Доклады Академии наук СССР
1955. Том 103, № 3

ГИДРАВЛИКА

Е. М. МИНСКИЙ

О ПРИТОКЕ ЖИДКОСТИ ИЛИ ГАЗА К НЕСОВЕРШЕННЫМ СКВАЖИНАМ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ЗАКОНЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ

(Представлено академиком А. Н. Колмогоровым 12 IV 1955)

За последние годы появилось большое число теоретических исследований притока газа и нефти к забоям несовершенных скважин. Теоретические методы решения задачи разработаны достаточно полно лишь для случаев сохранения линейного закона сопротивления. Определение же сопротивления при нелинейном режиме, обычно имеющем место на практике, может быть сделано только приближенно на основе общих физических соображений либо при помощи измерений сопротивления на моделях пластов.

Фильтрационное сопротивление в общем случае зависит от свойств фильтрующей жидкости (или газа), геометрии порового канала, скорости фильтрации, геометрии забоя и пласта. В безразмерной форме коэффициент сопротивления должен зависеть от числа Рейнольдса, учитывающего влияние свойств жидкости, и нескольких отношений геометрических размеров, характеризующих свойства породы и геометрию потока. Размеры поровых каналов необходимо характеризовать двумя геометрическими масштабами: поперечным, который может быть принят пропорциональным квадратному корню из проницаемости $\sqrt{k}$, и масштабом поворотов потока внутри поровых каналов l (характеризующим «макрошероховатость») который должен быть определен из специальных опытов и в некоторых случаях может быть связан с размерами частиц, формирующих пористую среду (1).

Ранее было показано (2), что при фильтрационном движении потери давления складываются из потерь, вызванных свойством трения, пропорциональных вязкости жидкости μ и скорости в первой степени, и потерь, вызванных инерционными свойствами жидкости, пропорциональных плотности ρ и квадрату скорости. Фильтрационное движение подчиняется двучленному закону сопротивления.

Для трубки тока дифференциальное уравнение фильтрационного движения может быть записано в виде

$$-\frac{dp}{d\sigma} = \frac{\mu}{k} u + \frac{\rho u^2}{l}, \qquad (1)$$

где производная от давления p берется вдоль трубки тока, u — скорость фильтрации.

При малых скоростях второе слагаемое в правой части уравнения мало по сравнению с первым, и (1) приближенно можно заменить законом Дарси. По мере роста скорости роль второго слагаемого возрастает, и сопротивление описывается двучленной формулой. При очень больших скоростях значение второго слагаемого становится преобладающим, и тогда получаем, также приближенно, квадратичный закон сопротивления. Если считать, что пористая среда однородна и ее характеристики k и l не зависят от координат, а жид-

кость несжимаема, то общий интеграл уравнения можно записать в виде

$$p_1 - p_2 = \frac{\mu}{k}\int_{\sigma_2}^{\sigma_1} u\,d\sigma + \frac{\rho}{l}\int_{\sigma_2}^{\sigma_1} u^2\,d\sigma, \qquad (2)$$

где p_1 и p_2 — давления в начале и конце изучаемого участка. Для вычисления интегралов, входящих в правую часть, необходимо задать закон изменения скоростей по линиям тока, вдоль которых производится интегрирование. Требуемое распределение скоростей легко задать для частных случаев движения, например для прямолинейного, радиального и радиально-сферического движений. Тогда можно проделать интегрирование и получить связь между перепадом давлений и дебитом. Такие расчеты были проведены ранее ([2],[3]).

В общем случае притока жидкости или газа к забою несовершенной скважины установление связи между скоростями и дебитом, необходимое для вычисления интегралов, невозможно.

Мы предлагаем приближенный гидравлический прием вычисления этих интегралов, основанный на аналогии с расчетами, проводимыми точно для симметричных случаев движения. Примем, что (1) справедливо не только для отдельных трубок, но может быть распространено на весь поток в целом. Тогда под u надо понимать скорость, осредненную по всему живому сечению потока, а под σ — направление некоторой средней линии тока. От средней скорости можно перейти к дебиту Q, равному произведению скорости на площадь живого сечения потока F. Тогда интегралы в правой части (2) будут выражены через изменение площади живого сечения потока, которое может быть задано для частных случаев движения. В общем же случае по оцениваемому хотя бы качественно характеру изменения площади живого сечения можно судить о величине этих интегралов и о соотношениях между интегралами, соответствующими линейной и квадратичной частям сопротивления.

Возможность распространения (2) на весь поток является гипотезой и нуждается в экспериментальной проверке, которая может быть сделана по результатам интегрирования. Тогда вместо (2) получим:

$$p_1 - p_2 = \frac{\mu}{k}Q\int_{\sigma_2}^{\sigma_1}\frac{d\sigma}{F} + \frac{\rho}{l}Q^2\int_{\sigma_2}^{\sigma_1}\frac{d\sigma}{F^2} = aQ + bQ^2. \qquad (3)$$

Аналогичное уравнение можно получить и для движения газа, следует только принять во внимание уравнение состояния.

Из (3) легко получить общее выражение для коэффициента сопротивления. После несложных преобразований получим

$$\zeta = \frac{\alpha_1}{\mathrm{Re}}\frac{r^2}{k} + \alpha_2\frac{r}{l}, \qquad (4)$$

где $\zeta = \frac{\Delta p}{\Delta L}\frac{r}{\rho u^2}$; $\mathrm{Re} = \frac{\rho u r}{\mu}$; $\alpha_1 = \int_{\sigma_2}^{\sigma_1}\frac{d(\sigma'/L)}{F/F_0}$; $\alpha_2 = \int_{\sigma_2}^{\sigma_1}\frac{d(\sigma'/L)}{(F/F_0)^2}$; L — длина пути интегрирования; F_0 — характерная площадь; r — характерный размер.

Уравнение (4) пригодно для расчета притока как жидкости, так и газа. Отличие заключается в виде функции давления, входящей в величину ζ, и в выборе параметров для ζ и Re.

Коэффициенты α_1 и α_2 определяются изменением площади живого сечения потока, которое в свою очередь определяется только распределением линий тока во всем поле потока.

Картина распределения линий тока в пространстве определяется геометрией забоя скважины (расположением ее в пласте, степенью вскрытия пласта, числом и расположением перфорационных отверстий), не зависит от свойств жидкости или газа, а для однородных пластов не зависит и от характеристик пористой среды и, что особенно важно, не зависит от числа Рейнольдса, как это имеет место в других случаях движения. Это обстоятельство подтверждается многочисленными лабораторными исследованиями и испытаниями большого числа газовых и нефтяных скважин.

Влияние числа Рейнольдса на сопротивление в области, переходной от линейного к квадратическому закону, всегда связано с влиянием на структуру потока пограничных условий или с влиянием турбулентности (сопротивление обтекаемых тел, сопротивление в трубах).

При фильтрационном движении уже при самых малых числах Рейнольдса на отдельных песчинках могут возникнуть отрывы потока, и тогда возникает турбулизация потока в отдельных поровых каналах. Однако наступление общего перемешивания потока и связанное с этим повышение сопротивления невозможно из-за значительного сопротивления среды, гасящего все поперечные движения жидкости. Развитие переходной зоны, связанной с игрой характера отрывов с отдельных песчинок, также невозможно, поскольку в пористой среде всегда имеются песчинки разных размеров, обтекаемые при самых различных условиях; сопротивление же потока определяется суммарным сопротивлением обтекания всех песчинок или сопротивлением движения по всем различным по виду поперечного сечения поровым каналам. Поэтому при фильтрационном движении невозможно существование закона сопротивления с переходной зоной, зависящей от числа Рейнольдса, и закон сопротивления с успехом представляется суммой двух членов, соответствующих чисто вязкому и чисто инерционному режимам сопротивления.

Коэффициент α_1 может быть вычислен независимо от коэффициента α_2 при помощи обычной линейной теории фильтрации; коэффициент же α_2 в настоящее время можно определить только экспериментально. Основным условием правильного моделирования фильтрационного потока является обеспечение геометрического подобия модели и исследуемого объекта. Опыты должны производиться в диапазоне чисел Рейнольдса, достаточном для того, чтобы свободный член в уравнении (4) оказался сравнимым по величине с первым членом, убывающим обратно пропорционально числу Рейнольдса. Опыты можно вести с любой жидкостью или газом на моделях с любой пористостью и проницаемостью, сцементированных или несцементированных.

При притоке жидкости к несовершенным скважинам существенное отклонение линий тока от радиальных имеет место только в непосредственной близости к забою. Поэтому для изучения сопротивления несовершенных скважин можно ограничиться лишь призабойной частью пласта, считая, что во всей остальной части пласта движение происходит по радиальному закону. Достаточно выполнить цилиндрический пласт с радиусом, равным 0,5 — 0,8 от мощности пласта, а для моделирования притока к отверстиям можно ограничиться круговым сектором или даже прямолинейным движением.

Характер изменения площадей живого сечения потока определяет отношение коэффициентов a и b в (3). Для серии одинаковых совершенных скважин, дренирующих пласты разной мощности, получим:

$$\frac{b}{b_0} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^2, \qquad (5)$$

где a_0 и b_0 — коэффициенты для одной скважины, выбранной за эталон. Поскольку величина площади живого сечения фильтрационного пото-

ка при движении к скважинам, не полностью вскрывающим пласт, определяется главным образом величиной вскрытой части, можно предположить, что это соотношение сохранится и для серии скважин одинакового радиуса, дренирующих пласт на разную глубину. Высказанное предположение подтверждено опытами автора и П. П. Маркова на модели скважины с открытым забоем, дренирующим пласт на различную глубину от 20 до 100% мощности (рис. 1). В этих опытах величины a_0 и b_0 соответствуют коэффициентам сопротивления совершенной скважины.

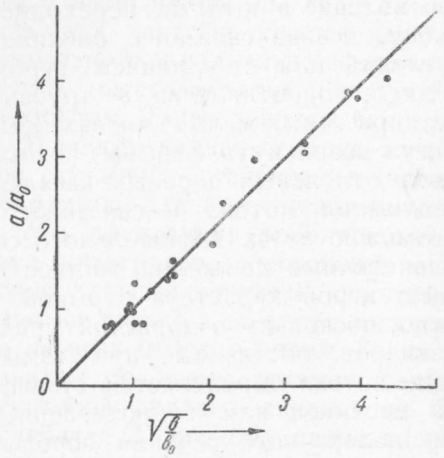


Рис. 1

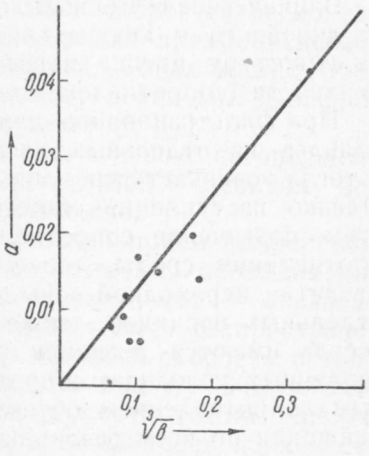


Рис. 2

Принимая, что влияние несовершенства по степени вскрытия может быть учтено в виде добавков C_1 и C_2 к коэффициентам сопротивления при помощи формул

$$a = \frac{\mu}{2\pi kh}\left(\ln\frac{R_к}{R_с} + C_1\right); \qquad b = \frac{\rho}{4\pi^2 h^2 R_с}\left(1 - \frac{R_с}{R_к} + C_2\right), \tag{6}$$

получим из (5):

$$1 + \frac{C_2}{1 - R_с/R_к} \approx \left[1 + \frac{C_1}{\ln R_к/R_с}\right]^2, \tag{7}$$

где $R_к$ и $R_с$ — соответственно, радиусы контура питания и скважины.

По формуле (7) можно определить коэффициент C_2 по значениям коэффициента C_1, вычисленным при помощи линейной теории.

При радиально-сферическом притоке к перфорационным отверстиям площадь живого сечения обратно пропорциональна квадрату расстояния, и потому линейный коэффициент должен быть обратно пропорционален первой степени, а квадратичный — кубу диаметра отверстия. Тогда

$$a = \varkappa \sqrt[3]{b}, \tag{8}$$

где $\varkappa$ — эмпирический коэффициент. На рис. 2 показано полученное П. П. Марковым экспериментальное подтверждение формулы (8).

Экспериментальное подтверждение выведенных формул (5) и (8) является и подтверждением допустимости предлагаемого приближенного метода интегрирования уравнения фильтрации в общем виде (1).

Всесоюзный научно-исследовательский
нефтегазовый институт

Поступило
10 I 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. М. Минский, ДАН, 78, № 3 (1951). [2] Е. М. Минский, Тр. ВНИИ, 5 (1954). [3] И. А. Чарный, Изв. АН СССР, ОТН, № 6 (1950). [4] И. А. Чарный, Изв. АН СССР, ОТН, № 2 (1953).