Доклады Академии наук СССР
1955. Том 103, № 2

ФИЗИКА

И. И. ЛЕВИНТОВ

СВЯЗЬ МЕЖДУ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ, РАССЕЯНИЕМ И СПИН-ОРБИТАЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В КВАЗИКЛАССИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ

(Представлено академиком Н. Н. Семеновым 10 V 1955)

В предыдущей работе ([1]) была установлена связь между поляризацией $\mathbf{P}$, сечением рассеяния $\sigma(\vartheta)$ и эффективной величиной спин-орбитального потенциала α при рассеянии нейтронов больших энергий на ядрах:

$$\mathbf{P}(\vartheta)\,\sigma(\vartheta) = 2\alpha\frac{d\sigma(\vartheta)}{d\vartheta}\mathbf{n}, \qquad (1)$$

где $\mathbf{n}$ — нормаль к плоскости рассеяния.

В основе вывода (1) лежали следующие предположения: 1) Ядро описывалось комплексным потенциалом со спин-орбитальной добавкой $\frac{a}{r}\frac{\partial V}{\partial r}(\mathbf{l}, \vec{\sigma})$, где V — реальная часть потенциала; форма потенциала выбрана в виде ямы с плоским дном и не слишком размытыми краями. 2) Спин-орбитальная добавка рассматривалась как возмущение, т. е. предполагалось, что вклад в фазы, связанный со спин-орбитальным взаимодействием, $\alpha_l(\mathbf{l}, \vec{\sigma}) \ll 1$. 3) Предполагалось, что рассеяние имеет почти классический характер, т. е. что определенному углу рассеяния отвечает узко ограниченный набор орбитальных моментов. Последнее предположение является, однако, слишком грубой идеализацией для описания рассеяния быстрых нуклонов на реальных ядрах.

В данной работе получено квазиклассическое выражение для упомянутой связи, вывод которого свободен от третьего предположения. Будет показано, что (1) получается из найденной зависимости в результате предельного перехода к классическому движению. С другой стороны, можно показать, что (1) получается при решении механической задачи о рассеянии пучка, состоящего из «магнитных» диполей $\mathbf{I}$ на прямоугольном потенциале с добавкой $\frac{a}{r}\frac{\partial V}{\partial r}(\mathbf{M}, \mathbf{I})$ ($\mathbf{M}$—механический момент), если рассматривать добавку как возмущение и пользоваться приближением, годным для малых углов. Таким образом, (1) следует рассматривать как чисто классическое соотношение*.

Перейдем к выводу квазиклассического соотношения. Исходим из формул Лепора ([2]), в которых, поскольку рассматривается задача рассеяния очень быстрых нейтронов, суммирование по l заменяется интегрированием по параметру столкновения $\rho = l/k$ до $\rho = R$ (R—эффективный радиус ядра).

$$\mathbf{P}(\vartheta)\,\sigma(\vartheta) = \{AB^* + BA^*\}\,\mathbf{n}; \quad \sigma(\vartheta) = AA^* + BB^*; \qquad (2)$$

* Предположение о классическом характере (1) было высказано Я. Б. Зельдовичем.

$$A = \frac{ik}{2}\int_0^R \left\{2 - e^{2i\Delta_\rho^+} - e^{2i\Delta_\rho^-}\right\} J_0(k\rho\theta)\,\rho\,d\rho; \tag{3}$$

$$B = \frac{1}{2}\int_0^R \left\{e^{2i\Delta_\rho^+} - e^{i2\Delta_\rho^-}\right\} \frac{dJ_0(k\rho\theta)}{d\theta} d\rho. \tag{4}$$

Квазиклассический расчет фаз $\Delta_\rho^\pm$ для трапецевидной ямы дает ([1], [3])

$$\Delta_\rho^\pm = \Delta_\rho^{(0)} \pm \alpha_\rho k\rho, \tag{5}$$

где $\Delta_\rho^{(0)}$ — комплексные фазы «бесспинового» рассеяния;

$$\alpha_\rho = \frac{aV}{R}\frac{k}{2E}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2} + \frac{3}{8}\frac{\rho^4}{R^4} + \ldots\right), \tag{6}$$

где a — константа спин-орбитального взаимодействия; V — глубина реальной части потенциала. Разлагая (3) и (4) в ряд по $\alpha_\rho k\rho$ и ограничиваясь первым членом разложения, получаем

$$A(\theta) = ik\int_0^R \left\{1 - e^{i2\Delta_\rho^{(0)}}\right\} J_0(k\rho\theta)\,\rho\,d\rho = A_0(\theta); \tag{7}$$

$$B(\theta) \cong -2\alpha\, ik\int_0^R \left\{1 - e^{i2\Delta_\rho^{(0)}}\right\} \frac{dJ_0(k\rho\theta)}{d\theta}\rho\,d\rho + 2\alpha\, ik\int_0^R \frac{dJ_0(k\rho\theta)}{d\theta}\rho\,d\rho -$$

$$- 2\alpha O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2} + \ldots\right) = -2\alpha\left\{\frac{dA_0(\theta)}{d\theta} - \frac{dA_{\text{черн}}(\theta)}{d\theta} + O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2} + \ldots\right)\right\}, \tag{8}$$

где $A_0(\theta)$ — амплитуда бесспинового рассеяния; $A_{\text{черн}}(\theta)$ — амплитуда дифракционного рассеяния на «черном» ядре радиуса R: $A_{\text{черн}} = \frac{iRJ_1(kR\theta)}{\theta}$; $\alpha = \frac{aV}{R}\frac{k}{2E}$; $O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2} + \ldots\right)$ — члены порядка $\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2}$ и выше, аналогичные первым двум членам. Из (7), (8), (2), а также принимая во внимание, что при $\theta \to 0$ $B \to 0$ и, следовательно, для малых углов можно положить $|A_0(\theta)|^2 \cong \sigma(\theta)$, получаем:

$$\mathbf{P}(\theta)\,\sigma(\theta) =$$

$$= -2\alpha\left\{\frac{d\sigma(\theta)}{d\theta} + [A_0(\theta) - A_0^*(\theta)]\frac{dA_{\text{черн}}(\theta)}{d\theta} + O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2} + \ldots\right)\right\}\mathbf{n}. \tag{9}$$

Рассмотрим переход (9) к классическому пределу. Как известно, классическое рассеяние имеет место при следующих условиях: 1) очень большие kR; 2) $\theta \gg 1/kR$. При очень больших kR амплитуды $A_0(\theta)$ могут быть правильно оценены методом стационарной фазы. В результате оказывается: 1) углам рассеяния $\frac{V}{E} \gg \theta \gg \frac{1}{kR}$ отвечают частицы, обладающие параметром удара $\frac{\rho^2}{R^2} \cong \left(\frac{E}{V}\theta\right)^2 \ll 1$, и, следовательно, членом $O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2} + \ldots\right)$ можно пренебречь. Кроме того для этих углов второй член (9) может быть представлен в виде

$$(A_0 + A_0^*)\frac{dA_{\text{черн}}}{d\theta} \cong \frac{E}{V}R^2\cos\left(\frac{V}{E}kR\right)\frac{dJ_1(kR\theta)}{d\theta} + \frac{d}{d\theta}\left\{R^2\frac{J_1(kR\theta)}{\theta}\right\}^2$$

и является, следовательно, быстро осциллирующей функцией θ при $kR\theta \gg 1$. Для «анализатора» с конечной угловой разрешающей способностью вклад от второго члена (9) будет поэтому стремиться к 0 при

очень больших $kR\theta$. Таким образом, при очень больших kR и для углов $V/E \gg \theta \gg 1/kR$ справедлива классическая формула (1).

Для реальных ядер условие $V/E \gg \theta \gg 1/kR$ не выполняется. Чтобы определить α из экспериментальных данных по поляризации и рассеянию для реальных ядер, нужно выразить второй член (9) через наблюдаемые величины сечений и оценить $O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2}+\ldots\right)$.

Для этого укажем на равенство

$$A_0(\theta) = 2\frac{J_1(kR\theta)}{(kR\theta)}A_0(0) - J_2(kR\theta)A_0(0) + \\ + ik^2\theta\int_0^R J_1(k\rho\theta)\int_0^\rho\left\{1-e^{i2\Delta_{\rho'}^{(0)}}\right\}\rho' d\rho' d\rho, \qquad (10)$$

где $J_{0,1,2}(kR\theta)$ — функция Бесселя, а $A_0(0)$ — амплитуда рассеяния при $\theta = 0$. Формулу (10) можно получить, если проинтегрировать (7) по частям и воспользоваться соотношениями $J_0(x) = 2J_1(x)/x - J_2(x)$; $dJ_0(x)/dx = -J_1(x)$. Оценка третьего члена (10) показывает, что он того же порядка, что и второй член. При $\theta \lesssim 1/kR$ сумма второго и третьего членов мала по сравнению с первым членом (поправка $\delta \ll \frac{1}{2}\frac{J_2(kR\theta)}{J_1(kR\theta)}kR\theta \cong 0{,}1$). Поэтому мы имеем приближенно для $\theta \lesssim 1/kR$:

$$A_0(\theta) \cong 2\frac{J_1(kR\theta)}{kR\theta}A_0(0) = \frac{A_{\text{черн}}(\theta)}{A_{\text{черн}}(0)}A_0(0), \qquad (11)$$

где $A_{\text{черн}}(0) = {}^1/_2 ikR^2$, или

$$\frac{\sigma(\theta)}{\sigma(0)} \cong \frac{\sigma_{\text{черн}}(\theta)}{\sigma_{\text{черн}}(0)}; \quad \frac{d\sigma_{\text{черн}}}{d\theta} \cong \frac{\sigma_{\text{черн}}(\theta)}{\sigma(\theta)}\frac{d\sigma(\theta)}{d\theta}, \qquad (12)$$

где $\sigma_{\text{черн}}(\theta)/\sigma(\theta)$ почти не зависит от θ при $\theta \lesssim 1/kR$. Используя (11), (12), (10), можно выразить второй член (9) через наблюдаемые величины сечений и оценить $O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2}+\ldots\right)$. Для второго члена (9) имеем

$$[A_0(\theta) - A_0^*(\theta)]\frac{dA_{\text{черн}}}{d\theta} \cong [A_0(0) - A_0^*(0)]\left|\frac{A_{\text{черн}}(\theta)}{A_{\text{черн}}(0)}\right|\frac{dA_{\text{черн}}(\theta)}{d\theta}, \qquad (13)$$

или, используя известное определение величины полного сечения σ_t $\frac{ik}{2\pi}\sigma_t = A_0(0) - A_0^*(0)$ и $A_{\text{черн}}(0)$, а также (12):

$$[A_0(\theta) - A_0^*(\theta)]\frac{dA_{\text{черн}}}{d\theta} \cong -\frac{\sigma_t}{2\pi R^2}\frac{d\sigma_{\text{черн}}}{d\theta} = -\frac{\sigma_t}{2\pi R^2}\frac{\sigma_{\text{черн}}(\theta)}{\sigma(\theta)}\frac{d\sigma(\theta)}{d\theta}. \qquad (14)$$

При помощи соотношения, аналогичного (10), можно также оценить $O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2}+\ldots\right)$. Оценка показывает, что отношение членов $O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2}+\ldots\right)$ к соответствующим основным членам слабо зависит от параметров ядра и составляет $\sim 0{,}2$. Угловая зависимость $O\left(\frac{1}{2}\frac{\rho^2}{R^2}+\ldots\right)$ примерно та же, что и для основных членов при $\theta \lesssim 1/kR$. В результате

из (9) и (14) получаем выражение, связывающее поляризацию с наблюдаемыми величинами и α:

$$\mathbf{P}(\theta)\sigma(\theta) \cong -2{,}4\alpha \frac{d\sigma(\theta)}{d\theta}\left\{1 - \frac{\sigma_t}{2\pi R^2} C\right\}\mathbf{n}, \qquad (15)$$

где $C = \frac{\sigma_{\text{черн}}(\theta)}{\sigma(\theta)} = \frac{1}{\sigma(\theta)} \frac{R^2}{\theta^2} [J^2(kR\theta)]^2$ практически не зависит от θ для $\theta \lesssim 1/kR$. Выражению (15) может быть придана другая форма. Для этого заметим, что при $\theta \lesssim 1/kR$

$$A_{\text{черн}}(\theta) = iR \frac{J_1(kR\theta)}{\theta} \cong i \frac{kR^2}{2} \cos\frac{kR\theta}{2}. \qquad (16)$$

Выражая $\sigma(\theta)$ и $d\sigma(\theta)/d\theta$ через $\sigma_{\text{черн}}(\theta)$ (12) и используя (16), получаем

$$\mathbf{P}(\theta) \cong 2{,}4\alpha kR \operatorname{tg}\left(\frac{kR\theta}{2}\right)\left\{1 - \frac{\sigma_t}{2\pi R^2} C\right\}\mathbf{n} \quad \left(\theta \lesssim \frac{1}{kR}\right). \qquad (17)$$

Формулы (15) и (17) могут быть без труда обобщены для потенциальной ямы произвольной формы. Обобщение приводит к появлению коэффициента при α, зависящего от формы потенциала.

Для непрозрачных ядер (15), (17) дают $\mathbf{P} = 0$, так как $\sigma(\theta) \to \sigma_{\text{черн}}(\theta)$ и $\sigma_t \to 2\pi R^2$. Этот результат физически следует из того, что при полном поглощении рассеяние не может зависеть от свойств ядерного потенциала.

Так как основные данные по поляризации при упругом рассеянии получены для протонов, встает вопрос об использовани (15), (17) для оценки α из протонных данных. Даже в предположении зарядовой независимости ядерного потенциала это может быть сделано лишь в тех случаях, когда характер рассеяния и поляризации не зависит от кулоновского взаимодействия для углов, по крайней мере $\lesssim 1/kR$. Последнее имеет место при $mZe^2/k\hbar^2 \ll 1$ [4], что соответствует $Z < 60$ для $E_p = 300$ Мэв и $Z < 15$ для $E_p = 100$ Мэв. В качестве σ_t можно брать соответствующие нейтронные данные. Эксперименты по поляризации, необходимые для получения α при помощи (15), (17), имеются в настоящее время лишь для 300 Мэв протонов, рассеянных на Be, C, Al [5,6]. Обработка этих материалов дает $a_{\text{Be}} = 4{,}1 \cdot 10^{-27}$ см^2, $a_{\text{C}} = 3{,}7 \cdot 10^{-27}$ см^2, $a_{\text{Al}} = 3{,}3 \cdot 10^{-27}$ см^2 для $R = 1{,}37 \cdot 10^{-13} A^{1/3}$ см^2 и $V = -20$ Мэв. Значения для a, полученные из оболочечных данных [7] и из фаз рассеяния $p - He^4$ для $E \sim 5$ Мэв [8], составляют: $a_{\text{об}} = 4{,}4 \cdot 10^{-27}$ см^2 и $a_{\text{Li}^6} = 3{,}3 \cdot 10^{-27}$ см^2. Слабая зависимость спин-орбитального взаимодействия от энергии трудно совместима с представлением о ядерном потенциале как среднем потенциале отдельных нуклонов [9, 10]. В свете полученных результатов поле ядра естественнее представлять физически единым, похожим на поле элементарной частицы.

Институт химической физики
Академии наук СССР

Поступило
10 V 1955

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. И. Левинтов, ДАН, **101**, № 2, 249 (1955)*. [2] J. Lepore, Phys. Rev., **70**, 136 (1950). [3] G. A. Snow, R. M. Sternheimer, C. N. Yang, Phys. Rev., **94**, 1073 (1954). [4] А. Ахиезер, И. Померанчук, Некоторые вопросы теории ядра, М., 1950. [5] H. G. Gurvallio, J. Marshall, L. Marshall, Phys. Rev., **96**, 1081 (1954). [6] O. Chamberlain, E. Segré, R. Tripp, C. Wiegand, T. Ypsilantis, Phys. Rev., **96**, 806 (1954); **95**, 1105 (1954). [7] В. Гейзенберг, Теория атомного ядра, М., ИЛ, 1953. [8] S. Shack, L. O. Biedenharm, D. Breit, Phys. Rev., **93**, 321 (1954). [9] S. Fernbach, W. Heckrotte, J. V. Lepore, Phys. Rev., **97**, 1059 (1955). [10] S. Tamor, Phys. Rev., **97**, 1077 (1955)

* В этой статье в формулах (4), (14)—(17) пропущен коэффицент 2.