

И. Л. РОЗЕНТАЛЬ

О ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ЯДЕРНО-АКТИВНОЙ КОМПОНЕНТЫ ШИРОКИХ ЛИВНЕЙ КОСМИЧЕСКИХ ЛУЧЕЙ

(Представлено академиком Д. В. Скобелевым 5 VIII 1954)

В работе ⁽¹⁾ были вычислены пространственные характеристики компонент широких ливней при предположении, что все частицы, возникающие в единичном акте ядерного столкновения, имеют одинаковую энергию. В настоящей статье развивается метод вычислений пространственных характеристик широких ливней, свободный от этого предположения. Предлагаемый способ расчета основан на методе последовательных столкновений, развитом в применении к ядерно-каскадному процессу в ряде работ ^{(1-6)*}. Будем для простоты считать сечения взаимодействия всех вторичных частиц одинаковыми и не зависящими от энергии**. В дальнейшем используются следующие обозначения: $\Pi_i^{(n)}(E, l, \theta)$ — число частиц i -го поколения η -сорта с энергией E на глубине l и движущихся под углом θ к оси ливня; $\varphi_\eta^{(g)}(E_1, E, |\chi|)$ — число частиц η -сорта с энергией E и вылетающих под углом χ относительно направления движения образовавшей их при столкновении частицы β -сорта с энергией E_1 ; $d_\eta^*(E_1, E, |\chi|)$ — аналогичная функция, характеризующая распад частиц κ -сорта с образованием частиц η -сорта. Угол отклонения χ удобно рассматривать как двумерный вектор. В остальном используются обозначения, введенные в ^(1,3).

Выражая глубину l в единицах, равных среднему ядерному пробегу, можно написать для i -го поколения частиц η -сорта следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\Pi_i^{(n)}(E, l, \theta)}{dl} = & -\Pi_i^{(n)}(E, l, \theta) \left[1 + \frac{k_\eta(E)}{l} \right] + \\ & + \sum_\beta \int_0^{\theta} \int_E^{\theta} \Pi_{i-1}^{(\beta)}(E_1, l, \theta_1) \varphi_\eta^{(\beta)}(E_1, E, |\vec{\theta}_1 - \vec{\theta}|) dE_1 d\theta_1 + \\ & + \sum_\kappa \frac{1}{l} \int_0^{\theta} \int_E^{\theta} \Pi_i^{(\kappa)}(E_1, \theta_1, l) k_\kappa(E_1) d_\eta^{(\kappa)}(E_1, E, |\vec{\theta}_1 - \vec{\theta}|) dE_1 d\theta_1. \end{aligned} \quad (1)$$

Первое суммирование производится по всем сортам частиц; второе только по тем более тяжелым мезонам, которые при распаде дают частицы η -сорта.

Уравнения (1) не учитывают многократного кулоновского рассеяния; это пренебрежение полностью оправдано для интересующих нас высоких энергий (область, где сечение взаимодействия постоянно).

* Метод последовательных столкновений для расчета электромагнитных каскадных процессов был введен Баба и Гайтлером ⁽⁷⁾.

** Обобщение на случай разных сечений проводится без труда ⁽³⁾.

Используя метод последовательных столкновений ⁽³⁾, решение системы (1) можно записать в виде рекуррентного соотношения:

$$\Pi_i^{(\eta)}(E, l, \theta) = \Phi_i^{(\eta)}(E, \theta) \frac{e^{-l} l^i}{i!}, \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_i^{(\eta)} = & \frac{i}{i + k_{\eta}(E)} \left[\sum_{\beta} \int_0^{\theta} \int_E^{\theta} \Phi_{i-1}^{(\beta)}(E_1, \theta) \varphi_{\eta}^{(\beta)}(E_1 - E, |\vec{\theta}_1 - \vec{\theta}|) dE_1 d\theta_1 + \right. \\ & \left. + \sum_{\kappa} \int_0^{\theta} \int_0^{\theta} \Phi_i^{(\kappa)}(E_1, \theta_1) k_{\kappa}(E_1) d_{\eta}^{(\kappa)}(E_1, E, |\vec{\theta}_1 - \vec{\theta}|) dE_1 d\theta_1, \right] \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Phi_1^{(\eta)} = \frac{\varphi_{\eta}^{(0)}(E_0, E, \theta)}{1 + k_{\eta}(E)} + \sum_{\kappa} \int_0^{\theta} \int_0^{\theta} \varphi_i^{(\kappa)}(E_1, \theta_1) k_{\kappa}(E_1) d_{\eta}^{(\kappa)}(E_1, E, |\vec{\theta}_1 - \vec{\theta}|) dE_1 d\theta_1. \quad (4)$$

Для вычисления средних квадратичных радиусов $R^{(\eta)}(E, l)$ потоков частиц η -сорта с энергией E на глубине l следует предварительно написать выражение для среднего квадратичного радиуса $[R_i^{(\eta)}(E, \theta_i)]$ частиц i -го каскада относительно направления движения частиц $(i-1)$ -го поколения. В соответствии с ⁽¹⁾ получаем:

$$\{[R_i^{(\eta)}(E, \theta_i)]^2\}^* = 2 \left[\frac{k\theta_i}{i + k_{\eta}(E)} \right]^2 *; \quad (5)$$

θ_i — угол отклонения частиц i -го поколения от направления движения частиц $(i-1)$ -го поколения. Если R_i выражать в метрах, то $k=8000$.

$$\{[R_i^{(\eta)}(E)]^2\}' = \frac{2k^2}{[i + k_{\eta}(E)]^2} \frac{\sum_{\beta} \int_0^{\pi/2} \int_E^{\theta} F_{i-1}^{(\beta)}(E_1) \varphi_{\eta}^{(\beta)}(E_1, E, \theta_i) \theta_i^2 d\theta_i dE_1}{\sum_{\beta} \int_0^{\pi/2} \int_E^{\theta} F_{i-1}^{(\beta)}(E_1) \varphi_{\eta}^{(\beta)}(E_1, E, \theta_i) d\theta_i dE_1} ** \quad (6)$$

Функции F определены в ⁽³⁾.

Найдем далее выражение для среднего квадратичного радиуса $[R_i^{(\eta)}]_{\beta}$ η -частиц i -го каскада относительно направления движения β -частиц $(i-2)$ -го каскада:

$$\begin{aligned} \{[R_i^{(\eta)}]_{\beta}^2\} &= 2\pi \int_0^{\infty} r_{i-1} [\rho_{i-1}^{(\beta)}(r_{i-1})]^{(1)} dr_{i-1} \int_0^{\infty} r_i [\rho_i^{(\eta)}(r_i)]^{(1)} dr_i \times \\ &\times \int_0^{2\pi} (r_{i-1}^2 + r_i^2 - 2r_{i-1}r_i \cos \theta) d\theta = \{[R_{i-1}^{(\beta)}]'\}^2 + \{[R_i^{(\eta)}]'\}^2, \end{aligned} \quad (7)$$

где $[\rho_{i-1}^{(\beta)}]^{(1)}$, $[\rho_i^{(\eta)}]^{(1)}$ — нормированная плотность частиц β - и η -сортов относительно направления движения частиц $(i-2)$ -го и $(i-1)$ -го каскадов.

Чтобы вычислить $[R_i^{(\eta)}]^2$ — радиус относительно оси ливня, нужно усреднить по сортам частиц β и энергии и просуммировать далее по всем $\{[R^{(\eta)}]\}^2$ от 1 до i . Полный радиус получается после усреднения по всем поколениям.

* Формула (5) правильна, если $\theta \ll 1$; для больших энергий, которые нас интересуют, это условие всегда выполняется.

** Мы здесь и в дальнейшем для упрощения записи опустили суммирование по κ .

Перейдем к вычислению пространственного распределения. Из (1) следует, что если функция $\Pi_i^{(\eta)}$ выражается в форме (2), то нормированная плотность $[\rho_i^{(\eta)}(l, E_i, \theta_i, r_i)]^{(1)}$ потоков η -частиц с энергией E_i , движущихся под углом θ_i относительно направления движения частиц $(i-1)$ -го каскада, определяется соотношением:

$$[\rho_i^{(\eta)}(l, E_i, \theta_i, r_i)]^{(1)} = \frac{\alpha_i}{2\pi r_i} \frac{\bar{\Phi}_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) e^{-\alpha_i^{(\eta)} r}}{\int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \Phi_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) d\theta_i dE_i} \quad (8)$$

$$\alpha_i^{(\eta)} = \frac{i + k_\eta(E_i)}{k\theta_i}.$$

Полная плотность:

$$[\rho_i^{(\eta)}(r_i)]^{(1)} = \frac{1}{2\pi l} \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \alpha_i^{(\eta)} \bar{\Phi}_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) e^{-\alpha_i^{(\eta)} r} d\theta_i dE_i}{\int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \bar{\Phi}_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) d\theta_i dE_i} \quad (9)$$

В следующем приближении вычислим плотность потоков η -частиц $[\rho_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i, r_{i-1}, i)]_\beta^{(2)}$ относительно направления движения породивших их частиц β -сорта $(i-2)$ -го поколения:

$$[\rho_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i, r_{i-1}, i)]_\beta^{(2)} = \bar{\Phi}_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) \times$$

$$\times \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \bar{\Phi}_{i-1}^{(\beta)}(E_{i-1}, \theta_{i-1}) d\theta_{i-1} dE_{i-1} \int \int [\rho_{i-1}^{(\beta)}(E_{i-1}, \theta_{i-1}, r_{i-1})]^{(1)} [\rho_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i, r_i)]^{(1)} dS}{\int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \bar{\Phi}_{i-1}^{(\beta)}(E_{i-1}, \theta_{i-1}) d\theta_{i-1} dE_{i-1} \int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \bar{\Phi}_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) d\theta_i dE_i} \quad (10)$$

Интегрирование по dS (элемент площади) производится по всей плоскости. Поэтому (1) выражение для полной плотности потоков частиц i -го поколения во втором приближении можно записать в форме

$$[\rho_i^{(\eta)}(r_{i-1}, i)]^{(2)} = \frac{1}{2\pi} \sum_\beta \int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \bar{\Phi}_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) d\theta_i dE_i \times$$

$$\times \frac{\int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \alpha_{i-1}^{(\beta)} \bar{\Phi}_{i-1}^{(\beta)}(E_{i-1}, \theta_{i-1}) K_0 \left[(\alpha_{i-1}^{(\beta)} + \alpha_i^{(\eta)}) \frac{r_{i,i-1}}{2} \right]}{\sum_\beta \int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \bar{\Phi}_i^{(\eta)}(E_i, \theta_i) d\theta_i dE_i \int_0^{\pi/2} \int_0^{E_0} \bar{\Phi}_{i-1}^{(\beta)}(E_{i-1}, \theta_{i-1}) d\theta_{i-1} dE_{i-1}} \times (11)$$

$$\times I_0 \left[(\alpha_{i-1}^{(\beta)} - \alpha_i^{(\eta)}) \frac{r_{i,i-1}}{2} \right] d\theta_{i-1} dE_{i-1};$$

K_0, I_0 — функции Бесселя от мнимого аргумента.

Таким же образом можно вычислить и следующие приближения, однако можно надеяться (1), что уже второе приближение удовлетворительно аппроксимирует истинную функцию.

Полная плотность потока η -частиц, усредненная по всем поколениям, вычисляется из уравнения:

$$\rho^{(\eta)} = \sum_{i=1}^{\infty} \rho_i^{(\eta)} \int_0^{E_0} P_i dE. \quad (12)$$

* Функция $\bar{\Phi}$ определяется аналогично Φ с тем отличием, что θ_i — угол относительно направления движения частиц $(i-1)$ -го каскада.

Хотя суммы (8) и (12) имеют довольно сложную структуру, однако имеется ряд соображений, на основании которых следует ожидать, что существенный вклад в (8) и (12) вносит небольшое число членов: 1) из-за множителя $e^{-i\eta/i}$, характеризующего распределение числа соударений, которое испытали «предки» частицы, находящейся на глубине l , величины P_i обладают резким максимумом; 2) первые члены рядов (8) и (12) вносят также небольшой вклад из-за относительной малости $[R_i]_i^2$; 3) основную роль в ядерно-каскадном процессе, повидимому, играют нуклоны и π -мезоны. Сравнительно не-

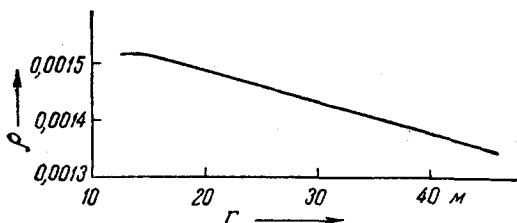


Рис. 1

большое влияние более тяжелых мезонов (из-за малости их времени жизни) можно учитывать приблизительно (например при вычислении $R_i^{(n)}$ можно пренебречь $[R_i^{(8)}]'$... $[R_{i-1}^{(8)}]$ для всех частиц, кроме нуклонов и π -мезонов).

Для иллюстрации развитого в работе метода было проведено основанное на теории Ферми (8) вычисление пространственного распределения нуклонной компоненты. Функция $\varphi_n^{(n)}(E_1, E, |\chi|)$ аппроксимировалась выражением $E_1^{\gamma} \delta(E - \bar{E}) \delta(\chi - |\bar{\chi}|)$ ($\bar{E}$, $\bar{\chi}$ — усредненные значения энергии и углов отклонения по Ферми). Полученная таким образом функция пространственного распределения на высоте ~ 3 км для ливней с энергией $E_0 = 10^{14}$ эв представлена на рис. 1. При $r \geq 10$ м функция очень медленно спадает с увеличением расстояния. Другой особенностью функции пространственного распределения, вычисленной на основании теории Ферми, является сильная зависимость вида пространственного распределения от энергии E_0 . Полученная ранее при тех же предположениях функция для энергии $E_0 = 10^{16}$ эв характеризовалась при $r \geq 5$ м резким спадом $[\sim r^{-1}]$ (2). Обе указанные особенности противоречат экспериментальным данным (9)*.

В заключение следует отметить, что вывод о том, что теория Ферми неправильно предсказывает угловое распределение частиц в акте, был сделан и ранее на основании других данных (10-12).

Автор выражает свою признательность Г. Т. Зацепину за обсуждение полученных результатов.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
17 V 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ И. Л. Розенталь, ЖЭТФ, **23**, 440 (1952). ² И. Л. Розенталь, ДАН, **80**, 731 (1951). ³ Г. Т. Зацепин, И. Л. Розенталь, ДАН, **99**, № 3 (1954). ⁴ E. Amaldi, L. Mezzetti, G. Stoppini, Nuovo Cim., **10**, 803 (1953). ⁵ H. Haber-Schaim, G. Yekutieli, ibid., **11**, 172 (1954). ⁶ N. Bhabha, W. Heitler, Proc. Roy. Soc., **159**, 432 (1937). ⁷ Н. Л. Григоров, ДАН, **94**, 835 (1954). ⁸ Э. Ферми, Усп. физ. наук, **46**, 71 (1952). ⁹ G. Cocconi, V. Cocconi-Tengiorgi, Phys. Rev., **79**, 730 (1950). ¹⁰ Г. Т. Зацепин, Изв. АН СССР, **17**, 39 (1953). ¹¹ Ю. Н. Вавилов, С. И. Никольский, Е. И. Тукиш, ДАН, **93**, 233 (1953). ¹² И. Л. Розенталь, Д. С. Чернавский, Усп. физ. наук, **52**, 185 (1954).

* Отмеченное ранее согласие между вычисленными и экспериментальными данными (1) базировалось на неправильном выборе значения энергии $E_0 = 10^{16}$ эв. Исследования (11), основанные на анализе экспериментальных данных, показали, что обычно регистрируются ливни с энергией $\sim 10^{14}$ эв.