Доклады Академии наук СССР
1955. Том 103, № 2

ФИЗИКА

М. КОРНФЕЛЬД

К ТЕОРИИ ОШИБОК

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 22 II 1955)

В основу современной теории ошибок положен нормальный закон распределения вероятностей. Между тем, ни откуда не следует, что распределение ошибок измерений всегда подчиняется нормальному закону. Это не подтверждено непосредственными экспериментами, не вытекает из сколько-нибудь убедительных физических предпосылок и, само собой разумеется, не может быть доказано чисто математическим путем. Нормальный закон должен рассматриваться, следовательно, лишь как некоторое, не поддающееся априорной оценке, приближение к действительному распределению ошибок. Но это значит, что современная теория ошибок заведомо неточна.

Настоящая заметка имеет своей целью показать, что теория ошибок не нуждается в привлечении какого-либо наперед заданного закона распределения, ее можно построить, исходя из более простых и естественных соображений.

Говоря об ошибках, мы имеем в виду, как обычно, ошибки, обусловленные случайными помехами, т. е. полагаем, что систематические помехи не сказываются на результатах измерения. Свободной от систематических помех будет считаться нами такая операция измерения, при которой одинаково возможно получить число большее или меньшее истинного значения измеряемой величины, т. е. при которой вероятность каждого из этих двух случаев равна половине *.

Обозначим истинное значение измеряемой величины через a и расположим полученные при n измерениях числа (отсчеты) в порядке возрастания: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$. Тогда, в соответствии с принятым определением, вероятность неравенства $a < x_1$, так же как и вероятность неравенства $a > x_n$, будет равна $(1/2)^n$.

Отсюда вероятность того, что:

$$x_1 < a < x_n \qquad \text{(A)}$$

равна

$$p = 1 - (1/2)^{n-1}. \qquad \text{(B)}$$

Эти выражения, будучи значительно проще соответствующих формул современной теории ошибок, позволяют избавиться от труда по обработке измерений. Экспериментатору достаточно помнить, что надежность полученного им результата, т. е. вероятность нахождения истинного значения между крайними отсчетами, при $n = 5$ не меньше 0,9, при $n = 8$ не меньше 0,99, при $n = 11$ не меньше 0,999.

* Это определение вытекает из того, не нуждающегося в доказательстве, обстоятельства, что при сравнении двух равных объектов каждый из них имеет равную вероятность показаться больше другого.

Заметим тут же, что вместо указания границ доверительного интервала, т. е. интервала, в котором с данной вероятностью находится истинное значение величины, можно писать $a = \bar{x} \pm \Delta x$, где $\bar{x}$ — приближенное значение измеряемой величины, а Δx — погрешность приближенного значения. Первое из этих чисел соответствует середине доверительного интервала, второе — его полуширине.

В тех случаях, когда при данном числе измерений мы желаем сузить доверительный интервал и одновременно считаем возможным удовлетвориться меньшей надежностью, следует вместо предыдущих частных формул применять общие формулы:

$$x_m < a < x_{n-m+1}, \tag{A*}$$

$$p = 1 - 2 \sum_{k=0}^{m-1} \frac{n!}{k!\,(n-k)!\,2^n}. \tag{B*}$$

Впрочем, при небольшом числе измерений, которым мы обычно довольствуемся, этот прием не имеет практического смысла.

Поступило
22 II 1955