Доклады Академии наук СССР
1955. Том 102, № 3

МЕХАНИКА

Г. М. УЛАНОВ

К ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ ТОЧНОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ НЕПРЯМОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

(Представлено академиком В. С. Кулебакиным 4 XI 1954)

Исследование точности (неравномерности) системы прямого регулирования при возмущении в виде ступенчатого сброса нагрузки впервые было произведено И. А. Вышнеградским ([1]). Задача о поведении связанной системы объект регулирования — регулятор в такой постановке является основной почти для всех последующих работ по теории регулирования, включая и значительную часть работ последних лет ([2]). Однократность сброса нагрузки λ и ее верхний предел ($\lambda_{max} = 1$) оговаривались особо. В работах ([3–5]) исследовалась динамика машины в различных режимах, в том числе и при произвольной нагрузке. В реальных условиях работы машины сброс нагрузки $\lambda(t)$ может быть любой однозначной и непрерывной функцией времени, ограниченной по абсолютной величине $|\lambda(t)| = \varepsilon$ и имеющей достаточное число производных. Точки разрыва 1-го рода допускаются ввиду возможности существования ступенчатых сбросов нагрузки, но число их в любом конечном интервале предполагается конечным ([6,7]). Прямое влияние на точность регулирования оказывает зона нечувствительности регулятора, обусловленная наличием силы сухого трения в чувствительном элементе, а также помехи, сопутствующие регулирующему сигналу.

Целью настоящей заметки является определение динамической точности или предела максимального отклонения системы непрямого регулирования, находящейся под воздействием непрерывно изменяющейся нагрузки и помех чувствительного элемента, ограниченных по своей абсолютной величине ([8,9]).

Уравнения системы регулирования примем в виде:

$$T_a \dot{\varphi} = -\mu + \lambda(t);$$

$$\delta\eta = \varphi - \frac{\varepsilon}{2}\operatorname{sign}\dot{\eta} + f(t), \quad \dot{\eta} \neq 0; \qquad \left|\delta\eta - \varphi\right| \leqslant \frac{\varepsilon}{2} + f(t), \quad \dot{\eta} = 0; \tag{1}$$

$$\sigma = \eta - \gamma\mu; \quad T_s\dot{\mu} = \Phi(\sigma).$$

φ, η, σ и μ — относительные отклонения, соответственно, регулируемой координаты, чувствительного элемента, золотника и сервомотора; T_a и T_s — времена разгона и сервомотора; δ — неравномерность регулятора; γ — коэффициент обратной связи; $f(t)$ — помехи на выходе чувствительного элемента. Функция $\Phi(\sigma)$ соответствует сервомотору с постоянной скоростью закрытия ($\Phi(\sigma) = 1, 0, -1$ при $\sigma > 0$, $\sigma = 0$ и $\sigma < 0$, соответственно). На $f(t)$ накладываются те же ограничения, что и на $\lambda(t)$, и, в частности, $|f(t)| = a$.

Полное решение системы уравнений (1) в случае $\lambda(t) = [1]$ и $f(t) = 0$ дано в работе ([10]). В работе ([11]) указанная задача решена методом многолистной фазовой плоскости.

Движение системы (1) может быть исследовано на многолистной изображающей плоскости φ, $\dot{\varphi}$. Листы плоскости соответствуют значениям функции $\Phi(\sigma)$, наложены друг на друга в области

$$\left|\frac{1}{\delta}\varphi+\gamma T_a\dot{\varphi}\right|<\frac{\varepsilon}{2\delta}\pm\frac{|f(t)|}{\delta};$$

$$\dot{\varphi}>0,\quad \frac{1}{\delta}\varphi+\gamma T_a\dot{\varphi}=\frac{\varepsilon}{2\delta}\pm\frac{|f(t)|}{2\delta},\tag{2}$$

$$\dot{\varphi}<0,\quad \frac{1}{\delta}\varphi+\gamma T_a\dot{\varphi}=-\frac{\varepsilon}{2\delta}\pm\frac{|f(t)|}{\delta},$$

и сшиваемы по границам листов в полосах N, N', а также внутри области наложения для листов со значениями $f(\sigma)=1$ и $f(\sigma)=0$ по границам в полосе

$$\dot{\varphi}>0,\quad \dot{\varphi}=\frac{\delta\gamma}{T_s}+\sqrt{\frac{\delta^2\gamma^2}{T_s^2}-\frac{2}{T_aT_s}\left[\varphi+\frac{\varepsilon}{2}\pm|f(t)|\right]}\tag{3}$$

и для листов $f(\sigma)=-1$ и $f(\sigma)=0$ по границам в полосе

$$\dot{\varphi}<0,\quad \dot{\varphi}=-\frac{\delta\gamma}{T_s}-\sqrt{\frac{\delta^2\gamma^2}{T_s^2}-\frac{2}{T_aT_s}\left[\varphi-\frac{\varepsilon}{2}\pm|f(t)|\right]}.\tag{4}$$

Фазовые координаты φ, $\dot{\varphi}$ системы (1) могут быть представлены при $|\Phi(\sigma)|=1$ следующим образом:

$$\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_{\text{авт}}+\frac{\lambda(t)}{T_a},\quad \varphi=\varphi_{\text{авт}}+\frac{1}{T_a}\int\lambda(t)\,dt\tag{5}$$

и при $f(\sigma)=0$:

$$\dot{\varphi}=\dot{\varphi}_{\text{авт}}+\frac{\lambda(t)}{T_a},\quad \varphi=\varphi_{\text{авт}}+\int\lambda(t)\,dt.\tag{6}$$

Здесь $\dot{\varphi}_{\text{авт}}$ и $\varphi_{\text{авт}}$ — фазовые координаты «автономной» системы (при $\lambda(t)=0$).

Приращения фазовых координат $|\Delta\dot{\varphi}|=\left|\frac{\lambda(t)}{T_a}\right|$ и $|\Delta\varphi|=\left|\frac{1}{T_a}\int\lambda(t)\,dt\right|$ за промежуток времени, в котором знак скорости не изменяется, будет максимальным, если $\lambda(t)$ будет сохранять свое максимальное значение, а знак $\lambda(t)$ будет соответствовать знаку скорости $\dot{\varphi}$.

Возможные максимальные отклонения системы будут возрастать с течением времени и достигать своего максимального значения при $t\to\infty$ (в моменты $\dot{\varphi}(t)=0$).

Изображающая плоскость заполнена кусками фазовых траекторий

$$\pm\varphi=\frac{\{T_aT_s\dot{\varphi}-T_s(\mu_0+a\operatorname{sign}\dot{\varphi})\}^2}{2T_aT_s}+\frac{T_s[\mu_0+a\operatorname{sign}\dot{\varphi}]\{T_a\dot{\varphi}-(\mu_0+a\operatorname{sign}\dot{\varphi})\}}{T_a}+\varphi_0$$

при $|f(\sigma)|=1$; (7)

$$\dot{\varphi}=\frac{\mu_0+a\operatorname{sign}\dot{\varphi}}{T_a}\quad\text{при } f(\sigma)=0.$$

Последние соответствуют зоне зависания сервомотора, обусловленной действием сил $f(t)$ и сухого трения в чувствительном элементе. Совокупность всех возможных движений рассматриваемой системы может быть полностью исследована методом точечных преобразований

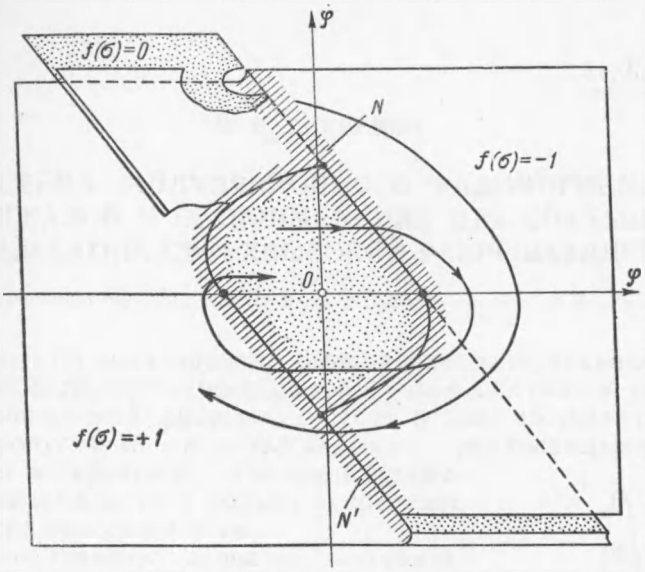


Рис. 1

полосы N в самое себя или в полосу N' (рис. 1) согласно уравнениям (7) и (3). Наибольшее отклонение в системе возникает при параметрах

$$A = \frac{T_s}{T_a \delta\gamma^2} > 3{,}04. \tag{8}$$

В частном случае $f(t) \neq 0$, $\lambda(t) = 0$ выражение максимального отклонения принимает достаточно простой вид:

$$\varphi_{max} = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon + 2|f(t)|}{2\delta\gamma}\right)^2 \frac{T_s}{T_a}. \tag{9}$$

Выражение (9) показывает, что помехи в чувствительном элементе могут воздействовать аналогично силе сухого трения в чувствительном элементе. Для увеличения динамической точности системы (1) следует уменьшать зону нечувствительности и повышать быстродействие и неравномерность регулятора.

Поступило
3 XI 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. А. Вышнеградский, Изв. СПб практическ. технологич. инст., 21 (1887). Д. К. Максвелл, И. А. Вышнеградский, А. Стодола, Теория автоматического регулирования, под ред. А. А. Андронова и И. Н. Вознесенского, 1949. [3] В. С. Кулебакин, Автоматика и телемеханика, №№ 4 и 6 (1940). [4] И. И. Артоболевский, ДАН, 87, № 3, 349 (1952). [5] И. И. Артоболевский, ДАН, 87, № 1 (1952). [6] Б. Н. Булгаков, ДАН, 51, № 5, 339 (1946). [7] Н. Д. Моисеев, Тр. ВВА им. Н. Е. Жуковского, в. 35 (1935). [8] В. Солодовников, Введение в статистическую динамику систем автоматического управления, 1952. [9] Г. М. Уланов, Автоматика и телемеханика, № 3 (1948). [10] В. А. Андронов, Н. Н. Баутин, И. С. Горелик, Автоматика и телемеханика, № 1 (1946). [11] В. В. Петров, Тр. 2-го Всесоюзн. совещ. по теории автоматического регулирования, Изд. АН СССР, 1955.