

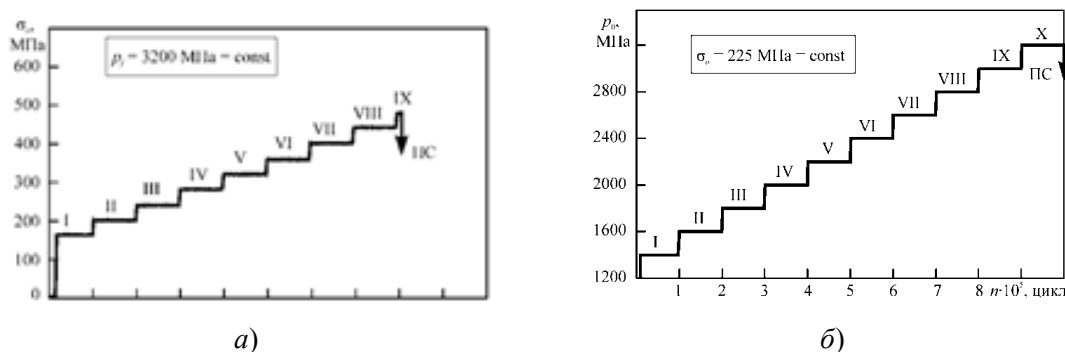


Рис. 2. Результаты испытаний на КМУ методом многоступенчатого нагружения:
а – при прямом эффекте; б – ПРИ обратном эффекте

Экспериментально определенные характеристики долговечности и несущей способности, полученные по результатам испытаний методом многоступенчатого нагружения (см. рис. 2), приведены в табл. 1.

Результаты исследований показали, что применение ускоренных методов определения основных характеристик износоусталостного повреждения (в частности, многоступенчатого нагружения) позволяет существенно сократить время испытаний. Это подтверждает его эффективность и применимость на практике. Описанный метод ускоренных испытаний при многоступенчатом нагружении стандартизован [4].

Л и т е р а т у р а

1. Надежность в технике. Методы ускоренных испытаний на усталость для оценки пределов выносливости материалов, элементов машин и конструкций (Методические указания) : РД 50-686-89. – Введ. 01.01.1990. – М. : Гос. ком. СССР по управлению качеством продукции и стандартам, 1990. – 25 с.
2. Сосновский, Л. А. Механика износоусталостного повреждения / Л. А. Сосновский. – Гомель : БелГУТ, 2007. – 434 с.
3. Методы износоусталостных испытаний. Испытания на контактно-механическую усталость (Межгосударственный стандарт) : ГОСТ 30754-2001. – Введ. 01.07.2002. – Минск : Межгос. совет по стандартизации, метрологии и сертификации : Белорус. гос. ин-т стандартизации и сертификации, 2002. – 32 с.
4. Методы износоусталостных испытаний. Ускоренные испытания на контактно-механическую усталость (Стандарт Беларуси) : СТБ 1233-2000. – Введ. 01.01.2001. – Минск : ГОССТАНДАРТ, 2000. – 8 с.

АНАЛИЗ ДВИЖЕНИЯ ТОЧКИ ПРИ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ПЕРЕНОСНОМ ДВИЖЕНИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

А. В. Ильин

Учреждение образования «Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель Н. В. Иноземцева

Определена абсолютная скорость и абсолютное ускорение точки, которая совершает сложное движение, используя функции комплексного переменного.

Ключевые слова: комплексные числа, плоское движение, мнимая ось, действительная ось, комплексная плоскость.

Комплексные числа и функции от комплексного переменного находят свое применение в естественных науках и технике [1]. Многие решения геометрических задач упрощаются, если данные задачи перенести на комплексную плоскость. Комплексные числа в механике используются для решения задач, связанных с движением тел в пространстве [2]. Например, для определения положения тела в пространстве, скорости и ускорения в любой момент времени.

При решении задач кинематики плоского движения удобно пользоваться выражением комплексного числа в виде $z = re^{i\varphi}$, а при необходимости выделения действительной и мнимой части комплексное число представляют в тригонометрической форме $z = r(\cos \varphi + i \sin \varphi)$.

При кинематическом исследовании используется в основном сложение комплексных чисел. Алгебраическая форма $z_1 + z_2 = (x_1 + iy_1) + (x_2 + iy_2) = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$.

$$\begin{aligned} \text{Тригонометрическая форма } z_1 + z_2 &= r_1 (\cos \varphi_1 + i \sin \varphi_1) + r_2 (\cos \varphi_2 + i \sin \varphi_2) = \\ &= (r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2) + i(r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2). \end{aligned}$$

$$\text{Показательная форма } z_1 + z_2 = r_1 e^{i\varphi_1} + r_2 e^{i\varphi_2}.$$

Рассмотрим задачу о движении точки по прямолинейному пазу вращающейся пластины (рис. 1). С пластиной связана подвижная система координат $\xi - \eta$. Ось ξ расположена перпендикулярно прямолинейному пазу, а ось η расположена параллельно этому пазу и отстоит от него на расстоянии b .

Движение пластины (вращение вокруг неподвижной оси, проходящей через точку перпендикулярно плоскости пластины) задано углом поворота $\varphi = \varphi(t)$, определяющим положение подвижной оси ξ относительно неподвижной оси x .

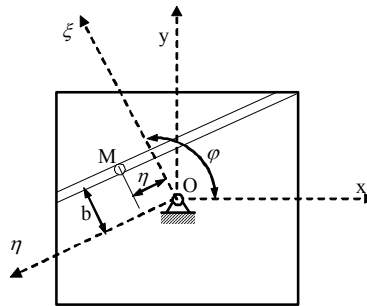


Рис. 1

Движение точки M является сложным и состоит из переносного движения, которое точка совершает вместе с подвижной системой координат $\xi - \eta$, и относительного движения по прямолинейному пазу пластины по закону $\eta = \eta(t)$. Плоскость xOy представим как плоскость комплексных чисел z , причем ось Ox является действительной осью (точки этой оси представляют действительные части комплексного числа). Ось Oy является мнимой осью (точки этой оси представляют мнимые части комплексного числа).

Каждой точке плоскости комплексных чисел z отвечает определенное комплексное число

$$z = x + yi, \tag{1}$$

где x – координата точки на действительной оси; y – координата точки на мнимой оси; $i = \sqrt{-1}$ – мнимая единица.

Координата точки M на действительную ось $x_M = b \cos \varphi - \eta \sin \varphi$.

Координата точки M на мнимую ось $y_M = b \sin \varphi + \eta \cos \varphi$.

Согласно структуре (1), комплексное число z , отвечающее точке M на плоскости комплексных чисел, имеет вид: $z = (b \cos \varphi - \eta \sin \varphi + (b \sin \varphi + \eta \cos \varphi)i)$.

Сгруппируем слагаемые, имеющие одинаковые тригонометрические функции:

$$z = (b + i\eta) \cos \varphi + (-\eta + ib) \sin \varphi.$$

Принимая во внимания, что $(-\eta + ib) = (b + i\eta)i$,

$$z = (b + i\eta) \cos \varphi + (b + i\eta)i \sin \varphi = (b + i\eta)(\cos \varphi + i \sin \varphi). \quad (2)$$

Используя формулу Эйлера:

$$\cos \varphi + i \sin \varphi = e^{i\varphi}, \quad (3)$$

с учетом (3) выражение (2) примет вид:

$$z = (b + i\eta) e^{i\varphi}. \quad (4)$$

Следует иметь в виду, что множитель

$$(b + i\eta) = z^* \quad (5)$$

соответствует вектору z^* на комплексной плоскости, связанной с подвижной системой координат осей $\xi - \eta$, где ось ξ является действительной осью, а ось η мнимой осью.

Скорость точки M представляет собой производную функции (4) по времени t :

$$\frac{dz}{dt} = (b + i\eta) i e^{i\varphi} \frac{d\varphi}{dt} + i \dot{\eta} e^{i\varphi} = -\eta \omega e^{i\varphi} + (b\omega + \dot{\eta}) i e^{i\varphi}, \quad (6)$$

где

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}.$$

Представим (6) в следующем виде:

$$\frac{dz}{dt} = [-\eta \omega + (b\omega + \dot{\eta}) i] e^{i\varphi}. \quad (7)$$

По аналогии с равенством (5) имеем:

$$[-\eta \omega + (b\omega + \dot{\eta}) i] = z_1^* \quad (8)$$

соответствует вектору скорости z_1^* на комплексной плоскости, связанной с подвижной системой координатных осей $\xi - \eta$.

Действительная часть $(-\eta\omega)$ комплексного числа z_1^* представляет проекцию $(z_1^*)_{\xi}$ вектора скорости на действительную ось ξ , а мнимая часть $(b\omega + \dot{\eta})$ представляет проекцию $(z_1^*)_{\eta}$ вектора скорости на мнимую ось η .

$$(z_1^*)_{\xi} = (-\eta\omega), \quad (z_1^*)_{\eta} = (b\omega + \dot{\eta}). \quad (9)$$

Абсолютное значение скорости точки M определяется как

$$V_M = \sqrt{\left((z_1^*)_{\xi}\right)^2 + \left((z_1^*)_{\eta}\right)^2} = \sqrt{(\eta\omega)^2 + (b\omega + \dot{\eta})^2}. \quad (10)$$

Учитывая, что комплексное число соответствует вектору на комплексной плоскости, то, определив вторую производную функции (4) или первую производную функции (7), найдем новую функцию, характеризующую ускорение точки M :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d}{dt}(-\eta\omega + (b\omega + \dot{\eta})i)e^{i\varphi}, \quad (11)$$

так как $\frac{d}{dt}(-\eta\omega + (b\omega + \dot{\eta})i)e^{i\varphi} = (-\dot{\eta}\omega - \eta\dot{\omega} + (b\dot{\omega} + \ddot{\eta})i)e^{i\varphi} + (-\eta\omega i - (b\omega + \dot{\eta}))\omega e^{i\varphi}$,

то $\frac{d^2 z}{dt^2} = (-\dot{\eta}\omega - \eta\dot{\omega} + (b\dot{\omega} + \ddot{\eta})i)e^{i\varphi} + (-\eta\omega^2 i - (b\omega^2 + \dot{\eta}\omega))e^{i\varphi}$.

Группируя в данном равенстве действительные и мнимые части, получаем следующую зависимость:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \left[(-2\dot{\eta}\omega - \eta\dot{\omega} - b\omega^2) + (b\dot{\omega} - \eta\omega^2 + \ddot{\eta})i\right]e^{i\varphi}. \quad (12)$$

По аналогии с равенством (5) множитель

$$\left[(-2\dot{\eta}\omega - \eta\dot{\omega} - b\omega^2) + (b\dot{\omega} - \eta\omega^2 + \ddot{\eta})i\right] = z_2^*. \quad (13)$$

Соответствует вектору ускорения z_2^* на комплексной плоскости, связанной с подвижной системой координатных осей $\xi - \eta$.

Действительная часть $\left[-(2\dot{\eta}\omega + \eta\dot{\omega} + b\omega^2)\right]$ комплексного числа z_2^* представляет проекцию $(z_2^*)_{\xi}$ вектора ускорения на действительную ось ξ , а мнимая часть $\left[(b\dot{\omega} - \eta\omega^2 + \ddot{\eta})\right]$ представляет проекцию $(z_2^*)_{\eta}$ вектора ускорения на мнимую ось η :

$$(z_2^*)_{\xi} = \left[-(2\dot{\eta}\omega - \eta\dot{\omega} - b\omega^2)\right], \quad (z_2^*)_{\eta} = \left[(b\dot{\omega} - \eta\omega^2 + \ddot{\eta})\right]. \quad (14)$$

Абсолютное значение ускорение точки M определяются по зависимости:

$$a_M = \sqrt{(z_2^*)_{\xi}^2 + (z_2^*)_{\eta}^2}.$$

Способ анализа сложного движения точки, основанный на использовании комплексных чисел, является более компактным.

Компактность достигается тем, что комплексное число z , отвечающее точке M на плоскости комплексных чисел, для рассматриваемой задачи имеет вид $z = z^* e^{i\varphi}$, где множитель $z^* = (b + i\eta)$ соответствует вектору z^* на комплексной плоскости, связанной с подвижной системой координатных осей $\xi - \eta$.

Применение комплексных чисел позволило осуществить решение задачи без применения теоремы сложения скоростей и теоремы Кориолиса.

Л и т е р а т у р а

1. Толстошеин, А. О. Применение комплексных чисел / А. О. Толстошеин // Интеллектуальный потенциал XXI века: ступени познания – 2013. – № 19. – С. 126–131.
2. Анципорович, П. П. Применение комплексных чисел в теории и машинах / П. П. Анципорович, В. К. Акулич, Е. М. Дубовская // Наука – образование, производство, экономика : материалы 16-й Междунар. науч.-техн. конф. – Минск : БНТУ, 2018. – Т. 2. – С. 429.

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДАННЫХ ДЛЯ КОСВЕННОГО ПОИСКА Z' -БОЗОНА НА БУДУЩЕМ МЮОННОМ КОЛЛАЙДЕРЕ

Д. В. Синегрибов

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Учреждение образования «Гомельский государственный университет имени Ф. Скорины», Республика Беларусь

Научные руководители: В. В. Андреев, И. А. Серенкова

Рассмотрена методология косвенного поиска дополнительного нейтрального калибровочного бозона (Z') на проектируемом мюонном коллайдере (МиС). Обсуждены преимущества мюонных пучков для достижения многоТэВных энергий и «чистоты» эксперимента. Основное внимание уделено роли статистического моделирования данных в условиях отсутствия прямого сигнала «новой» физики.

Ключевые слова: Z' -бозон, мюонный коллайдер, «новая» физика, статистическое моделирование, косвенные поиски.

Несмотря на успех Стандартной модели (СМ), такие проблемы, как барионная асимметрия Вселенной, природа темной материи и другие, указывают на существование физики за ее пределами. Одним из наиболее ожидаемых проявлений «новой» физики является дополнительный нейтральный калибровочный Z' -бозон, возникающий во многих моделях с расширенной калибровочной группой (например, E_6 , лево-право-симметричные модели LR и ALR, Little Higgs модели LH, USLH, AFSLH и др.) [1]. В целом современная феноменология указывает на много-ТэВную область допустимых масс Z' -бозона. Наиболее жесткие ограничения на массу Z' -бозона в настоящее время получены в прямых поисках на LHC и составляют 3–5 ТэВ в зави-