Доклады Академии наук СССР
1955. Том 104, № 1

АСТРОНОМИЯ

Д. А. ФРАНК-КАМЕНЕЦКИЙ

ВОДОРОДНЫЕ КРИВЫЕ НА ДИАГРАММАХ СОСТОЯНИЯ ЗВЕЗД

(Представлено академиком Н. Н. Семеновым 18 III 1955)

Постановка вопроса о водородных звездах принадлежит Н. А. Козыреву (1). Водородные звезды не подобны между собою и не могут быть описаны одной общей моделью. Поэтому нами рассчитана систематическая серия водородных моделей звезд. Непрозрачность описываем формулами (2), выделение энергии — формулой для скорости термоядерных реакций (4).

Диаграмма состояния звезд, зависящая только от закона теплоотвода, представляет собою, как показано в (2), соотношение между параметрами L/M^3 и $M^{2,5}/\sqrt{r}$. Водородная кривая на этой диаграмме описывается выведенным в (2) уравнением:

$$\frac{L}{M^3} = 515\varphi(\alpha_0)\,\Phi(\alpha_0), \tag{1}$$

где

$$\frac{1}{\Phi} = 1 + \frac{\alpha^3}{632{,}7}\,\frac{\dfrac{111}{\alpha^2 + 5{,}3\alpha}}{1 - \dfrac{55}{\sqrt[3]{T_0}}}. \tag{2}$$

Структурный множитель φ связан с множителями работы (2) соотношением

$$\varphi = \frac{\xi}{\eta^4\theta}. \tag{3}$$

Рассчитанная нами серия водородных моделей звезд позволяет найти зависимость φ от α_0, которая представлена интерполяционной формулой

$$\varphi = \frac{6{,}6 + 0{,}6\alpha_0}{1 + 0{,}3\alpha_0}\cdot 10^{-3}. \tag{4}$$

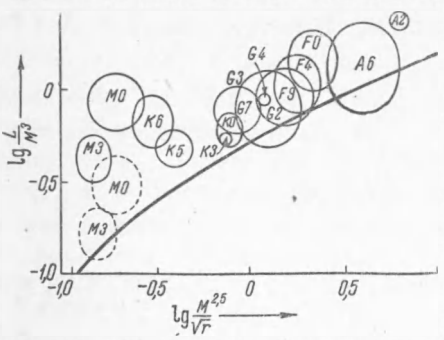


Рис. 1

На рис. 1 видно, как построенная по этим формулам водородная кривая ограничивает снизу область сгущения точек, взятых из (3) по (2).

Соотношение масса — радиус определяется законом тепловыделения (4):

$$\left(\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}\right)^{\nu}\frac{L}{M} = \theta C\,\frac{M}{r^3}\,x^2\chi_0^2 e^{-\chi_0}. \tag{5}$$

Сюда входят два структурных множителя: $\theta = \rho_0 r^3/M$ (см. (2)) и $\varepsilon_0/\varepsilon$. Значения последнего множителя для водородного цикла можно представить интерполяционной формулой:

$$\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon} = {}^2/_3\,\chi_0. \tag{6}$$

Подставив в (5), (6) значение L из соотношения масса — светимость и выразив χ_0 через M, r и структурные множители, получаем соотношение масса — радиус.

Значение постоянной C

$$C = 4{,}05 \cdot 10^{11} \frac{Q}{A_1}, \tag{7}$$

где Q — тепловой эффект реакции в эргах на акт; A_1 — универсальное время триплетного β-взаимодействия в секундах.

Формулы резко упрощаются, если интерполировать температурную зависимость (5) степенной функцией

$$\chi_0 e^{-\chi_0} \approx 2{,}7 \cdot 10^{-34} T_0^4. \tag{8}$$

Принимаем тепловой эффект водородного цикла по варианту Шатцмана — Фаулера ([5], [6]):

$$Q = 2{,}09 \cdot 10^{-5} \text{ эрг/акт}. \tag{9}$$

Полагая для чисто водородных звезд $x = 1$ и переходя к солнечным единицам, получаем соотношение масса — радиус в виде:

$$\frac{r^7}{M^3} = 0{,}36 \frac{W(\alpha_0)}{A_1}, \tag{10}$$

где структурные множители входят только через безразмерную функцию

$$W(\alpha_0) = \frac{\theta^2}{\zeta \Phi(\alpha_0)}. \tag{11}$$

Значение A_1 по ядернофизическим и астрофизическим данным ([13]) лежит в пределах между 2060 и 3600 сек. По рассчитанной нами серии

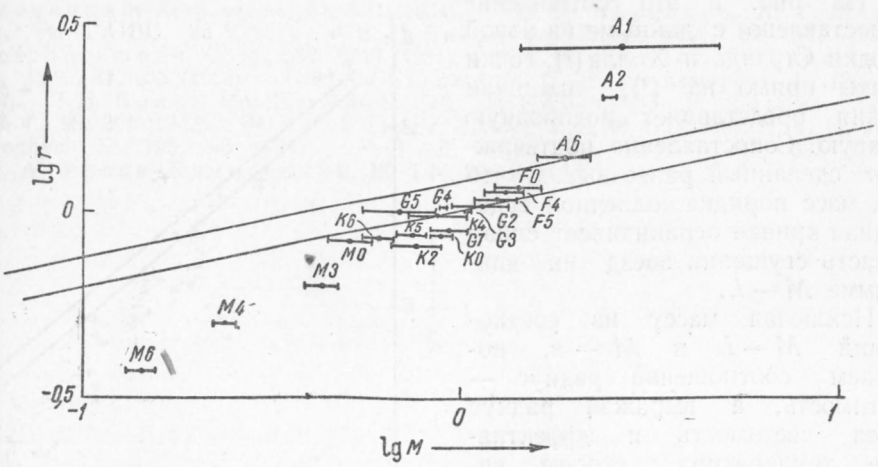


Рис. 2

моделей водородных звезд функция $W(\alpha_0)$ может быть интерполирована как

$$W = 280 + B\alpha_0^2, \tag{12}$$

где значение постоянной B лежит между 155 и 300. Первый член существенен только для гигантов. Для всех остальных звезд им можно пре-

небречь, после чего получаем соотношение масса — радиус для водородных звезд в явном виде

$$r = \left(\frac{25{,}5B}{A_1}\right)^{3/20} \sqrt[5]{M}. \qquad (13)$$

где численное значение коэффициента лежит в пределах

$$1{,}215 \geqslant \left(\frac{25{,}5B}{A_1}\right)^{3/20} \geqslant 1{,}01. \qquad (14)$$

Зависимость (13) сопоставлена с фактами на рис. 2. Данные наблюдений, взятые из ([3]), представлены горизонтальными отрезками с длиной, отвечающей неточности в определении масс. Сплошными линиями показаны два предельных положения водородной кривой, согласно (13) и (14). Средняя часть главной последовательности от A6 и M0 ложится очень близко к водородной кривой. Речь идет здесь не о наклоне, но об абсолютных значениях радиуса.

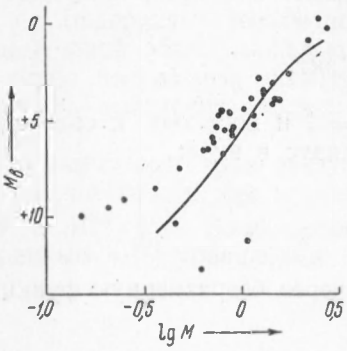


Рис. 3

Отсюда следует, что в этих звездах основными источниками энергии являются термоядерные реакции водородного цикла. Звезды-гиганты ложатся гораздо выше водородной кривой, что свидетельствует о наличии в них других источников энергии (вероятно, нейтронных ядер ([12])).

Комбинируя (1) и (13), можно получить два соотношения, доступных более широкому сопоставлению с фактами. Исключая радиус, получаем соотношение масса — светимость непосредственно в координатах $M - L$.

На рис. 3 это соотношение сопоставлено с данными из новой сводки Стрэнда и Холла ([7]). Точки взяты прямо из ([7]), сплошная линия представляет водородную кривую. Сопоставление подтверждает сделанный ранее вывод, что для масс порядка солнечной водородная кривая ограничивает снизу область сгущения звезд на диаграмме $M - L$.

Исключая массу из соотношений $M - L$ и $M - r$, получаем соотношение радиус — светимость, а выражая радиус через светимость и эффективную температуру, строим водородную кривую на диаграмме Герцшпрунг — Рессела, представленную на рис. 4. Сплошные линии — положения водородной кривой для крайних значений (14). Данные наблюдений взяты из ([8]); *а* — звезды из ближайших окрестностей Солнца ([9]), *б* — двойные звезды ([10]), *в* — субкарлики ([11]).

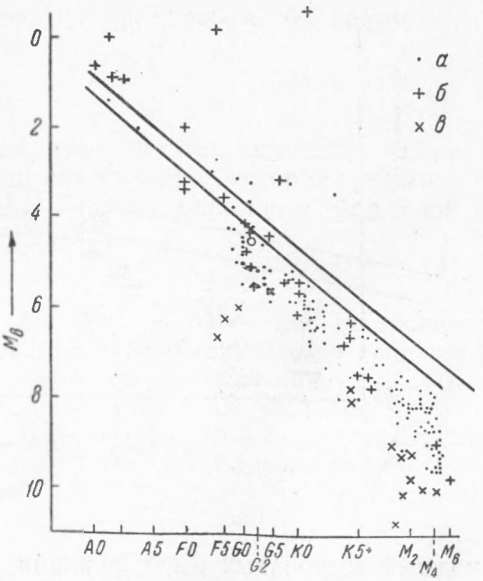


Рис. 4

Для классов F — M водородная кривая, как по расположению,

так и по наклону, с большой точностью совпадает с верхней границей области сгущения звезд на диаграмме рис. 4.

Если звезда состоит не из чистого водорода, но выделение энергии происходит по водородному циклу, то для средней части главной последовательности можно дать приближенные формулы для соотношения $M - L$:

$$L = 0{,}50 M^{4{,}44} (2\mu)^{6{,}1} \frac{A^{1{,}65}}{Z^{2{,}26}}, \tag{15}$$

и для диаграммы Герцшпрунга — Рессела:

$$M_b = \text{const} - 11{,}0 \lg T_e + 3{,}4 \lg \left(\frac{2\mu}{\sqrt{x}\sqrt{z^2/A}} \right), \tag{16}$$

где значение const лежит между 45,42 и 45,90. Здесь M_b — абсолютная болометрическая звездная величина; T_e — эффективная температура; μ, z, A, x — средние значения, соответственно, молекулярного веса, атомного номера, массового числа и весовая доля водорода для вещества в центральной зоне звезды.

Водородно-гелиевые звезды должны располагаться выше водородной кривой на диаграмме $M - L$ и ниже нее на диаграмме $M - r$ и Герцшпрунга — Рессела. Но именно так ведут себя звезды средней части главной последовательности. При 20% гелия звезда должна лежать на диаграмме Герцшпрунга — Рессела на 0,36 звездной величины ниже, а на диаграмме $M - L$ — на 0,9 звездной величины выше водородной кривой.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило
18 III 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Н. А. Козырев, Изв. Крымск. астрофиз. обс., **2**, 3 (1948). [2] Д. А. Франк-Каменецкий, Астр. журн., **31**, 327 (1954). [3] П. П. Паренаго, А. Г. Масевич, Тр. ГАИШ, **20** (1951). [4] E. E. Salpeter, Phys. Rev., **88**, 547 (1952). [5] E. Schatzmann, C. R., **232**, 1740 (1951). [6] W. A. Fowler, T. Lauritsen, Phys. Rev., **81**, 655 (1951). [7] K. Aa. Strand, R. G. Hall, Astrophys. J., **120**, 322 (1954). [8] H. Bondi, Monthly Notices, **110**, 595 (1950). [9] G. P. Kuiper, Astrophys. J., **95**, 201 (1942). [10] G. P. Kuiper, Astrophys. J., 88, 472 (1938). [11] A. H. Joy, Astrophys. J., **105**, 96 (1947). [12] Л. Д. Ландау, Nature, **141**, 333 (1938). [13] Д. А. Франк-Каменецкий, ЖЭТФ, **29**, 135 (1955).