Доклады Академии наук СССР
1955. Том 103, № 1

*ФИЗИКА*

Р. РЫНДИН и Я. СМОРОДИНСКИЙ

# ТОЖДЕСТВЕННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СЕЧЕНИЙ НЕПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЧАСТИЦ

*(Представлено академиком Л. Д. Ландау 24 III 1955)*

Рассматривая сечение рассеяния $\pi$-мезонов нуклонами, Минами ([1], [2]) показал непосредственным вычислением, что это сечение, усредненное по поляризации нуклонов, остается инвариантным, если произвести перестановку внутри каждой из фаз, принадлежащих данному значению $j$. Если обозначить фазы через $\delta_l^+$ и $\delta_l^-$, соответственно, для $j = l + 1/2$ и для $j = l - 1/2$, то речь идет о преобразовании

$$\delta^+_{j-1/2} \rightleftarrows \delta^-_{j+1/2} \quad \text{(при всех } j \text{ одновременно)}. \tag{1}$$

Автор не обратил внимания на простой физический смысл этого преобразования, который позволяет понять его природу и указать на возможность обобщения для систем с произвольным спином.

Запишем амплитуду рассеяния $\pi$-мезона нуклоном (в системе центра инерции) в виде

$$f(\vartheta) = a(\vartheta) + b(\vartheta)\vec{\sigma}\,\mathbf{n}, \tag{2}$$

где $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к плоскости рассеяния:

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{k}_0}{|\mathbf{k} \times \mathbf{k}_0|}. \tag{3}$$

Если спин в начальном состоянии направлен вверх ($\vec{\sigma}\,\mathbf{n}\,\chi_{\text{пад}} = \chi_{\text{пад}}$), то амплитуда равна

$$f^+(\vartheta) = a(\vartheta) + b(\vartheta). \tag{4}$$

Если спин направлен вниз ($\vec{\sigma}\,\mathbf{n}\,\chi_{\text{пад}} = -\chi_{\text{пад}}$), то амплитуда равна

$$f^-(\vartheta) = a(\vartheta) - b(\vartheta). \tag{5}$$

Сечение, усредненное по спинам, равно

$$1/2\,\mathrm{Sp}\,[ff^*] = 1/2\,(|f^+|^2 + |f^-|^2) = |a|^2 + |b|^2. \tag{6}$$

Ниже мы покажем, что в результате преобразования (1) амплитуда (2) преобразуется по формуле

$$f(\vartheta) \to f'(\vartheta) = e^{i\vartheta\vec{\sigma}\mathbf{n}}(a - b\vec{\sigma}\,\mathbf{n}). \tag{7}$$

Амплитуды же $f^{\pm}(\vartheta)$ преобразуются по формулам

$$f^{+}(\vartheta) \to e^{i\vartheta} f^{-}(\vartheta); \tag{8}$$

$$f^{-}(\vartheta) \to e^{-i\vartheta} f^{+}(\vartheta). \tag{9}$$

Сечение, усредненное по поляризациям, остается, следовательно, инвариантным.

Таким образом, инвариантность сечения относительно преобразования (1) есть выражение инвариантности сечения неполяризованных частиц относительно направления спина (относительно вращения мишени вокруг оси пучка).

Докажем теперь преобразование (7), (8) и (9). Выражения для амплитуд (3), (4) и (5) даются известными формулами (см. например [3]):

$$a(\vartheta) = \frac{1}{k} \sum_{l} [(l+1) E_l^{+} + l E_l^{-}] P_l(\cos\vartheta); \tag{10}$$

$$b(\vartheta) = \frac{1}{ik} \sum_{l} [E_l^{+} - E_l^{-}] P_l^1(\cos\vartheta), \tag{11}$$

где, для краткости, обозначено

$$E_l^{\pm} = \sin\delta_l^{\pm} e^{i\delta_l^{\pm}}; \tag{12}$$

индекс $\pm$ отмечает, соответственно, состояния $j = l \pm 1/2$.

Перепишем теперь выражения для амплитуды, сгруппировав члены по $j$ и собирая подобные:

$$f(\vartheta) = \frac{1}{k} \sum_{j} \{E_{j-1/2}^{+} [(j+1/2) P_{j-1/2} - i P_{j-1/2}^{1} \vec{\sigma}\,\mathbf{n}] + \\ + E_{j+1/2}^{-} [(j+1/2) P_{j+1/2} + i P_{j+1/2}^{1} \vec{\sigma}\,\mathbf{n}]\}. \tag{13}$$

Введем преобразования, использованные Минами:

$$P_{j-1/2}^{1} = \frac{j+1/2}{\sin\vartheta} [P_{j-1/2} - \cos\vartheta\, P_{j+1/2}], \tag{14}$$

$$P_{j+1/2}^{1} = \frac{j+1/2}{\sin\vartheta} [P_{j-1/2}\cos\vartheta - P_{j+1/2}]. \tag{15}$$

Подставляя (14) и (15) в выражение (13), получим после простых преобразований:

$$f(\vartheta) = \frac{i\vec{\sigma}\,\mathbf{n}}{k\sin\vartheta} \sum_{j} (j+1/2) \{E_{j-1/2}^{+} [P_{j+1/2} - e^{i\vartheta\vec{\sigma}\mathbf{n}} P_{j-1/2}] + \\ + E_{j+1/2}^{-} [P_{j-1/2} - e^{i\vartheta\vec{\sigma}\,\mathbf{n}} P_{j+1/2}]\}. \tag{16}$$

Совершим теперь преобразование (1)

$$E_{j-1/2}^{+} \rightleftarrows E_{j+1/2}^{-} \tag{17}$$

и вынесем за знак суммы множитель $-e^{i\vartheta\vec{\sigma}\,\mathbf{n}}$:

$$f'(\vartheta) = -\frac{i\vec{\sigma}\,\mathbf{n}}{k\sin\vartheta} e^{i\vartheta\vec{\sigma}\,\mathbf{n}} \sum_{j} (j+1/2) \{E_{j-1/2}^{+} [P_{j+1/2} - e^{-i\vartheta\vec{\sigma}\mathbf{n}} P_{j-1/2}] + \\ + E_{j+1/2}^{-} [P_{j-1/2} - e^{-i\vartheta\vec{\sigma}\mathbf{n}} P_{j+1/2}]\}. \tag{18}$$

Сравнивая (18) и (16), убеждаемся в справедливости формул (7), а следовательно, и в справедливости (8) и (9).

Из приведенных рассуждений видно что исследования неполяризованного пучка позволяют определить амплитуду с точностью до знака перед оператором $\vec{\sigma}\,\mathbf{n}$; определение знака требует опытов с поляризованными частицами: либо рассеяние на поляризованных нуклонах, либо измерение поляризации нуклонов при рассеянии.

Следует отметить еще одну инвариантность неполяризованного сечения, связанную с изменением знака оператора $\vec{\sigma}$. При одновременном изменении знака всех фаз амплитуда преобразуется по формуле

$$f(\vartheta) \to -(a^* - b^* \vec{\sigma}\,\mathbf{n}). \tag{19}$$

Сечение поляризованных частиц не остается при этом инвариантным.

Приведенное преобразование (7) может быть обобщено на рассеяние частиц с произвольным спином. Так например, при рассеянии нуклонов нуклонами (неполяризованных) должно существовать три преобразования, оставляющих неизменным сечение (существуют четыре формы амплитуды, приводящие к одинаковому сечению). Эти преобразования соответствуют вращению мишени и вращению пучка вокруг оси пучка.

Институт ядерных проблем
Академии наук СССР

Поступило
18 XI 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] S. Minami, Progr. Theor. Phys., 11, 213 (1954). [2] S. Hayakawa et al., Progr. Theor. Phys., 11, 332 (1954). [3] J. V. Lepore, Phys. Rev., 79, 137 (1950).