Доклады Академии наук СССР
1955. Том 102, № 2

ГЕОФИЗИКА

А. Г. КОЛЕСНИКОВ и А. А. ПИВОВАРОВ

ВЫЧИСЛЕНИЕ СУТОЧНОГО ХОДА ТЕМПЕРАТУРЫ МОРЯ ПО СУММАРНОЙ РАДИАЦИИ И ТЕМПЕРАТУРЕ ВОЗДУХА

(Представлено академиком В. В. Шулейкиным 9 II 1955)

Вопрос о формировании суточного хода температуры поверхностного слоя моря по ходу составляющих теплообмена был впервые поставлен и решен в работе (1). В последующей работе (2) была пересмотрена формулировка и решение этой задачи применительно к заданному ходу теплового баланса на поверхности моря и более сложному закону поглощения лучистой энергии в море.

Эти работы, вскрывая физическую сущность процесса формирования температуры моря, требуют для своего практического использования знания всех актинометрических элементов и либо метеорологических элементов на некоторой высоте в воздухе, либо градиентов температуры, скорости ветра и влажности в приводном слое атмосферы. Но как актинометрические, так и градиентные наблюдения не входят в цикл обязательных на гидрометеорологических станциях и требуют для своего осуществления постановки специальных исследований. Однако, не уменьшая общности, можно изменить формулировку задачи таким образом, что для вычисления суточного хода температуры моря в качестве исходных данных будет достаточно знания суточного хода температуры воздуха на некоторой высоте, приходящей суммарной радиации с учетом альбедо поверхности моря и термических характеристик воды и воздуха. В настоящей работе и предлагается решение такой задачи.

Представим глубоководный участок моря, т. е. такой, глубина которого больше глубины распространения суточных температурных колебаний. Примем, что распространение тепла как в море, так и в атмосфере происходит только по вертикали, а адвективный перенос тепла отсутствует, причем перенос тепла в море осуществляется турбулентным обменом и потоком лучистой энергии, а в атмосфере — только турбулентным обменом. Для описания поглощения потока лучистой энергии по вертикали в море примем такой же закон, как и в (2). Задачу будем рассматривать применительно к тем периодам, когда слой скачка плотности в море расположен ниже глубины распространения суточных колебаний температуры, так что во всем интенсивно перемешанном верхнем слое можно принять коэффициент турбулентного обмена тела постоянным по глубине и по времени. При таких условиях распределение температур в море и приводном слое атмосферы, имея в виду, как и в предыдущих работах, не саму температуру, а ее отклонение от среднесуточного значения, описываются, соответственно, уравнениями:

$$\frac{\partial t_1}{\partial \tau} = k_1 \frac{\partial^2 t_1}{\partial z^2} + \sum_{m=1}^{\nu} \frac{1 - A_m}{c_1 \rho_1} \beta_m J_m(\tau) e^{-\beta_m z}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial t_2}{\partial \tau} = k_2 \frac{\partial}{\partial z} \left\{ (1 + \mu z) \frac{\partial t_2}{\partial z} \right\}, \qquad (2)$$

где A_m и β_m — альбедо и коэффициент поглощения для m-го участка спектра; $J_m(\tau)$ — поток лучистой энергии, приходящийся на долю m-го участка спектра; k_1 — коэффициент турбулентного обмена тепла в море; k_2 — значение коэффициента турбулентного обмена тепла в приводном слое атмосферы на поверхности моря; μ — характеристика роста последнего с высотой.

Для температурного поля атмосферы вместо уравнения (2) следовало бы написать два уравнения, так как, согласно современным представлениям, коэффициент турбулентного обмена может быть аппроксимирован линейно возрастающей функцией лишь до некоторой высоты (50—100 м), а выше она должна приближаться к постоянному значению; но поскольку нас интересует самый нижний слой атмосферы (до 2 м), то практически, как показывают расчеты, нет разницы в распределении температур, принимаем ли мы схему коэффициента обмена в соответствии с (2) или с изломом; вычисления же в первом случае значительно упрощаются.

В качестве граничных условий для уравнений (1) и (2) примем: равенство температур и полный тепловой баланс на поверхности моря, т. е.

$$t_1(0,\tau) = t_2(0,\tau);$$
$$c_1\rho_1 k_1\left(\frac{\partial t_1}{\partial z}\right)_{z=0} - c_2\rho_2 k_2\left(\frac{\partial t_2}{\partial z}\right)_{z=0} = \varphi(\tau) - \alpha_и t_1(0,\tau), \tag{3}$$

и затухание суточных колебаний температуры на бесконечности в море и в атмосфере. Здесь c — теплоемкость; ρ — плотность; $\alpha_и = 4a\sigma T_0^3$; a и T_0 — излучательная способность и среднесуточная абсолютная температура поверхности моря; σ — коэффициент излучения абсолютно черного тела; $\varphi(\tau) = aG(\tau) - q_и(\tau)$; $G(\tau)$ — встречное излучение атмосферы; $q_и(\tau)$ — теплообмен в результате испарения или конденсации.

Будем искать периодическое решение сформулированной задачи, считая колебания температуры суточного периода установившимися.

Аппрокисимируя функцию $J_m(\tau)$ суммой

$$J_m(\tau) = \sum_{m=1}^{\nu} \{A^J_{m,n}\cos n\omega\tau + B^J_{m,n}\sin n\omega\tau\}, \tag{4}$$

ищем решение уравнения (1) в виде

$$t_1(z,\tau) = \sum_{m=1}^{\nu} U_m(\tau)\, e^{-\beta_m z} + U(z,\tau). \tag{5}$$

Подставляя (5) в (1), для определения вида функции $U_m(\tau)$ получим дифференциальное уравнение; решение его дает

$$U_m(\tau) = \frac{1-A_m}{c_1\rho_1}\beta_m \sum_{n=1}^{j} C^J_{m,n}\sin(n\omega\tau - \varepsilon_{m,n} - \delta_{m,n}), \tag{6}$$

где

$$C^J_{m,n} = [\{(A^J_{m,n})^2 + (B^J_{m,n})^2\}\{(n\omega)^2 + (k_1\beta_m^2)^2\}^{-1}]^{1/2},$$
$$\varepsilon_{m,n} = \operatorname{arc\,tg}\frac{k_1\beta_m^2}{n\omega}, \quad \delta_{m,n} = \operatorname{arc\,tg}\frac{B^J_{m,n}}{A^J_{m,n}}. \tag{7}$$

Представим функцию $\varphi(\tau)$ в виде суммы с тем же числом членов j:

$$\varphi(\tau) = \sum_{n=1}^{j} \{A_n^{\varphi} \cos n\omega\tau + B_n^{\varphi} \sin n\omega\tau\} = \sum_{n=1}^{j} \mathrm{Re}\{C_n^{\varphi} e^{-in\omega\tau}\}. \quad (8)$$

Решения уравнений для t_2 и U будем искать также в виде сумм:

$$t_2(z, t) = \sum_{n=1}^{j} \mathrm{Re}\{V_{2n}(z) e^{-in\omega\tau}\}; \quad (9)$$

$$U(z, \tau) = \sum_{n=1}^{j} \{V_{1n}(z) e^{-in\omega\tau}\}. \quad (10)$$

Подставляя предполагаемую форму решения в уравнения для определения функций $V_{2n}(z)$ и $V_{1n}(z)$, будем иметь

$$\frac{d}{dz}\left\{(1+\mu z)\frac{dV_{2n}}{dz}\right\} - i\frac{n\omega}{k_2} V_{2n} = 0; \qquad \frac{d^2V_{1n}}{dz^2} - i\frac{n\omega}{k_1} V_{1n} = 0. \quad (11)$$

Решения уравнений (11), удовлетворяющие условиям ограниченности на бесконечности, имеют вид

$$V_{2n}(z) = C_{2n} H_0^{(1)}\left\{\frac{2}{\mu}\sqrt{i\frac{n\omega}{k_2}(1+\mu z)}\right\}, \quad (12)$$

$$V_{1n}(z) = C_{1n} e^{(1-i)\sqrt{\frac{n\omega}{2k_1}}\, z}. \quad (13)$$

Примем теперь, что нам известен ход отклонений температуры на некоторой высоте h в воздухе над поверхностью моря, т. е.

$$t_2(h, \tau) = f(\tau). \quad (14)$$

Аппроксимируя $f(\tau)$ суммой j членов и представляя его в комплексной форме, будем иметь

$$f(\tau) = \sum_{n=1}^{j} \{A_n^f \cos n\omega\tau + B_n^f \sin n\omega\tau\} = \sum_{n=1}^{j} \mathrm{Re}\{\theta_n e^{-in\omega\tau}\}. \quad (15)$$

Полагая в выражении (12) $z = h$, определим постоянную C_{2n} через заданный ход температуры воздуха

$$C_{2n} = \frac{\theta_n}{H_0^{(1)}(b_n\sqrt{i})}, \quad \text{где } b_n = a_n\sqrt{1+\mu h},\ a_n = \frac{2}{\mu}\sqrt{\frac{n\omega}{k_2}}. \quad (16)$$

Удовлетворяя граничным условиям (3) и принимая во внимание (16), для C_{1n} будем иметь:

$$C_{1n} = M_{m,n}^J + \theta_n \frac{H_0^{(1)}(a_n\sqrt{i})}{H_0^{(1)}(b_n\sqrt{i})}, \quad (17)$$

где

$$M_{m,n}^J = \sum_{m=1}^{\nu} \frac{(1-A_m)\beta_m (B_{m,n}^J - iA_{m,n})}{c_1\rho_1\sqrt{(\omega n)^2 + (k_1\beta_m)^2}} e^{i\varepsilon_{m,n}}. \quad (18)$$

Следовательно, для функции $U(z, \tau)$ в (10) после подстановки (17) и (18) получим

$$U(z, \tau) = \sum_{n=1}^{j} \mathrm{Re}\left[\left\{\theta_n \frac{H_0^{(1)}(a_n\sqrt{i})}{H_0^{(1)}(b_n\sqrt{i})} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{m=1}^{\nu} \frac{1-A_m}{c_1\rho_1}\beta_m \frac{B_{m,n} - iA_{m,n}}{\sqrt{(n\omega)^2 + (k_1\beta_m^2)^2}} e^{i\varepsilon_{m,n}}\right\} e^{-in\omega\tau - (1-i)\sqrt{\frac{n\omega}{2k_1}}|z|}\right]. \quad (19)$$

Выделяя действительную часть этого выражения и суммируя ее с (6) на основании (5), окончательное соотношение для суточного хода температуры моря в зависимости от суточного хода температуры воздуха получим в виде

$$t_1(z,\tau)=\sum_{n=1}^{j} N_n e^{-\sqrt{\frac{n\omega}{2k_1}}|z|}\cos\left(n\omega\tau-\sqrt{\frac{n\omega}{2k_1}}|z|-\sigma_n\right)+$$
$$+\sum_{n=1}^{j}\sum_{m=1}^{\nu}\frac{1-A_m}{c_1\rho_1}\beta_m C^J_{m,n}\left\{e^{-\beta_m|z|}\sin\left(n\omega\tau-\varepsilon_{m,n}-\delta_{m,n}\right)-\right.$$
$$\left.-e^{-\sqrt{\frac{n\omega}{2k_1}}|z|}\sin\left(n\omega\tau-\varepsilon_{m,n}-\delta_{m,n}-\sqrt{\frac{n\omega}{2k_1}}|z|\right)\right\}, \qquad (20)$$

где $\varepsilon_{m,n}$, $\delta_{m,n}$ и $C^J_{m,n}$ имеют те же значения, что и в (7), а

$$N_n=\left[\{(A^f_n)^2+(B^f_n)^2\}\frac{\mathrm{her}^2 a_n+\mathrm{hei}^2 a_n}{\mathrm{her}^2 b_n+\mathrm{hei}^2 b_n}\right]^{1/2};$$
$$\sigma_n=\mathrm{arc\,tg}\frac{\mathrm{hei}\,a_n}{\mathrm{her}\,a_n}-\mathrm{arc\,tg}\frac{\mathrm{hei}\,b_n}{\mathrm{her}\,b_n}+\mathrm{arc\,tg}\frac{B^f_n}{A^f_n}. \qquad (21)$$

Здесь $\mathrm{her}\,x$ и $\mathrm{hei}\,x$ обозначают, соответственно, действительную и мнимую часть функций Ганкеля. Первое слагаемое (20) отражает те изменения температуры моря, которые вызваны изменениями теплового баланса на его поверхности, выраженными через температуру воздуха. Второе слагаемое описывает изменения, являющиеся следствием поглощения радиации, проникающей в воду. Последние были достаточно проанализированы в работе [2], а потому мы их рассматривать не будем.

Из выражения (20) следует, что при отсутствии объемного поглощения радиации ход температуры поверхности моря может быть вычислен на основании только одной температуры воздуха, а именно:

$$t_1(0,\tau)=\sum_{n=1}^{j} N_n\cos(n\omega\tau-\sigma_n). \qquad (22)$$

Если аппроксимировать суточный ход отклонений температуры воздуха первой гармоникой, то на основании (22) легко установить соотношение между амплитудами температуры воздуха и поверхности моря; оно будет определяться только особенностями турбулентного обмена в приводном слое атмосферы. Природа этой связи легко усматривается из (21), откуда следует, что изменение температуры поверхности моря опережает изменения температуры воздуха. Следовательно, изменения теплового баланса определяют температуру поверхности моря, которая в свою очередь и формирует температуру воздуха над морем. Таким образом, если ход последней известен, то мы можем по нему восстановить как ход температуры поверхности моря, так и теплового баланса, образовавшего этот ход температуры воздуха.

Естественно ожидать, что при вычислении (20) будет давать результаты не худшие, чем (15) из работы (2).

Морской гидрофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
13 VIII 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] А. Г. Колесников, ДАН, 57, № 2 (1947). [2] А. Г. Колесников, Изв. АН СССР, сер. геофиз., № 2 (1954).