ШИМ-генератор на компараторе LM393 формирует импульсы с регулируемой скважностью за счет сравнения пилообразного сигнала с опорным напряжением, изменяемым потенциометром, что позволяет плавно управлять мощностью нагрузки при постоянной частоте. С его помощью можно управлять 12-вольтовой *RGB*-лентой, но напрямую только одним каналом (одним цветом). Для полноценного управления всей *RGB*-лентой потребуется три таких канала или доработка схемы с тремя независимыми ШИМ-сигналами и силовыми ключами (обычно – *MOSFET*) для каждого цвета.

Литература

1. Средства отображения информации : практикум по выполнению лабораторных работ по одноименной дисциплине для студентов специальности 1-36 04 02 «Промышленная электроника» днев. и заоч. форм обучения / сост.: В. А. Хананов, В. В. Щуплов. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2021. – 89 с. – URL: https://elib.gstu.by.

РЕШЕНИЕ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА ЭЛЕКТРОННОЙ ТЕХНИКИ НА ОСНОВЕ МОДЕЛЕЙ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Т. А. Ракицкий

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель Ю. В. Крышнев

Рассмотрены особенности применения симплекс-метода для решения задач линейного программирования. Представлена математическая постановка задачи оптимизации производственного процесса предприятия промышленной электроники, рассмотрен алгоритм построения симплекс-таблиц и получения оптимального плана производства.

Ключевые слова: линейное программирование, симплекс-метод, симплекс-таблица, оптимизация производства, промышленная электроника, математическое моделирование, исследование операций.

Решение прикладных задач оптимизации производства электронной техники производится с помощью симплекс-метода.

Нахождение оптимального плана симплексным методом включает следующие этапы:

1. Приведение задач линейного программирования (ЗЛП) к канонической форме.
2. Нахождение опорного плана.
3. Составление симплекс-таблицы.
4. Выяснение наличия хотя бы одного положительного числа Δj. Если таких нет, то найденный план оптимален. Если же среди чисел Δj имеются положительные, то либо устанавливают неразрешимость задачи, либо переходят к новому опорному плану.
5. Нахождение разрешающих столбца и строки. Разрешающий столбец определяется наибольшим по абсолютной величине положительным числом Δj, а разрешающая строка – минимальным из отношений компонент столбца вектора A_0 к положительным компонентам разрешающего столбца.

6. Определение положительных компонент нового опорного плана, коэффициентов разложения векторов A_i по векторам нового базиса и числа Δ_0 и Δj. Все эти числа записываются в новой симплекс-таблице.

7. Проверка найденного опорного плана на оптимальность. Если план не оптимален и необходимо перейти к новому опорному плану, то возвращаются к этапу *4*, а в случае получения оптимального плана или установления неразрешимости процесса решения задачи, заканчивается.

Для осуществления контроля за правильностью работы с симплекс-таблицей необходимо проверить, что:

1) компоненты вектора A_0 неотрицательны;

2) оценки при базисных векторах равны нулю;

3) последующие значения целевой функции меньше предыдущих.

Приведем пример. Для производства электронных модулей предприятие промышленной электроники использует необходимые ресурсы. Нормы затрат ресурсов на один модуль данного вида, прибыль от реализации одного модуля и общее количество имеющихся ресурсов каждого вида приведены в табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные

Ресурсы	**Нормы затрат на одно изделие**		**Общее количество ресурсов**
	Модуль управления шаговым двигателем	**Модуль интерфейсной обработки аналоговых сигналов**	
Печатные платы	0,2	0,1	40
Электронные компоненты	0,1	0,3	60
Трудоемкость сборки и программирования, чел.-ч	1,2	1,5	372,4
Прибыль от реализации одного модуля, руб.	6	8	–

Необходимо определить, сколько модулей каждого вида следует изготовлять, чтобы прибыль от их реализации была максимальной.

Решение

1. Прежде чем применять симплекс-метод, необходимо задачу формализовать (построить математическую модель) и привести к канонической форме.

Итак, предприятию промышленной электроники необходимо спланировать объем производства модулей управления шаговым двигателем и модулей интерфейсной обработки аналоговых сигналов так, чтобы максимизировать прибыль. Мы имеем следующие переменные: x_1 – количество модулей управления шаговым двигателем; x_2 – количество модулей интерфейсной обработки аналоговых сигналов.

Суммарная прибыль от производства модулей равна:

$$Z(x) = 6x_1 + 8x_2.$$

Целью предприятия является определение среди всех допустимых значений x_1 и x_2 таких, которые максимизируют суммарную прибыль, т. е. целевую функцию $Z(x)$.

Ограничения, которые налагаются на x_1 и x_2:

1) объем производства модулей не может быть отрицательным, следовательно, $x_1, x_2 \geq 0$;

2) нормы затрат печатных плат и электронных компонентов на модули не могут превосходить максимально возможный запас, а трудоемкость не может быть больше суммарно, чем 372,4 чел.-ч. Отсюда вытекает система ограничений:

$$\begin{cases} 0{,}2x_1 + 0{,}1x_2 \leq 40; \\ 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \leq 60; \\ 1{,}2x_1 + 1{,}5x_2 \leq 372{,}4. \end{cases}$$

Таким образом, математическая модель задачи будет иметь вид:

$$\begin{cases} 0{,}2x_1 + 0{,}1x_2 \leq 40; \\ 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \leq 60; \\ 1{,}2x_1 + 1{,}5x_2 \leq 372{,}4; \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0;$$

$$Z(x) = 6x_1 + 8x_2 \to \max.$$

2. Далее необходимо привести ЗЛП к канонической форме:

$$\begin{cases} 0{,}2x_1 + 0{,}1x_2 \leq 40; \\ 0{,}1x_1 + 0{,}3x_2 \leq 60; \\ 1{,}2x_1 + 1{,}5x_2 \leq 372{,}4; \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0;$$

$$Z^*(x) = -6x_1 - 8x_2 \to \min.$$

3. Теперь можно приступать к применению симплекс-метода для нахождения решения данной задачи. Следуя алгоритму, находится опорный план, представленный в табл. 2.

Таблица 2

Опорный план

A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_0
0,2	0,1	1	0	0	40
0,1	0,3	0	1	0	60
1,2	1,5	0	0	1	372

4. Строим симплекс-таблицу (табл. 3).

Таблица 3

Симплекс-таблица

			c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
			–6	–8	0	0	0
$A_б$	$C_б$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_3	0	40	0,2	0,1	1	0	0
A_4	0	60	0,1	0,3	0	1	0
A_5	0	372,4	1,2	1,5	0	0	1
		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5
		0	6	8	0	0	0

5. Следуя п. 3 алгоритма симплекс-метода, выясняем наличие хотя бы одного положительного числа Δ_j. Их в таблице два: $\Delta_1 = 6$ и $\Delta_1 = 8$. Максимальное из них – 8, значит, столбец A_2 будет разрешающим. Определим разрешающую строку, поделив элементы столбца A_0 на элементы столбца A_2, и выберем минимальный результат деления (табл. 4).

Таблица 4

Минимальный результат деления

A_0/A_2	
400	
200	min
248,26667	

6. Определив разрешающий элемент, переходим к новому опорному плану и отмечаем, что требуется еще одна итерация для нахождения нового опорного плана (табл. 5), так как среди Δ_j вновь есть положительный элемент $\Delta_1 = 3{,}3$.

Таблица 5

Итерация для нахождения нового опорного плана

			c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	
			–6	–8	0	0	0	
$A_б$	$C_б$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_0/A_1
A_3	0	20	0,17	0	1	–0,3	0	120
A_4	-8	200	0,33	1	0	3,3	0	600
A_5	0	72,4	0,7	0	0	–5,0	1	103,4
		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5	
		–1600	3,33	0	0	–26,67	0	

min

7. Определив разрешающий элемент, переходим к новому опорному плану (табл. 6).

Таблица 6

Новый опорный план

			c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
			–6	–8	0	0	0
$A_б$	$C_б$	A_0	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5
A_3	0	2,4	0	0	1	0,9	–0,2
A_4	–8	166	0	1	0	5,6	–0,5
A_5	–6	103	1	0	0	–7,1	1,4
		Δ_0	Δ_1	Δ_2	Δ_3	Δ_4	Δ_5
		–1944	0	0	0	–2,9	–4,8

Как видно, в табл. 6 найдено оптимальное решение. Для контроля проверено, что значения Δ_j при базисных векторах равны нулю, $\Delta_j \le 0$ и целевая функция, т. е. значение Δ_0, уменьшалась.

Полученный ответ задачи: $x_1 = 103$ (шт.) – модули управления шаговым двигателем, $x_2 = 166$ (шт.) – модули интерфейсной обработки аналоговых сигналов; $Z(x) = (-1)Z^*(x) = 1944$ руб. – максимальная прибыль.

Литература

1. Методы оптимизации. Линейное программирование : учеб. пособие / В. В. Белага, И. А. Булякова, Е. Ю. Кирпичева, О. А. Крейдер. – Дубна : Гос. ун-т «Дубна», 2016. – 137 с.
2. Методы оптимизации: основы линейного программирования : учеб.-метод. пособие / Е. Д. Незнахина, Ю. Ю. Огородников ; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2025. – 128 с.
3. Линейное программирование: симплекс-метод и двойственность : учеб. пособие / О. В. Болотникова, Д. В. Тарасов, Р. В. Тарасов. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2015. – 84 с.
4. Линейное программирование : метод. пособие для студентов специальности 1-31 03 01-03 «Математика (экономическая деятельность)» / В. И. Бахтин, И. А. Иванишко, А. В. Лебедев, О. И. Пиндрик. – Минск : БГУ, 2012. – 39 с.
5. Банди, Б. Основы линейного программирования : пер. с англ. / Б. Банди. – М. : Радио и связь, 1989. – 176 с. : ил.
6. Линейное программирование : учеб. пособие для самостоятельной работы студентов. – Челябинск : Издат. центр ЮУрГУ, 2011. – 50 с.
7. Математическое программирование: теория и методы : учеб. пособие / Н. В. Гредасова, А. Н. Сесекин, А. Ф. Шориков, М. А. Плескунов ; М-во науки и высш. образования Рос. Федерации, Урал. федер. ун-т им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2020. – 200 с.