Доклады Академии наук СССР
1955. Том 101, № 1

ФИЗИКА

Я. П. ТЕРЛЕЦКИЙ

УТОЧНЕННОЕ УРАВНЕНИЕ ДИФФУЗИИ КОСМИЧЕСКИХ ПРОТОНОВ В МЕЖЗВЕЗДНОЙ СРЕДЕ

(Представлено академиком Н. Н. Боголюбовым 9 X 1954)

Как в статье Ферми ([1]), так и в ряде наших работ ([2-4]) по теории происхождения космических лучей процесс соударения ускоренных межзвездными полями протонов с протонами межзвездного газа рассматривался только как приводящий к потере быстрых протонов. Иначе говоря, неявно предполагалось, что космические частицы практически теряют всю свою энергию в результате соударения с протонами межзвездного газа.

Опираясь на это предположение, а также учитывая систематическое ускорение протонов при взаимодействиях с хаотически движущимися намагниченными облаками межзвездной среды, Ферми ([1]) вывел распределение космических частиц по энергиям вида:

$$f(E)\,dE \sim E^{-\gamma}dE, \qquad (1)$$

где $\gamma = 1 + \frac{1}{(\alpha T)}$; $\alpha = \frac{1}{\tau}\left(\frac{u}{c}\right)^2$; u — средняя скорость намагниченных облаков межзвездной среды; c — скорость света; τ — среднее время между двумя последовательными столкновениями частицы с облаками; T — среднее время жизни космического протона до его соударения с протоном межзвездного газа.

Наиболее очевидный недостаток теории Ферми состоит в сильной зависимости показателя γ от численного значения величины $(\alpha T) = \frac{T}{\tau}\left(\frac{u}{c}\right)^2$. Для того чтобы объяснить согласно этой теории наблюдаемое на опыте значение $\gamma = 2 \div 3$, необходимо допустить, что произведение входящих в (αT) физически совершенно разнородных и не зависящих один от другого параметров по каким-то, очевидно случайным, обстоятельствам близко к единице. Изменение одного из этих параметров всего лишь в несколько раз привело бы к качественным изменениям всего характера первичной компоненты.

В наших работах ([2-5]) ускорение космических частиц рассматривалось как обусловленное турбулентным движением намагниченной межзвездной среды. Для функции распределения частиц по пространству и энергиям $f(\mathbf{r}, E, t)$ было составлено и исследовалось уравнение диффузии вида

$$\frac{\partial f}{\partial t} - D\,\Delta f + \frac{\partial}{\partial E}[\alpha E f] - \frac{\partial^2}{\partial E^2}[\alpha E^2 f] + \frac{1}{T} f - \frac{\partial}{\partial E}(\beta E^2 f) = Q^*, \qquad (2)$$

* В работах ([2, 3]) четвертый член уравнения (2) умножался на $^1/_4$. Однако в работе ([4]) было показано, что более точным является уравнение, не содержащее этого множителя, т. е. уравнение (2).

где $\alpha = \frac{1}{\tau}\left(\frac{u}{c}\right)^2$; u — средняя скорость турбулентных пульсаций; τ — среднее время прохождения частицы через область пульсации; D — коэффициент пространственной диффузии; Δ — оператор Лапласа; β — коэффициент, определяющий потери энергии на электромагнитное излучение в магнитном поле; Q — интенсивность первоисточников космических частиц. В данной записи уравнения (2) мы пренебрегли членом, учитывающим ионизационные потери.

Для точечного источника заданной энергии E_0 при допущении, что коэффициент диффузии пропорционален энергии (т. е. $D = \gamma E$, где γ — константа), стационарное решение уравнения (2) имеет вид:

$$f(\mathrm{r}, E) \sim E^{-2,5} e^{-\frac{\beta}{\alpha} E}, \qquad (3)$$

если удовлетворяются условия

$$E \gg E_0, \quad r \ll 2\sqrt{\frac{\gamma}{\alpha} E}, \quad (\alpha T) \gg 1. \qquad (4)$$

В области энергий 10^{10}—10^{20} эв экспонента в формуле (3) практически не отличается от 1 и полученное решение хорошо согласуется с наблюденным распределением ($\gamma = 2 \div 3$). Таким образом, при сделанных допущениях при достаточно больших значениях (αT) показатель $\gamma = 2{,}5$, т. е. не зависит от (αT), чем устраняется отмеченный выше недостаток теории Ферми.

Однако допущение $D = \gamma E$ не является вполне очевидным*, а условие $r \ll 2\sqrt{\frac{\gamma}{\alpha} E}$ ограничивает теорию случаем достаточно близко расположенных первоисточников космических частиц. Таким образом, решение (3) не может еще рассматриваться как окончательное решение проблемы спектра первичной компоненты.

В настоящей заметке мы обращаем внимание на необходимость уточнения уравнения (2) добавлением членов, учитывающих быстрые протоны, остающиеся после протон-протонных соударений. В общем балансе быстрых частиц эти протоны не учитывались ни в [1], ни в [2-4]**.

Будем считать, что в результате соударения космического протона энергии E с протоном межзвездного газа в среднем $a_0 E$ энергии уходит на образование π-мезонов, $a_1 E$ и $a_2 E$ энергии приобретают участвовавшие в столкновении протоны. Очевидно, при этом в интервал энергии dE в единицу времени попадет

$$\frac{dE}{T}\left\{\frac{1}{a_1} f\left(\frac{E}{a_1}\right) + \frac{1}{a_2} f\left(\frac{E}{a_2}\right)\right\}^{***} \qquad (5)$$

---

* При не слишком больших энергиях коэффициент диффузии D правильнее считать константой, не зависящей от энергии. На это обстоятельство обратил внимание А. А. Логунов.

** Попытка учесть остающиеся после соударения частицы (электроны) была предпринята недавно С. А. Капланом при составлении уравнения для электронной компоненты космического излучения (устное сообщение).

*** Если учитывать образование n нуклон-антинуклонных пар, то вместо (5) и (6) необходимо написать

$$\frac{dE}{T} \sum_{k=1}^{2n+2} \frac{1}{a_k} f\left(\frac{E}{a_k}\right) \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^{2n+2} a_k = 1 - a_0.$$

При более детальном учете возврата быстрых протонов, очевидно, выражение (5) вообще должно быть записано в виде интеграла.

протонов, образовавшихся в результате столкновений протонов с большими энергиями, причем, очевидно,

$$a_1 + a_2 + a_0 = 1. \tag{6}$$

С учетом (5) уравнение для функции распределения запишется в виде:

$$\frac{\partial f(E)}{\partial t} - D\Delta f(E) + \frac{\partial}{\partial E}[\alpha E f(E)] - \frac{\partial^2}{\partial E^2}[\alpha E^2 f(E)] +$$

$$+ \frac{1}{T}\left\{f(E) - \frac{1}{a_1} f\left(\frac{E}{a_1}\right) - \frac{1}{a_2} f\left(\frac{E}{a_2}\right)\right\} - \frac{\partial}{\partial E}[\beta E^2 f(E)] = Q. \tag{7}$$

Здесь для сокращения всюду опущены аргументы $\mathbf{r}$ и t.

В настоящей заметке мы исследуем лишь простейшие решения уравнения (7). Предположим, что источники распределены равномерно по пространству и испускают частицы с энергиями, не превышающими E_0. В этом случае f можно считать не зависящей от $\mathbf{r}$ и в области $E > E_0$ положить $Q = 0$. Заметим далее, что член $\frac{\partial}{\partial E}[\beta E^2 f]$, учитывающий потери на излучение, существенен только при достаточно больших энергиях $E > E_m = \alpha/\beta$ и, следовательно, при $E < E_m$ может быть опущен.

Рассмотрим лишь стационарные решения уравнения (7) в области $E_0 < E < E_m$ при сделанных выше предположениях. Уравнение (7) при этом упрощается и принимает вид

$$(\alpha T)\left\{\frac{\partial}{\partial E}[E f(E)] - \frac{\partial^2}{\partial E^2}[E^2 f(E)]\right\} + f(E) - \frac{1}{a_1} f\left(\frac{E}{a_1}\right) - \frac{1}{a_2} f\left(\frac{E}{a_2}\right) = 0. \tag{8}$$

Это уравнение имеет решение

$$f(E) = AE^{-\gamma}, \tag{9}$$

где A — произвольная константа, а γ определяется из уравнения

$$-(\alpha T)(\gamma - 1)^2 + 1 - a_1^{\gamma-1} - a_2^{\gamma-1} = 0. \tag{10}$$

При $(\alpha T) \geqslant 0$ уравнение (10) имеет действительные корни лишь в области $\gamma > 1$, поскольку $a_1 < 1$ и $a_2 < 1$.

Если удовлетворяется условие $(\alpha T) \ll 1$, то уравнение (10) имеет два действительных корня: $\gamma_1 \to \infty$ и $\gamma_2 = \gamma'$, где γ' определяется уравнением

$$1 - a_1^{\gamma'-1} - a_2^{\gamma'-1} = 0. \tag{11}$$

При изменении величины a_0 от 0 до 1, в силу условия (6), γ', согласно (11), изменяется от 2 до 1. Таким образом, при $(\alpha T) \ll 1$ и $\alpha_0 \to 0$ показатель в выражении (9) стремится к значению $\gamma = 2$ *.

Условие $\alpha_0 \to 0$ может рассматриваться как приближающееся к действительности в определенном энергетическом интервале. Согласно экспериментальным данным ([6]), при соударении протонов первичной компоненты с покоящимися нуклонами при энергиях порядка 10^{10} эв на образование π-мезонов уходит лишь небольшая доля энергии (не более 25%), а оставшаяся энергия весьма неравномерно распределяется между участвовавшими в соударении нуклонами.

Заметим, что в рассматриваемом случае ($a_0 \to 0$) показатель γ не зависит от численного значения величины (αT), необходимо только,

* Второй корень уравнения (10) $\gamma_1 \to \infty$ в данном случае может не приниматься во внимание.

чтобы выполнялось условие $(\alpha T) \ll 1$. Однако в этом случае показатель γ получается несколько меньше, чем наблюдаемый экспериментально ($\lesssim 2$ вместо $2 \div 3$).

При бо́льших значениях (αT) (при произвольном a_0) действительные корни уравнения (10) сближаются, сливаясь где-то в области $\gamma \gtrsim 2$. При еще бо́льших значениях (αT) уравнение (10) вообще не имеет действительных корней.

Таким образом, при произвольных значениях (αT), бо́льших нуля и меньших некоторого критического числа, существует два степенных решения уравнения (8): одно с показателем γ, близким к 2, и другое с показателем γ, превышающим 2 и стремящимся к бесконечности при $(\alpha T) \to 0$. Последнее решение соответствует решению, получающемуся в теории Ферми, дополненной учетом флуктуаций ([2]).

Итак, учет быстрых протонов, остающихся после протон-протонных соударений, приводит к качественно новым решениям уравнения диффузии космических частиц в межзвездной среде, причем одно из решений уравнения (7) при самых широких предположениях относительно входящих в него параметров близко к наблюдаемому распределению космических протонов по энергиям. Этот учет необходим во всякой теории происхождения космических лучей, ибо быстрые протоны остаются после любых столкновений быстрых протонов с неподвижными.

В свете вышесказанного, очевидно, не могут быть признаны правильными произведенные недавно ([7-9]) оценки баланса рождающихся и гибнущих в Галактике космических частиц, послужившие авторам этих оценок основанием для возрождения гипотезы, согласно которой вся первичная компонента космических лучей образуется при взрывах сверхновых или новых звезд ([10-13]). Эти оценки основаны на ошибочном предположении о полной потере энергии космическими протонами при их столкновениях с протонами межзвездного газа и, следовательно, на незаконном пренебрежении «размножением» быстрых частиц, учитываемым членом (5).

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
19 V 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] E. Fermi, Phys. Rev., **74**, 1818 (1948). [2] Я. П. Терлецкий, А. А. Логунов, ЖЭТФ, **21**, 567 (1951). [3] Я. П. Терлецкий, А. А. Логунов, ЖЭТФ, **23**, 682 (1952). [4] А. А. Логунов, Я. П. Терлецкий, Изв. АН СССР, сер. физ., **17**, 119 (1953). [5] А. А. Логунов, Я. П. Терлецкий, ЖЭТФ, **26**, 129 (1954). [6] С. М. Бриккер, Н. Л. Григоров, И. В. Рыбин, Ф. Д. Савин, ДАН, **86**, 1089 (1952). [7] И. С. Шкловский, ДАН, **90**, 983 (1953). [8] В. Л. Гинзбург, Усп. физ. наук, **51**, 343 (1953). [10] И. С. Шкловский, Астр. журн., **30**, 577 (1953). [10] F. Zwicky, Proc. Nat. Acad. Sci. Wash., **25**, 338 (1939). [11] F. Hoyl, M. N., **106**, 384 (1947). [12] D. Ter Haar, Rev. Mod. Phys., **22**, 119 (1950). [13] L. Spitzer, Phys. Rev., **76**, 583 (1949).