Доклады Академии Наук СССР
1954. Том XCIX, № 6

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

В. И. ШЕСТАКОВ

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МЕТОД СИНТЕЗА МНОГОТАКТНЫХ РЕЛЕЙНЫХ СИСТЕМ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 19 VI 1954)

1. Для синтеза многотактных релейных систем в настоящее время применяются обычно методы, основанные на использовании таблиц включения ([1]) или эквивалентных этим таблицам временных графиков реле ([2]). В настоящей заметке излагается векторно-алгебраический метод синтеза многотактных релейных систем, построенных из двухпозиционных реле, не требующий применения каких-либо таблиц или графиков. Этот метод представляет собой обобщение и распространение на неавтономные релейные системы алгебраического метода, предложенного автором ранее для синтеза автономных релейных систем ([3]).

Излагаемый здесь метод применим, в частности, и для синтеза синхронных цифровых вычислительных машин, хотя предложенный в данной заметке алгоритм значительно отличается от алгоритма, вкратце изложенного в статье Рида ([4]).

2. Так как мы будем иметь дело лишь с двухпозиционными реле, т. е. реле, имеющими только два стабильных состояния: невозбужденное и возбужденное, то всюду ниже термин «реле» будет применяться вместо термина «двухпозиционное реле».

Всякую совокупность реле вместе с управляющими и управляемыми этими реле параметрами будем называть р е л е й н о й с и с т е м о й. Релейная система, каждый управляемый параметр которой изменяется только посредством реле, принадлежащих к этой системе, будем называть автономной релейной системой.

Параметр, управляемый посредством реле X_i, Y_k ($i = 1, 2, \ldots, m$; $k = 1, 2, \ldots, n$), будем обозначать соответствующими малыми буквами x_i, y_k в случае, если эти параметры в о з р а с т а ю т, и символами x_i', y_k' в случае, если эти параметры у м е н ь ш а ю т с я при срабатывании соответствующих реле. В случае, когда рассматриваемые реле являются электромеханическими, буквы x_i, y_k означают проводимости з а м ы к а ю щ и х, а символы x_i', y_k' — проводимости р а з м ы к а ю щ и х контактов соответствующих реле.

Двум стабильным состояниям двухпозиционных реле соответствуют два стабильных значения параметров, управляемых этими реле. Если эти два значения для всех параметров одинаковы, то без ограничения общности можно обозначить их посредством чисел 0 и 1.

Так как возбужденному и невозбужденному состояниям реле Y_k однозначно отвечают равенства $y_k = 1$, $y_k' = 0$; $y_k = 0$, $y_k' = 1$, соответственно, то всякое из 2^n возможных стабильных состояний релейной системы, построенной из реле $Y_1, \ldots, Y_k, \ldots, Y_n$, может однозначно

характеризоваться некоторым значением двоичного вектора $\mathbf{y} = [y_1, \ldots, y_k, \ldots, y_n]$. Вектор $\mathbf{y}' = [y'_1, \ldots, y'_k, \ldots, y'_n]$ будем называть дополнительным или инверсным по отношению к вектору $\mathbf{y}$.

Совокупность всех m независимых параметров $x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_m$, управляющих рассматриваемой релейной системой, будем обозначать посредством двоичного вектора $\mathbf{x} = [x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_m]$.

Если все реле рассматриваемой релейной системы имеют одинаковые запаздывания как при срабатывании, так и при отпускании и величина этого запаздывания для каждого из этих реле равна τ и если можно считать, что изменения всех параметров совершаются практически мгновенно и синхронно, то изменения состояния такой релейной системы можно описать следующим векторным уравнением:

$$\mathbf{y}(t+\tau) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{y}(t)), \tag{1}$$

где $\mathbf{f}$ — однозначная векторная функция, определяемая структурой рассматриваемой релейной системы, т. е. схемой соединения ее элементов.

Если значение вектора $\mathbf{y}$ в начальном интервале времени $0 \leqslant t < \tau$ задано и задан процесс $\mathbf{x}(t)$ изменения вектора $\mathbf{x}$, то пользуясь уравнением (1), можно вычислить значение вектора $\mathbf{y}$ в любом последующем интервале $j\tau \leqslant t < (j+1)\tau$.

Если, в частности, всякий процесс $\mathbf{y}(t)$, возможный в данной релейной системе, зависит только от начального ее состояния, то такая система является, согласно приведенному выше определению, автономной. Уравнение (1) для нее принимает вид:

$$\mathbf{y}(t+\tau) = \mathbf{F}(\mathbf{y}(t)). \tag{2}$$

Другим важным частным случаем релейной системы (1) является система, описываемая уравнением

$$\mathbf{y}(t+\tau) = \mathbf{F}(\mathbf{x}(t)). \tag{3}$$

Такую систему будем называть совершенно неавтономной или однотактной релейной системой. Систему, описываемую уравнением (1) и не являющуюся однотактной, будем называть многотактной релейной системой.

3. Вычисление процесса $\mathbf{y}(t)$ изменения состояния релейной системы (1) по заданному процессу $\mathbf{x}(t)$ внешнего воздействия на эту систему будем называть анализом этой системы. Обратную задачу, задачу определения функции $\mathbf{f}$ в уравнении (1) (или функцию $\mathbf{F}$ в уравнениях (2) или (3)) по заданным процессам $\mathbf{y}(t)$ и $\mathbf{x}(t)$, мы будем называть синтезом релейной системы (1).

Без ограничения общности можно положить $\tau = 1$ (так как масштаб времени безразличен). Тогда, заменяя в уравнении (1) непрерывное переменное (время) дискретным переменным, пробегающим натуральный ряд, получим уравнение:

$$\mathbf{y}(j+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(j), \mathbf{y}(j)) \quad (j = 0, 1, 2, \ldots), \tag{4}$$

где $\mathbf{f}$ — некоторая однозначная векторная функция двоичных векторов $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$, могущих принимать, очевидно, 2^m и 2^n значений $\mathbf{x}_\alpha$ и $\mathbf{y}_\beta$, соответственно. Эти значения будем нумеровать целыми числами

$$\alpha = \sum_{i=1}^{m} a_i 2^{i-1}, \quad \beta = \sum_{k=1}^{n} b_k 2^{k-1},$$

где a_i и b_k суть i-я и k-я компоненты значений $\mathbf{x}_\alpha$ и $\mathbf{y}_\beta$ переменных векторов $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$, соответственно, т. е.

$$\mathbf{x}_\alpha = [a_1, . , . , a_i, \ldots, a_m], \quad \mathbf{y}_\beta = [b_1, \ldots, b_k, \ldots, b_n].$$

Образуем из векторов $\mathbf{x}$ и $\mathbf{y}$ вектор

$$\mathbf{z} = [x_1, \ldots, x_i, \ldots, x_m, y_1, \ldots, y_k, \ldots, y_n].$$

Тогда всякую пару последовательностей $\mathbf{x}(j)$ и $\mathbf{y}(j)$ можно заменить одной последовательностью $\mathbf{z}(j)$.

Из однозначности функции $\mathbf{f}$ в уравнении (4) следует, что последовательность $\mathbf{z}(j)$ должна удовлетворять условию:

$$\text{если } \mathbf{z}(j_1) = \mathbf{z}(j_2), \quad \text{то } \mathbf{y}(j_1 + 1) = \mathbf{y}(j_2 + 1). \qquad (\alpha)$$

Очевидно, что и обратно, всякая, задаваемая при синтезе многотактной релейной системы, последовательность $\mathbf{z}(j)$ должна удовлетворять этому условию. Кроме того очевидно, что достаточно задать лишь 2^{m+n} первых членов этой последовательности, ибо повторяющиеся члены в ней встречаются не реже, чем через 2^{m+n} членов.

Совокупность последовательностей (13) $\mathbf{z}(j)$ назовем полной, если среди членов этих последовательностей встречаются все 2^{m+n} различных значений вектора $\mathbf{z}$.

Для синтеза релейной системы (4) пригодны лишь такие полные совокупности последовательностей $\mathbf{z}(j)$, каждая пара которых

$$\{\mathbf{z}^{(r)}(j)\} = \mathbf{z}^{(r)}(0), \ldots, \mathbf{z}^{(r)}(j), \ldots; \quad \{\mathbf{z}^{(s)}(j)\} = \mathbf{z}^{(s)}(0), \ldots, \mathbf{z}^{(s)}(j), \ldots$$

удовлетворяет условию:

$$\text{если } \mathbf{z}^{(r)}(j_1^{(r)}) = \mathbf{z}^{(s)}(j_2^{(s)}), \quad \text{то } \mathbf{y}^{(r)}(j_1^{(r)} + 1) = \mathbf{y}^{(s)}(j_2^{(s)} + 1), \qquad (\beta)$$

где индексы r и s независимо друг от друга пробегают ряд значений: $1, 2, \ldots, l$, где l — число всех последовательностей в заданной полной их совокупности. Условие (β) содержит в себе, очевидно, и условие (α).

4. Операции инверсии, умножения и булевого сложения двоичных векторов определим, соответственно, посредством следующих равенств:

$$\mathbf{u}' = [u_1', \ldots, u_j', \ldots, u_N'], \quad \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = [u_1 \cdot v_1, \ldots, u_j \cdot v_j, \ldots, u_N \cdot v_N],$$
$$\mathbf{u} + \mathbf{v} = [u_1 + v_1, \ldots, u_j + v_j, \ldots, u_N + v_N],$$

где $+$ — знак булевого сложения.

Для формулировки алгоритма синтеза требуется определить еще скалярные функции:

$$p_\gamma(\mathbf{z}) = \prod_{i=1}^{m+n} (c_i(\gamma) z_i + c_i'(\gamma) z_i') \quad (\gamma = 0, 1, \ldots, 2^{m+n} - 1), \qquad (5)$$

где z_i — i-я компонента переменного вектора $\mathbf{z}$; $c_i(\gamma)$ — i-я компонента постоянного вектора $\mathbf{z}_\gamma$. Эти функции мы ранее ([3]) назвали характеристическими функциями вектора $\mathbf{z}_\gamma$.

Алгоритм синтеза многотактных релейных систем теперь можно сформулировать следующим образом: для каждой последовательности $\{\mathbf{z}^{(s)}(j)\}$, входящей в заданную полную совокупность последователь-

ностей, удовлетворяющих условию (β), определяем функцию $f^{(s)}(\mathbf{z})$ по формуле

$$\mathbf{f}^{(s)}(\mathbf{z}) = \sum_{j=0}^{2^{m+n}-1}{}' \mathbf{y}^{(s)}(j+1)\, p_{\gamma_j^{(s)}}(\mathbf{z}), \tag{6}$$

где $\mathbf{y}^{(s)}(j+1)$ — $(j+1)$-й член последовательности $\{\mathbf{y}^{(s)}(j)\}$, а Σ' — знак булевой суммы. Заменяя вектор $\mathbf{z}$ его значением, получим

$$\mathbf{f}^{(s)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{j=0}^{2^{m+n}-1}{}' \mathbf{y}^{(s)}(j+1)\, p_{\alpha_j^{(s)}}(\mathbf{x})\, p_{\beta_j^{(s)}}(\mathbf{y}). \tag{7}$$

Искомая функция $\mathbf{f}$, удовлетворяющая уравнению (4), является булевой суммой всех функций $\mathbf{f}^{(s)}(\mathbf{z})$, определяемых по формуле (6), т. е.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sum_{s=1}^{l}{}' \mathbf{f}^{(s)}(\mathbf{x}, \mathbf{y}). \tag{8}$$

Заметим, что функция $\mathbf{f}^{(s)}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ также удовлетворяет уравнению (4), описывающему релейную систему, в которой будет происходить заданный процесс $\mathbf{y}^{(s)}(j)$ до тех пор, пока процесс $\mathbf{x}(j)$ внешнего воздействия на эту систему не отклонится от заданного процесса $\mathbf{x}^{(s)}(j)$. Как только это произойдет, система тотчас же перейдет в состояние $\mathbf{y}_0 = \mathbf{0}$. Если это состояние не входит в заданный процесс, то система уже не выйдет из этого состояния, как бы ни изменялся в дальнейшем вектор $\mathbf{x}$, т. е. это состояние будет устойчивым состоянием рассматриваемой системы.

5. Изложенный выше метод позволяет осуществить синтез многотактной релейной системы, реализующей всякую функцию $\varphi(j)$, значения которой представимы конечным числом значащих цифр и которая определяется равенствами:

$$\varphi(0) = a, \quad \varphi(j+1) = \chi(\psi(j), \varphi(j)), \tag{9}$$

где a — некоторое заданное число; ψ, χ — некоторые заданные функции, значения которых представимы тем же конечным числом значащих цифр, что и функция ψ.

Так как, выбирая «масштабный множитель» достаточной величины, мы можем всегда добиться того, чтобы значениями функций φ, ψ и χ были натуральные числа, то без ограничения общности мы можем считать, что все значения функций φ, ψ и χ в равенствах (9) являются натуральными числами.

Тогда, преобразуя значения $\varphi(j)$, $\psi(j)$ в двоичные числа

$$\varphi(j) = \sum_{k=1}^{n} y_k(j)\, 2^{k-1}, \quad \psi(j) = \sum_{i=1}^{m} x_i(j)\, 2^{i-1}$$

и рассматривая двоичные цифры $x_i(j)$, $y_k(j)$ как i-е и k-е компоненты двоичных векторов $\mathbf{x}(j)$ и $\mathbf{y}(j)$, соответственно, получим на основании равенства (9) уравнение (4), описывающее некоторую многотактную релейную систему.

Поступило
21 V 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. А. Гаврилов, Теория релейно-контактных схем, М. — Л., 1950. [2] W. Keister, A. E. Ritchie, S. H. Washburn, The Design of Switching Circuits, N. Y, 1951. [3] В. И. Шестаков, ДАН, **98**, № 4 (1954). [4] J. S. Reed, Proc. Ass. f. Computing Machinery, Washington D. C, 90 (1953).