

На основании проведенных расчетов можно сделать вывод, что на напряженное состояние стенки артерии влияют состояние бляшки и конструкция стента. Конструкции стента вызывают разный уровень напряжения в атеросклеротической артерии и, следовательно, могут вызывать ее значительные повреждения, учитывая.

Таким образом, важно правильно подбирать размеры и конструкцию ячеек стентов, чтобы снизить уровень напряжений с артерии и минимизировать риск осложнений. Оценка изменений напряжения и деформации в стенках артерий помогает в разработке более эффективных и надежных стентов.

Литература

1. Артериальный рестеноз: прошлое, настоящее, будущее / К. А. Хохлов, К. Л. Козлов, Е. О. Лебеденко [и др.] // Кардиология: новости, мнения, обучение. – 2023. – Т. 11, № 1. – С. 34–41.
2. Schiavone, A. A study of balloon type, system constraint and artery constitutive model used in finite element simulation of stent deployment / A. Schiavone, L. G. Zhao // Mech Adv Mater Mod Process. – 2015. – № 1.
3. Calcifications in atherosclerotic plaques and impact on plaque biomechanics // Hilary E. Barrett, Kim Van der Heiden, Eric Farrell [et al.] // Journal of Biomechanics. – 2019. – Vol. 87. – P. 1–12.
4. Zahedmanesh, H. Simulation of a balloon expandable stent in a realistic coronary artery; Determination of the optimum modelling strategy // H. Zahedmanesh, D. Kelly, C. Lally. – Journal of Biomechanics. – 2010. – Vol. 43. – P. 2126–2132.
5. Марочник сталей и сплавов / Ю. Г. Драгунов [и др.] ; под общ. ред. Ю. Г. Драгунова и А. С. Зубченко. – 4-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение, 2014. – 1216 с. : ил.
6. Conway C, Nezami FR, Rogers C, Groothuis A, Squire JC and Edelman ER, 2021. Acute Stent-Induced Endothelial Denudation: Biomechanical Predictors of Vascular Injury. Front. Cardiovasc. Med. 8:733605. – DOI 10.3389/fcvm.2021.733605.

ДИСПЕРСИЯ ТЕПЛОВЫХ ВОЛН В СИСТЕМЕ «МАТЕРИАЛ – ИСТОЧНИК ЭНЕРГИИ»

И. А. Евлаш

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Научный руководитель И. А. Концевой

Рассмотрены процессы теплопереноса в системе «среда – источник энергии». Изучены дисперсионные свойства тепловой волны для случая колоколообразной корреляции между амплитудой вынужденных колебаний и круговой частотой.

Ключевые слова: возбуждение колебаний, тепловой резонатор, кинетика подвижной границы.

Волновое уравнение теплопереноса, содержащие нелинейные по температуре источники, позволяют моделировать разнообразные физические процессы, происходящие при энергетическом воздействии на материал. В данной работе мы рассматриваем процессы теплопереноса в системе «среда – источник энергии»:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = w^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + k_v. \quad (1)$$

Здесь t – время; x – декартова координата; T – температура; $w = (\lambda / c\gamma)^{1/2}$ – скорость распространения тепловых возмущений; λ – коэффициент теплопроводности;

c – объемная теплоемкость; γ – время релаксации теплового потока; k_x – функция источника.

Частным автомодельным случаем модели (1) является динамическая система:

$$d^2\tau/d\xi = Q(\tau), \quad (2)$$

$$\xi = A_*x + B_*t; \quad A_*, B_* - \text{const}; \quad Q(\tau) = k_v(\tau)/[w^2 A_*^2 (M^2 - 1)],$$

$$N = -B_*/A_*; \quad M^2 = N^2/w^2, \quad \tau = T - T^0, \quad \tau = \tau(\xi).$$

Функция $\tau = T - T^0$ есть отклонение температуры от ее отсчетного значения $T^0 \equiv \text{const}$. Отметим следующие варианты: 1) $Q(T) > 0$, если в сверхзвуковом процессе ($M^2 > 1$) имеем источник энергии ($k_x(T) > 0$) либо если в дозвуковом процессе ($M^2 < 1$) имеем сток энергии ($k_v(T) < 0$); 2) $Q(T) < 0$, если $M^2 > 1$, $k_v(T) < 0$ либо если $M^2 < 1$, $k_v(T) > 0$. Кроме того, имеем два важных частных случая: 1) одномерный стационарный процесс при $A_* = 1$, $B_* = 0$, т. е. $\xi \equiv x$; 2) нестационарный и однородный по координате x тепловой процесс при $A_* = 0$, $B_* = 1$, т. е. $\xi \equiv t$. Все расчеты выполнены в безразмерных величинах.

Обсудим дисперсию нелинейных волн. В работе [1] получено следующее точное решение уравнения (2)

$$T - T_0 \equiv \tau = 4\text{arctgu}, \quad Q(\tau) = -\sin(\tau) + 2m \sin(\tau/2), \quad u = \left(\frac{1-m}{m}\right)^{1/2} \frac{1}{\cos(\xi\sqrt{1-m})}, \quad (3)$$

$0 < m < 1$.

Формула (3) – это автомодельное решение волнового уравнения теплопереноса с нелинейным источником. Дадим этому решению теплофизическую интерпретацию. Рассмотрим взаимодействие теплового резонатора с системой «среда – источник энергии», описываемой решением (3). На конечном отрезке $x \in [x_1, 0]$, $-\infty < x_1 < 0$ находится слой материала, обладающего локально-неравновесными тепловыми свойствами. На границе $x = x_1$ периодический по времени тепловой поток $q_1 = q_1(t)$ возбуждает колебания. Допустим, что в результате этого воздействия температура материала при $x = 0$ определяется решением (3):

$$u(x=0, t) = u_0 = \frac{1}{a \cos \omega t}, \quad a = a(\omega); \quad \tau(x=0, t) = 4\text{arctgu}_0(t), \quad t \geq 0. \quad (4)$$

Это означает, что при $x = 0$ температура совершает пилообразные колебания во времени; функция арктангенс испытывает разрыв в те моменты времени, когда $\cos \omega t = 0$. В качестве примера отметим, что периодические акустические возмущения, которые распространяются в нелинейных недиспергирующих средах, на больших расстояниях трансформируются в «пилу» [2]. Зависимость амплитуды вынужденных колебаний $a = a(\omega)$ от частоты обусловлена теплофизическими свойствами материала. Для сред с неклассическими тепловыми свойствами этот вопрос изучен в [3–5].

Возьмем для определенности $\xi \geq 0$. Зависимость $\tau(\xi)$ в (3) содержит последовательность волн $\xi_j \sqrt{1-m} = 2\pi n_0$ и последовательность скачков (сильных разрывов) $\xi_r \sqrt{1-m} = (\pi/2) + 2\pi n_0$, где $n_0 = 0, 1, 2, \dots$ – целое положительное число. На каждом сильном разрыве баланс энергии имеет вид $W = \{q - \rho N c_p T\}$, фигурные скобки означают разность значений заключенной в скобки величины по обе стороны линии разрыва $x_r = x_r(t)$: $A_* x_r = -B_* t + [(\pi/2) + 2\pi n_0] / \sqrt{1-m}$. Тепловой поток подсчитывается по формуле $q = (\lambda NT / \gamma) + q_0$, а выбор константы q_0 обусловлен начальными условиями процесса. Нашей целью является изучение дисперсии тепловой волны, поэтому достаточно рассмотреть решение (3) при $x \in [0, x_j]$, где $x = 0$ – неподвижная стенка, а правая граница $\xi_j = 0$, $x_j(t) = (-B_* / A_*)t$ подвижна, ее скорость перемещения описывается нелинейным кинетическим соотношением

$$N_j \equiv N(T_j) = \mu [\sin^2(\tau/4)]^r, \quad \mu > 0, \quad r > 0,$$

где положительные константы μ , r характеризуют физические свойства данного процесса. Нижним индексом j отмечаем значение функций на правой границе. Согласно (3) имеем:

$$u = 1/(a \cos(\omega t - kx)), \quad a^2 = m/(1-m), \quad \omega = B_* \sqrt{1-m}, \quad k = -A_* \sqrt{1-m}, \quad 0 < m < 1,$$

где a – амплитуда, k – волновое число, ω – круговая частота. Отсюда получаем фазовую скорость $N = -B_* / A_* = \omega / k = \mu(1-m)^r$. Учитывая, что $1 + a^2 = 1/(1-m)$, записываем дисперсионное соотношение между ω и k в следующем виде: $k\mu = \omega(1 + a^2)^r$. Известно, что вид дисперсии определяется знаком производной $d(\omega/k)/d\omega$. В данном случае этот знак противоположен знаку производной $da/d\omega$. При $da/d\omega > 0$ имеем $dN/d\omega < 0$, и дисперсия нормальная. Если же $da/d\omega < 0$ то дисперсия аномальная (положительная): $dN/d\omega > 0$. Расчеты показали, что вид дисперсии (отрицательный, положительный) определяется не только амплитудно-частотными свойствами резонатора. Принципиальное значение имеет характер возбуждаемых колебаний. В данном случае важно, что колебания (3), (4) – разрывные.

Изучим свойства дисперсионного соотношения, взяв обычную колоколообразную корреляцию между амплитудой и круговой частотой:

$$a(\omega) = a_1 \exp[-p(\omega - \omega_1)^2],$$

где a_1 , p , ω_1 – положительные и постоянные величины; ω_1 – резонансная частота возбуждающих колебаний. Простые аналитические оценки показывают, что зависимость $k = k(\omega)$ имеет по меньшей мере один экстремум, который находится в сверхрезонансной области частот: $\omega = \omega' > \omega_1$; $dk/d\omega = 0$ при $\omega = \omega'$. Тип этого экстремума – максимум $k_{\max} = k(\omega = \omega')$, если $0 < r < 1$, $2p(\omega' - \omega_1)^2 < 1$. Более подробные результаты исследования представлены на рис. 1 и 2.

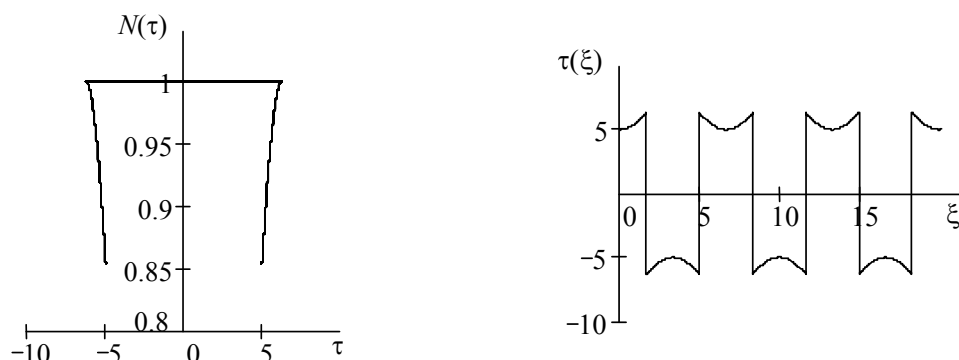


Рис. 1. Кинетические свойства тепловой волны; пилообразные колебания температуры (4); $m = 0,1$, $r = 1,5$, $\mu = 1$

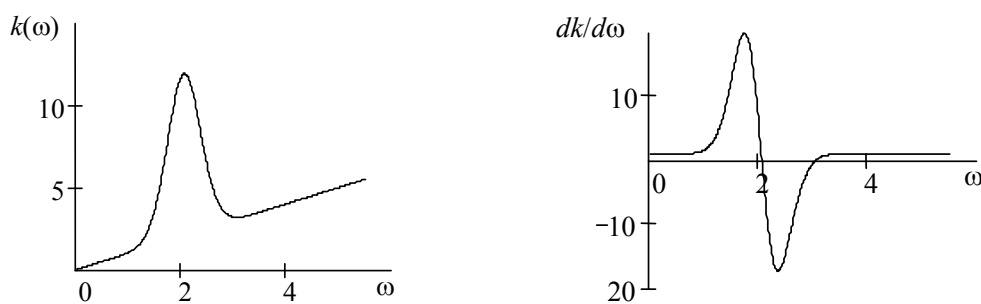


Рис. 2. Дисперсионные свойства тепловой волны в пилообразном режиме возбуждения колебаний ($r = 1,5$, $a_1 = 1,5$, $p = 2$, $\omega_1 = 2$)

Работа выполнена под научным руководством профессора, доктора физ.-мат. наук О. Н. Шабловского.

Литература

1. Шабловский, О. Н. Точные решения волновых уравнений с нелинейными источниками / О. Н. Шабловский // Фундаментальные физико-математические проблемы и моделирование технико-технологических систем. – 2011. – Вып. 14. – С. 382–391.
2. Гурбатов, С. Н. Волны и структуры в нелинейных средах без дисперсии. Приложения к нелинейной акустике / С. Н. Гурбатов, О. В. Руденко, А. И. Саичев. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 496 с.
3. Шабловский, О. Н. Нелинейные свойства вынужденных колебаний локально-неравновесного теплового поля / О. Н. Шабловский, И. А. Концевой // Тепловые процессы в технике. – 2010. – Т. 2, № 6. – С. 267–274.
4. Шабловский, О. Н. Волновое уравнение с кубической нелинейностью и возбуждение колебаний в системе «среда-источник» / О. Н. Шабловский // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика». – 2021. – Т. 13, № 4. – С. 44–56.
5. Шабловский, О. Н. Примеры точных решений нелокального волнового уравнения с нелинейными источниками / О. Н. Шабловский // Вестник Южно-Уральского государственного университета. – 2023. – Т. 15, № 4. – С. 30–37.