Доклады Академии наук СССР
1955. Том 103, № 3

ФИЗИКА

Действительный член АН БССР Н. С. АКУЛОВ и П. П. ГАЛЕНКО

ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ

Вследствие того, что при пластической деформации объем тела практически не меняется, важнейшим элементом ее является сдвиг или дислокация отдельных частей кристалла по отношению к другим. Так как такие сдвиги не могут идти равномерно в различных частях кристалла, удобно ввести понятие о «блоках» как таких элементах или частях кристалла, которые при пластической деформации ведут себя как элементарные единицы, смещаясь как целое. Разбиение на эти блоки в известной мере условно, ибо один блок всегда можно представить как два и более смещающихся параллельно. Поэтому в расчетах блоки можно считать равновеликими.

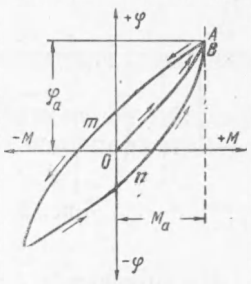


Рис. 1

Поскольку сдвиг является важнейшим элементом пластической деформации, целесообразно для выявления его роли в чистом виде рассмотреть случай деформации полого цилиндра при его закручивании. Каждый элемент цилиндра претерпевает в этом случае деформацию сдвига (упругого и пластического).

При знакопеременном закручивании металлического цилиндра возникают знакопеременные деформации закручивания, величина которых меняется так, как показано на рис. 1 соответствующей петлей. Площадь получаемой петли дает количество тепла, выделенного за «квазицикл», которое определяется соотношением

$$Q = S = \oint \varphi \, dM, \tag{1}$$

где S — площадь петли гистерезиса, φ — угол закручивания, а M — момент пары сил.

Следует отметить, что часто, упрощая явление деформации, проводят резкое разграничение на область упругой деформации и область пластической деформации. Однако ряд фактов говорит о том, что такая схема неполностью отражает сложный характер этого явления. В действительности даже в так называемой упругой области все же имеют место необратимые процессы, что особенно ясно видно из наличия явлений усталости металлов. В этом случае уже в упругой области мы имеем отступления от закона Гука и, следовательно, в функциональную зависимость угла закручивания $\varphi = f(M)$ войдут не только линейные члены, но и квадратичные, а также члены более высоких порядков.

Раскладывая функцию $\varphi = f(M)$ в ряд Тейлора по степеням M и ограничиваясь первыми членами разложения, получаем:

$$\varphi = kM + bM^2, \tag{2}$$

где член bM^2 описывает необратимую деформацию. Знак плюс при коэффициенте b служит для описания деформации закручивания металлического стержня в одну сторону, а знак минус — в противоположную.

Аналогично можно получить уравнения для восходящей и нисходящей ветвей петли гистерезиса, раскладывая функцию $\varphi = f(M)$ в ряд Тейлора по степеням разности $(M_a - M)$ и учитывая в первом приближении симметричность ветвей петли относительно ее центра:

$$\varphi = (k + bM_a)M \pm (M_a^2 - M^2), \qquad (3)$$

где φ_a и M_a — координаты вершин восходящей и нисходящей ветвей петли гистерезиса. (Соотношения, аналогичные (2) и (3), можно получить и для цикла растворения — сжатия.)

Рассматривая поликристаллическое твердое тело, состоящее из ряда кристаллитов, можно каждый кристаллит, в свою очередь, представить состоящим из так называемых «блоков». При упругой деформации обратимо меняется форма этих блоков, в то время как при пластической деформации эти «блоки» необратимо смещаются относительно друг друга.

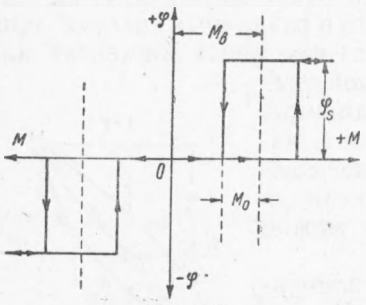


Рис. 2

Откладывая по оси абсцисс величины прикладываемых моментов M, а по оси ординат — величину угла закручивания металлического стержня φ, обусловленного единичным скачком блока, мы получим элементарную петлю гистерезиса за полный цикл, представленный на рис. 2.

Необратимый скачкообразный сдвиг или скачок блока наступает тогда, когда момент пары внешних сил M становится больше или же по крайней мере равным моменту внутренних сил, действующих на данный блок.

Эти внутренние силы состоят из двух слагаемых: из упругих воздействий соседних блоков, обусловливающих момент M_b, и сил сцепления между блоками, которые нужно преодолеть, чтобы вызвать смещение их относительно друг друга. Момент пары сил, который нужно приложить, чтобы вызвать сдвиг блока в условиях отсутствия внутренних напряжений, обозначим через M_0.

Условия критического состояния, при которых наступает скачок блока при возрастании или убывании внешнего момента M, можно записать в следующем виде:

$$|M| \geqslant |M_b| + |M_0|; \quad |M| \leqslant |M_b| - |M_0|. \qquad (4)$$

Рассмотрим фазовую плоскость M_0, M_b, на которой каждый блок или пара блоков изображается точкой с координатами M_a и M_b.

Для того чтобы рассчитать величину необратимого угла закручивания и площадь петли гистерезиса за полный цикл знакопеременного закручивания, т. е. при изменении внешнего момента M от $-M_a$ до $+M_a$ и обратно, необходимо знать закон распределения элементарных областей по величинам M_b и M_0. Плотность распределения этих фазовых точек будет зависеть от распределения значений M_b и M_0 по образцу и определяется некоторой функцией распределения $f(M_0, M_b)$. Тогда число блоков dz в заданном интервале изменения значений M_b и M_0 определится соотношением

$$dz = f(M_0, M_b)\, dM_0 dM_b. \qquad (5)$$

За цикл изменения внешнего момента M будут участвовать в необратимых сдвигах только те блоки, для которых выполняются условия (4). При этом на фазовой плоскости на основании соотношения (4) мы получим квадрат, образованный пересечением двух пар параллельных прямых, уравнения которых запишутся в виде *:

$$M_b = \pm(|M_a| - |M_0|).$$

Общее число блоков, необратимо сдвигающихся за весь цикл знакопеременного закручивания, определится удвоенной площадью прямоугольного треугольника BCD, т. е.

$$z = 2\int_0^{M_a}\int_{M_0-M_a}^{M_a-M_0} f(M_0, M_b)\,dM_0\,dM_b.$$

Интегрируя это соотношение в частном случае при $f = f_0 = \text{const}$, получим:

$$z = 2f_0M_a^2, \tag{6}$$

где f_0 — среднее значение в данном интервале изменения значений M_0 и M_b.

Полный угол необратимого закручивания пропорционален общему числу блоков, которые в процессе периодического знакопеременного закручивания необратимо сдвигаются

$$\varphi_{\text{необр}} = \bar{\varphi}_s z, \tag{7}$$

где $\bar{\varphi}_s$ — среднее закручивание цилиндра, вызванное элементарным сдвигом одного блока. Для простоты расчетов далее предполагается, что влияние элементарного сдвига блока, которое в нашем случае сводится к повороту φ_s, является в среднем для всех блоков величиной постоянной.

С другой стороны, из ранее выведенного соотношения (2) видно, что полный угол необратимого закручивания за весь цикл равен

$$\varphi_{\text{необр}} = 4bM_a^2. \tag{8}$$

Из соотношений (6), (7) и (8) получаем:

$$b = \varphi_s f_0.$$

Для определения площади петли гистерезиса нужно просуммировать элементарные площади по всем блокам, которые участвуют в необратимых сдвигах за весь цикл. Площадь элементарной петли равна (см. рис. 2)

$$q = 2\varphi_s M_0.$$

Площадь полной петли определится соотношением вида

$$S = 2\varphi_s 2\int_0^{M_a} M_0 \int_{M_0-M_a}^{M_a-M_0} f(M_0, M_b)\,dM_0\,dM_b.$$

---

* При принятой модели пластичной деформации расчеты будут аналогичны тем, с которыми мы имеем дело в теории Релея — Прейзаха для петли магнитного гистерезиса.

Интегрируя последнее при условии $f = f_0 = \text{const}$, получаем:

$$S = {}^4/_3 \varphi_s f_0 M_a^3. \tag{9}$$

С другой стороны, можно определить площадь петли гистерезиса, используя соотношения (1) и (3). Производя подстановку и интегрирование, получим

$$S = {}^4/_3 b M_a^3. \tag{10}$$

Сравнивая соотношения (9) и (10), мы еще раз убеждаемся в том, что константа b одна и та же в соотношениях (2) и (3) и равна

$$b = f_0 \varphi_s.$$

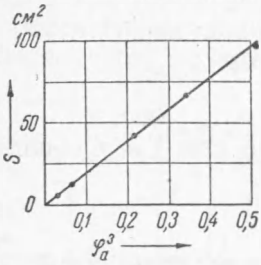


Рис. 3

Но при малых значениях bM/k при расчете S мы можем положить $\varphi_a = kM_a$. Тогда площадь

$$S = {}^4/_3 b' \varphi_a^3, \tag{11}$$

где $b' = b/k^3$.

Для проверки полученных соотношений * были проведены опыты по определению зависимости S от φ_a на образцах цилиндрической формы из технически чистого никеля и армко-железа. Зависимость площади гистерезиса S от φ_a^3 дана соответственно на рис. 3 для никеля. Влияние механострикции, как обычно, исключается наложением поля или постоянной составляющей закручивания.

Приведенные данные показывают, что результаты опыта хорошо согласуются с выводами теории.

Поступило
21 XII 1954

* Излагаемая в этой работе теория была дана Н. С. Акуловым, экспериментальная проверка — П. П. Галенко.