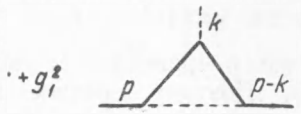
Доклады Академии наук СССР
1955. Том 104, № 1

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР И. ПОМЕРАНЧУК

О ПЕРЕНОРМИРОВКЕ МЕЗОННОГО ЗАРЯДА В ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ ТЕОРИИ С ПСЕВДОСКАЛЯРНОЙ СВЯЗЬЮ

В работе (1) было показано, что квантовая электродинамика частиц со спином $^1/_2$ приводит к равенству нулю перенормированного электрического заряда. Представляет большую важность вопрос о том, является ли этот результат свойством всякого точечного взаимодействия. Наиболее существенным при этом представляется случай мезон-нуклонных взаимодействий. В настоящем сообщении мы рассмотрим перенормировку мезонного заряда g в псевдоскалярной мезонной теории с псевдоскалярной связью. Существенное упрощение в рассмотрении, так же как и в электродинамике, наступает при пользовании двухпредельной техникой решения неперенормированных мезонных уравнений Швингера — Дайсона, развитой А. А. Абрикосовым и И. М. Халатниковым (2). Полученные ими результаты были выведены, полагая неперенормированный мезонный заряд g_1 малым по сравнению с единицей. Это давало возможность пользоваться при определении вершинной части $\Gamma(p, p-k; k)$ «треугольным» уравнением, учитывающим только не перекрывающиеся диаграммы (3) (в вершинах полные Г).



(1)

Пределы обрезания по импульсам нуклонов Λ_p и мезонов Λ_k удовлетворяют соотношению $\Lambda_p \gg \Lambda_k$.

Найденные в (2) выражения для функций Грина нуклона G, мезона D и Г имеют вид:

$$G(p) = \hat{p}^{-1} Q^{-3/10}(p);\ D(k^2) = k^{-2} Q^{-4/5}(k)\,[1+\pi^{-1} g_1^2 (L_p - L_k)]^{-1};\ \Gamma = \gamma_5 Q^{+1/5}(x);$$

$$Q(x) = 1 + 5\,(4\pi)^{-1} g_1^2 (L_k - \xi)\,[1 + \pi^{-1} g_1^2 (L_p - L_k)]^{-1};\quad \xi = \ln \frac{x^2}{m^2};\quad (2)$$

$$L_k = \ln \Lambda_k^2\, m^{-2};\quad L_p = \ln \Lambda_p^2\, m^{-2}.$$

$x = p$ в выражении для G и $x = k$ в выражении для D. В $\Gamma(p, p-k; k)$ x с логарифмической точностью равно p, когда $p^2 \sim (p-k)^2 \sim k^2$. Если аргументы Г неодинаковы, то входит наибольший. m — масса нуклона.

Условиями применимости формул (2) являются:

$$\begin{aligned} &\text{для } G\text{:}\quad \Lambda_k^2 \gg p^2 \gg m^2;\\ &\text{для } D\text{:}\quad \Lambda_k^2 \gg k^2 \gg m^2;\\ &\text{для } \Gamma\text{:}\quad \Lambda_k^2 \gg p^2,\ (p-k)^2,\ k^2 \gg m^2. \end{aligned} \qquad (3)$$

Если p^2 или k^2 становятся меньше m^2, то ξ заменяется нулем. Когда неравенства (3) заменяются на следующие:

$$p^2 > \Lambda_k^2, \qquad k^2 > \Lambda_k^2; \tag{4}$$

вместо (2) справедливы формулы:

$$G = \hat{p}^{-1}, \quad D = k^{-2}, \quad \Gamma = 0. \tag{5}$$

Если $k^2 \ll \lambda_k^2$, но $\lambda_p^2 \gg p^2 \gg \lambda_k^2$, то $\Gamma = \gamma_5$.

Связь между g_1 и перенормированным зарядом g имеет вид

$$g^2 = g_1^2 [1 + \pi^{-1} g_1^2 (L_p - L_k)]^{-1}; \quad g_1^2 = g^2 [1 - \pi^{-1} g^2 (L_p - L_k)]^{-1}. \tag{6}$$

С ростом Λ_p и Λ_k g_1^2 растет.

Функция D испытывает скачок при $k^2 = \Lambda_k^2$ от значения Λ_k^{-2} до $\Lambda_k^{-2}[1 + \pi^{-1} g_1^2 (L_p - L_k)]^{-1}$. Этот скачок связан с «резким» выключением взаимодействия при возрастании k^2 сверх значения Λ_k^2. При плавном выключении такого скачка не будет. Так же как и в электродинамике (1), можно показать, что скачок D-функции несущественен для дальнейших доказательств. Если $\Lambda_p = \Lambda_k$, то (2) переходят в «однопредельные» формулы А. А. Абрикосова, А. Д. Галанина и И. М. Халатникова (4). Пусть $g_1^2 \ll 1$, но $\pi^{-1} g_1^2 (L_p - L_k) = \pi^{-1} g_1^2 \ln \Lambda_p^2 \Lambda_k^{-2} \gg 1$. Тогда формулы (2) переходят в более простые:

$$\begin{gathered} G(p) = \hat{p}^{-1} Q_0^{-3/10}(p); \quad D = k^{-2} Q_0^{-6/5}(k) \frac{\pi}{g_1^2} (L_p - L_k)^{-1}; \\ \Gamma = \gamma_5 Q_0^{1/5}(x); \; Q_0(x) = 1 + {}^5/_4 (L_p - L_k)^{-1} (L_k - \ln x^2 m^2). \end{gathered} \tag{7}$$

Формулы (7) указывают на возможность пренебрежения в лагранжиане действием свободного мезонного поля $\int dx \left[\left(\frac{d\varphi}{dx_\alpha}\right)^2 + \mu^2 \varphi^2\right]$. Действительно, в этом случае в уравнения φ входит только вместе с g_1 в виде комбинации $g_1 \varphi$. Поэтому среднее по вакууму от величины $T\langle \varphi(x) \varphi(y) \rangle$, которому пропорциональна D-функция, оказывается пропорционально g_1^{-2} (аналогично тому положению, которое имеется в электродинамике (1,5))*. Функция $G(x, y)$, будучи средним по вакууму значением от величины $T\bar{\psi}(x)\psi(y)$, не должна в этих условиях зависеть от g_1^2. Вершинная часть, будучи равной (7) $\left\{\frac{\delta}{\delta g_1 \varphi(z)} G^{-1}(x, y, g_1\varphi)\right\}_{\varphi=0}$, также не будет зависеть от g_1. Именно эти зависимости зафиксированы в (7).

Мы приходим к выводу, что даже при малых g_1^2 свободное поле перестает играть роль. Представляется естественным думать, что при дальнейшем возрастании g_1 роль свободного поля будет еще меньше. Поэтому зависимость всех величин от g_1^2 должна соответствовать (7) и при $g_1^2 > 1$. Отсюда следует, что функция $g_1^2 D$ не должна зависеть от g_1^2 и, следовательно, ее зависимость от k^2 будет при больших g_1^2 такая же,

---

* Этот результат особенно наглядно виден при пользовании представлением D-функции в виде континуального интеграла (6)

$$D(x,y) = \int T\langle \varphi(x) \varphi(y) \rangle [\exp iS(g_1\varphi)] \, \delta\varphi \Big/ \int [\exp iS(g_1\varphi)] \, \delta\varphi.$$

Здесь отброшено действие свободного поля. Производя замену переменных $\varphi \to g_1\varphi$, мы сразу видим, что $D \sim g_1^{-2}$.

как и при малых g_1^2. Те же соображения относятся к G и Γ. Это значит, что при любых g_1^2 (т. е. при любых сколь угодно больших Λ_p^2, Λ_k^2 (6)) D, G и Γ должны совпадать с (7). Отсюда следует, что в формуле, связывающей g^2 и g_1^2:

$$g^2 = g_1^2 [1 + \pi^{-1} g_1^2 (L_p + {}^1/_4 L_k)]^{-1} = \pi (L_p + {}^1/_4 L_k)^{-1} \to 0$$

можно L_p и L_k стремить к бесконечности. Поэтому g^2 оказывается (так же как и в электродинамике ([1,5])) равным нулю. Важность этого результата делает желательным его подтверждения путем непосредственного рассмотрения уравнений, определяющих G, D и Γ.

Поступило
3 VI 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Померанчук, ДАН, **103**, № 6 (1955). [2] А. А. Абрикосов, И. М. Халатников, ДАН, **103**, № 6 (1955). [3] Л. Д. Ландау, А. А. Абрикосов, И. М. Халатников, ДАН, **95**, 497 (1954); **95**, 1177 (1954). [4] А. А. Абрикосов, А. Д. Галанин, И. М. Халатников, ДАН, **97**, 793 (1954). [5] Л. Д. Ландау, И. Я. Померанчук, ДАН, **102**, 489 (1955). [6] K. Yamazaki, Progr. Theor. Phys., **7**, 449 (1952); И. М. Гельфанд, Р. А. Минлос, ДАН, **97**, 209 (1954); Е. С. Фрадкин, ДАН, **98**, 47 (1954); Н. Н. Боголюбов, ДАН, **99**, 225 (1954); S. F. Edwards, R. E. Peierls, Proc. Roy. Soc., A **224**, 24 (1954); P. T. Matthews, A. Salam, Nuovo Cimento, **12**, 563 (1954); K. Symanzik, Zs. Naturforsch., **9a**, 809 (1954). [7] J. Schwinger, Proc. Nat. Acad. Sci. USA, **37**, 455 (1951).