Доклады Академии наук СССР
1955. Том 102, № 3

ГЕОФИЗИКА

Е. В. ПЯСКОВСКАЯ-ФЕСЕНКОВА

УЧЕТ РАССЕЯНИЯ СВЕТА ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 15 II 1955)

Можно показать, что атмосферную индикатрису рассеяния света, освобожденную от влияния рассеяния высших порядков, легко получить только из данных наблюдений. Метод учета рассеяния света высших порядков заключается в том, что двумя различными способами определяется оптическая толща атмосферы. Один способ дает оптическую толщу на основании измерений прямой солнечной радиации и потому не зависящую от рассеяния света высших порядков. Другим способом оптическая толща определяется из измерений яркости неба и, следовательно, от этого влияния не освобождена. Разность между ними дает поток рассеянного света, обусловленный высшими порядками.

Известная формула яркости неба, выведенная в предположении рассеяния света 1-го порядка и плоской Земли, после замены секансов зенитных расстояний на соответствующие атмосферные массы такова:

$$B_1 = E_0 \frac{\mu_1}{\tau_1} \frac{M}{M-m} (p^m - p^M), \qquad \zeta \neq z; \tag{1}$$

$$B_1 = -E_0 \frac{\mu_1}{\tau_1} m p^m \ln p = E_0 \mu_1 p^m m, \qquad \zeta = z, \tag{2}$$

где B_1 — яркость неба на угловом расстоянии от солнца ϑ и зенитном расстоянии ζ при зенитном расстоянии солнца z; m и M — атмосферные массы в направлении на солнце и на наблюдаемую точку неба; E_0 — освещенность солнцем перпендикулярной лучам площадки вне атмосферы; p и τ_1 — коэффициент прозрачности и оптическая толща атмосферы; $\mu_1 = \sigma_1 f_1(\vartheta)$ — коэффициент рассеяния, рассчитанный на всю высоту атмосферы, равный $\int_0^\infty \mu_1' dh$, где μ_1' — коэффициент рассеяния, рассчитанный на единицу объема атмосферы; $f_1(\vartheta)$ — относительная индикатриса рассеяния.

Замена секансов на атмосферные массы в формуле яркости неба, произведенная мною уже в первых работах по исследованию яркости неба ([1,2]), с большой точностью учитывает кривизну атмосферы вплоть до горизонта. Это показало сравнение яркостей неба, вычисленных по (1) и по формуле В. Г. Фесенкова, выведенной им в последнее время в предположении сферичности Земли ([3]).

Поскольку $E_m = E_0 p^m$, то имеем коэффициент рассеяния из (2) и (1):

$$\mu_1 = \frac{B_1}{E_m} \frac{1}{m}, \qquad \zeta = z; \tag{3}$$

$$\mu_1 = \frac{B_1}{E_m} \frac{M-m}{M} \frac{\tau_1}{1-p^{M-m}}, \qquad \zeta \neq z, \tag{4}$$

и оптическая толща атмосферы

$$\tau_1 = 2\pi \int_0^{\pi} \mu_1 \sin\vartheta \, d\vartheta, \tag{5}$$

где μ_1 может быть взято из (3) или (4). Во всех этих выражениях индекс 1 указывает, что соответствующая величина относится к рассеянию света 1-го порядка.

Наблюдаемую яркость неба B можно представить в виде суммы

$$B = B_1 + B_2, \tag{6}$$

где B_1 — яркость неба, обусловленная рассеянием света только 1-го порядка; B_2 — яркость неба, зависящая от высших порядков рассеяния и отражения света от подстилающей поверхности. Это последнее имеет существенное значение только при наличии снегового покрова.

Рассмотрим альмукантарат солнца, т. е. точки неба с $\zeta = z$. Возьмем интеграл

$$\tau = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{B}{E_m} \frac{1}{m} \sin\vartheta \, d\vartheta = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{B_1}{E_m} \frac{1}{m} \sin\vartheta \, d\vartheta + 2\pi \int_0^{\pi} \frac{B_2}{E_m} \frac{1}{m} \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{7}$$

Первый член правой части равенства есть реальная оптическая толща атмосферы τ_1 согласно (5) и (3). Предположим, что $B_2 = \text{const}$ для всех точек данного альмукантарата, т. е. не зависит от ϑ; тогда

$$\tau = \tau_1 + 4\pi \frac{B_2}{E_m} \frac{1}{m}. \tag{8}$$

Следовательно, τ есть оптическая толща атмосферы, не освобожденная от влияния рассеяния света высших порядков. Из (8) имеем

$$\frac{B_2}{E_m} = \frac{\tau - \tau_1}{4\pi} m. \tag{9}$$

Яркость неба, обусловленная рассеянием света высших порядков, на альмукантарате солнца пропорциональна атмосферной массе в направлении на солнце.

Рассмотрим любой альмукантарат, для которого $\zeta \neq z$. Возьмем интеграл

$$\tau = 2\pi \int_0^{\pi} \frac{B}{E_m} \frac{M-m}{M} \frac{\tau_1}{1-p^{M-m}} \sin\vartheta \, d\vartheta =$$

$$= 2\pi \int_0^{\pi} \frac{B_1}{E_m} \frac{M-m}{M} \frac{\tau_1}{1-p^{M-m}} \sin\vartheta \, d\vartheta + 2\pi \int_0^{\pi} \frac{B_2}{E_m} \frac{M-m}{M} \frac{\tau_1}{1-p^{M-m}} \sin\vartheta \, d\vartheta. \tag{10}$$

Тогда, согласно (5) и (4), имеем

$$\tau = \tau_1 + 4\pi \frac{B_2}{E_m} \frac{M-m}{M} \frac{\tau_1}{1-p^{M-m}} \tag{11}$$

и, следовательно,

$$\frac{B_2}{E_m} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\tau}{\tau_1} - 1 \right) \frac{M}{M-m} (1 - p^{M-m}). \tag{12}$$

На основании (1), (2), (9) и (12) можно написать формулу яркости неба с учетом рассеяния света всех порядков и света, отраженного от подстилающей поверхности:

$$B = E_0 m p^m \left[-\frac{\mu_1}{\tau_1} \ln p + \frac{1}{4\pi} (\tau - \tau_1) \right], \qquad \zeta = z; \tag{13}$$

$$B = E_0 \frac{M}{M-m} (p^m - p^M) \left[\frac{\mu_1}{\tau_1} + \frac{1}{4\pi} \left(\frac{\tau}{\tau_1} - 1 \right) \right], \qquad \zeta \neq z. \tag{14}$$

Если нормировать индикатрису рассеяния $f(\vartheta)$, не освобожденную от рассеяния света высших порядков, по условию

$$\frac{1}{2} \int_0^{\pi} f(\vartheta) \sin \vartheta \, d\vartheta = 1, \tag{15}$$

то, как я показала ([4]), для $\vartheta = \vartheta'$, для которого $f(\vartheta') = 1$, в атмосфере всегда соблюдается равенство $\mu / \tau = 1/4\pi$. Как будет видно из дальнейшего, оказалось, что для того же ϑ' также $\mu_1 / \tau_1 = 1/4\pi$, если и $f_1(\vartheta)$ нормирована по условию (15). Тогда для точек неба, для которых $\vartheta = \vartheta'$, яркость выражается простой формулой. Из (13) и (14) имеем:

$$B = E_0 \frac{1}{4\pi} m p^m \tau = B_1 \frac{\tau}{\tau_1}, \qquad \zeta = z; \tag{16}$$

$$B = E_0 \frac{1}{4\pi} \frac{M}{M-m} (p^m - p^M) \frac{\tau}{\tau_1} = B_1 \frac{\tau}{\tau_1}, \qquad \zeta \neq z. \tag{17}$$

Полагая

$$\mu = \frac{B}{E_m} \frac{1}{m} \quad (\zeta = z); \qquad \mu = \frac{B}{E_m} \frac{M-m}{M} \frac{\tau_1}{1 - p^{M-m}} \quad (\zeta \neq z),$$

где μ — коэффициент рассеяния, не освобожденный от влияния рассеяния высших порядков, имеем из (13) и (14) действительный коэффициент рассеяния:

$$\mu_1 = \mu - \frac{\tau - \tau_1}{4\pi} \quad \text{для} \quad \zeta = z \quad \text{и} \quad \zeta \neq z. \tag{18}$$

Здесь τ — интеграл (7) для $\zeta = z$ и (10) для $\zeta \neq z$.

Из (18) имеем, если положить $\tau = \tau_1 + (\tau - \tau_1)$:

$$\frac{\mu_1}{\tau_1} = \frac{\mu}{\tau} + \left(\frac{\mu}{\tau} - \frac{1}{4\pi} \right) \left(\frac{\tau}{\tau_1} - 1 \right). \tag{19}$$

Из (19) вытекает, что $\mu / \tau = \mu_1 / \tau_1 = 1 / 4\pi$ для одного и того же $\vartheta = \vartheta'$, как об этом говорилось выше. При условии нормировки индикатрисы (15) мною было показано ([4]), что $f(\vartheta) = 4\pi \mu / \tau$. Тогда из (19) имеем выражение для действительной относительной индикатрисы:

$$f_1(\vartheta) = f(\vartheta) + [f(\vartheta) - 1] \left(\frac{\tau}{\tau_1} - 1 \right). \tag{20}$$

Из (20) вытекает, поскольку множитель $(\tau / \tau_1 - 1)$ всегда положителен: 1) $f_1(\vartheta) > f(\vartheta)$, когда $f(\vartheta) > 1$; 2) $f_1(\vartheta) < f(\vartheta)$, когда $f(\vartheta) < 1$; 3) $f_1(\vartheta) = f(\vartheta)$, когда $f(\vartheta) = 1$. Как было мною показано ([4]), при условии нормировки индикатрис (15) $f(\vartheta) = 1$ для двух ϑ, причем ϑ' всегда лежит в интервале $55° \leqslant \vartheta \leqslant 60°$, $\vartheta'' > 125°$. Однако при сильно вытя-

нутых индикатрисах ϑ'' отсутствует. Таким образом, $f_1(\vartheta)$ и $f(\vartheta)$ пересекаются только при двух или одном ϑ, для которых $f(\vartheta) = 1$.

На рис. 1 и 2 представлены в полярных координатах, соответственно, коэффициент рассеяния (абсолютная индикатриса) и относительная индикатриса, полученные: кривые *1* — из наблюдений в окре-

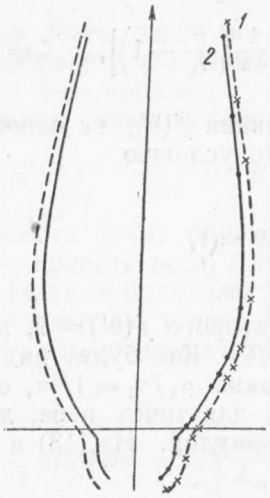


Рис. 1. Абсолютные индикатрисы рассеяния

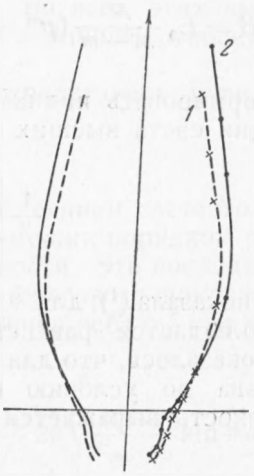


Рис. 2. Относительные индикатрисы рассеяния

стностях Пугачевска 2 VIII 1953 г., кривые *2* — из (18) и (20), соответственно, освобожденные от рассеяния высших порядков. Из измерений солнечной радиации имеем: $p = 0{,}762$, $\tau_1 = 0{,}272$; из измерений яркости неба вдоль альмукантарата солнца $\tau = 0{,}322$.

Таким образом, полученные интегральные уравнения (13) и (14) дают возможность только на основании данных наблюдений находить индикатрису, освобожденную от влияния рассеяния света высших порядков.

Астрофизический институт
Академии наук Каз.ССР
Алма-Ата

Поступило
15 II 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Е. В. Пясковская-Фесенкова, Астр. журн., **20**, в. 2 (1943). [2] Е. В. Пясковская-Фесенкова, ДАН, **43**, № 5 (1944). [3] В. Г. Фесенков, ДАН, **101**, № 5 (1955). [4] Е. В. Пясковская-Фесенкова, ДАН, **88**, № 1 (1953).