partial}{\partial z}\pi R^2 w_m c_{1,\,m}\right] +$$

$$+ l_2\left[\frac{\partial}{\partial t}\pi R^2 c_{2,\,m} + \frac{\partial}{\partial z}\pi R^2 w_m c_{2,\,m}\right] + 2\pi R q \approx 0, \qquad (6)$$

где l_1 — разность между парциальными молярными энталпиями в паре и жидкости для более летучего компонента; l_2 — разность между парциальными молярными энталпиями для менее летучего компонента; q — количество тепла, отданного внешней среде на единицу площади за единицу времени. Индексом 2 отмечен менее летучий компонент.

Если $l_1 \approx l_2$ (случай, часто встречающийся при ректификации), уравнение (6) принимает вид

$$\frac{\partial \pi R^2 c_0}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}\pi R^2 w_m c_0 + 2\pi R\,\frac{q}{l_1} \approx 0.$$

Учитывая соотношение (6), легко получить:

$$l_1\left[N_{1,\,i} - c_{1,\,i}\left(w_i \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right] + l_2\left[N_{2,\,i} - c_{2,\,i}\left(w_i \frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right] \approx q. \qquad (7)$$

3. Заменив приближенно в уравнении (1) $\frac{\partial}{\partial t}\bar{c_1}$ и $\frac{\partial}{\partial z}\left(\bar{w}\bar{c_1} + \overline{w' c_1'} - D\frac{\partial \bar{c_1}}{\partial z}\right)$ их средними значениями по сечению, получим

$$\frac{N_1}{N_{1,i}} \approx \frac{r}{R}$$

и, аналогично,

$$\frac{N_2}{N_{2,i}} \approx \overline{R}\,.$$

Однако в дальнейшем мы предположим только, что

$$N_1 = N_{1,i}\,F\left(\frac{r}{R}\right) \quad \text{и} \quad N_2 = N_{2,i}\,F\left(\frac{r}{R}\right). \tag{8}$$

4. Вводя коэффициент турбулентности ε, можем написать:

$$N_1 = \bar{u}\bar{c}_1 - (D+\varepsilon)\frac{\partial \bar{c}_1}{\partial r}, \tag{9a}$$

$$N_2 = \bar{u}\bar{c}_2 - (D+\varepsilon)\frac{\partial \bar{c}_2}{\partial r}. \tag{9b}$$

Исключая $N_{1,i}$ и $N_{2,i}$ из соотношений (7) и (8), находим:

$$N_2 = \left[\frac{q}{l_2} + \left(\frac{l_1}{l_2}c_{1,i} + c_{2,i}\right)\left(w_i\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right]F - \frac{l_1}{l_2}N_1. \tag{10}$$

Складывая соотношения (9a) и (9b), предполагая, что полная концентрация c_0 ($c_0 = \bar{c}_1 + \bar{c}_2$) мало изменяется, и учитывая соотношение (10), получим:

$$\bar{u} = \frac{N_1}{c_0}\left(1 - \frac{l_1}{l_2}\right) + \frac{F}{c_0}\left[\frac{q}{l_2} + \left(\frac{l_1}{l_2}c_{1,i} + c_{2,i}\right)\left(w_i\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right]$$

и, следовательно,

$$N_1 = \frac{N_1}{c_0}\left(1 - \frac{l_1}{l_2}\right)\bar{c}_1 +$$

$$+ \frac{F}{c_0}\left[\frac{q}{l_2} + \left(\frac{l_1}{l_2}c_{1,i} + c_{2,i}\right)\left(w_i\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right]\bar{c}_1 - (D+\varepsilon)\frac{\partial \bar{c}_1}{\partial r}. \tag{11}$$

Решением дифференциального уравнения (11), которое для $r = R$ переходит в $\bar{c}_1 = c_{1,i}$, является

$$\bar{c}_1 = c_{1,i}\exp\left[-\int_r^R \frac{F\beta\,dr}{D+\varepsilon}\right] + \frac{N_{1,i}}{\beta}\left(1 - \exp\left[-\int_r^R \frac{F\beta\,dr}{D+\varepsilon}\right]\right), \tag{12}$$

где

$$F\beta \equiv \frac{N_1}{c_0}\left(1 - \frac{l_1}{l_2}\right) + \frac{F}{c_0}\left[\frac{q}{l_2} + \left(\frac{l_1}{l_2}c_{1,i} + c_{2,i}\right)\left(w_i\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right] \equiv \bar{u}; \tag{13}$$

β не зависит от r.

Усреднением уравнения (12) по сечению получаем

$$\pi R^2 c_{1,m} = c_{1,i}\int_0^R 2\pi r \exp\left[-\int_r^R \frac{F\beta\,dr}{D+\varepsilon}\right]dr +$$

$$+ \frac{N_{1,i}}{\beta}\left(\pi R^2 - \int_0^R 2\pi r \exp\left[-\int_r^R \frac{F\beta dr}{D+\varepsilon}\right]dr\right). \tag{14}$$

Введя коэффициенты

$$k_1 \equiv \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi r \exp\left[-\int_r^R \frac{F\beta\, dr}{D+\varepsilon}\right] dr, \tag{15}$$

$$k_2 \equiv \frac{1}{\pi R^2\beta}\left(\pi R^2 - \int_0^R 2\pi r \exp\left[-\int_r^R \frac{F\beta\, dr}{D+\varepsilon}\right] dr\right) \equiv \frac{1-k_1}{\beta}, \tag{16}$$

получаем из уравнения (14)

$$N_{1,i} = \frac{c_{1,m}}{k_2} - \frac{k_1}{k_2} c_{1,i} \equiv \frac{1}{k_2}(c_{1,m} - c_{1,i}) + \beta c_{1,i}. \tag{17}$$

Если β достаточно мало, то, разлагая $\exp\left[-\int_r^R \frac{F\beta\, dr}{D+\varepsilon}\right]$ в ряд и взяв два первых члена ряда, получаем:

$$k_2 \approx \frac{1}{\pi R^2}\int_0^R 2\pi r\left[\int_r^R \frac{F dr}{D+\varepsilon}\right] dr \equiv R\int_0^1 \frac{\left(\frac{r}{R}\right)^2 F d\frac{r}{R}}{D+\varepsilon}.$$

5. Таким образом, мы заменили локальное уравнение (1) нелокальным (5), в котором $N_{1,i}$ определяется из соотношения (14). Так как $c_{1,m} = c_0 y$, $c_{2,m} = c_0(1-y)$, $c_{1,i} = c_0 y_i$, $c_{2,i} = c_0(1-y_i)$ и $\pi R^2 w_m c_0 y = Vy$, где y и y_i — молярные доли, а V — число молей пара, прошедших в единицу времени через колонну, то, в предположении, что $c_0 \approx c_0'$, уравнения (5) и (6) переходят в

$$\frac{\partial}{\partial t}\pi R^2 c_0 y + 2\pi R c_0\left[\frac{N_{1,i}}{c_0} - y_i\left(w_i\frac{\partial R}{\partial z} + \frac{\partial R}{\partial t}\right)\right] + \frac{\partial}{\partial z}Vy = 0,$$

$$l_1\left(\frac{\partial}{\partial t}\pi R^2 c_0 y + \frac{\partial}{\partial z}Vy\right) + l_2\left(\frac{\partial}{\partial t}\pi R^2 c_0(1-y) + \frac{\partial}{\partial z}V(1-y)\right) + 2\pi R q \approx 0.$$

Политехнический институт,
факультет индустриальной химии
Бухарест, Румыния

Поступило
29 I 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. Ruckenstein, Manualul Inginerului Chimist, 4, Ed. Tehnica, Бухарест, 1954, стр. 914 [2] E. Ruckenstein, Revista Univ. Parlon si Politechnicii Bucuresti, № 8 (1955).