Доклады Академии наук СССР
1955. Том 101, № 1

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР М. МАРКОВ

К ТЕОРИИ ДИНАМИЧЕСКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ФОРМФАКТОРА

В результате анализа ([1]) различных попыток введения в теорию поля протяженности элементарных частиц выяснился общий недостаток подобных попыток: этот дефект заключается в том, что формфакторы, представляющие размеры частиц, задаются функциями, вид которых не меняется под влиянием действующих на частицу сил. В такой «среде» сигнал должен распространяться (в противоречии с теорией относительности) с бесконечной скоростью, и именно здесь находится общий источник неудач различных попыток данного направления.

Возникают вопросы:

1) Можно ли построить такой формфактор, по области которого взаимодействие передавалось бы с запаздыванием?

2) Могут ли привести подобные формфакторы к уничтожению известных в теории расходимостей?

В настоящей статье рассматривается один вид подобных формфакторов, наглядную, но несовершенную модель которых можно усмотреть, например, в электронном облаке атома водорода. Если включить точечное взаимодействие атомного электрона с внешним электромагнитным полем (с квантом света, например), то в результате этого взаимодействия атом, вообще говоря, возбудится. Электронное облако атома деформируется. Результат взаимодействия электрона с квантом света передается ядру, и атом как целое получит соответствующий импульс. Перед нами модель динамически деформируемого формфактора.

Сохраняя некоторые черты нашей модели, мы в дальнейшем будем рассматривать для нуклона в мезонном поле уравнения вида

$$\left\{\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} + a\left[\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + V(\xi_\mu \xi_\mu)\right] + m_0 + gW(x')\right\}\psi = 0. \qquad (1)$$

Здесь X — координата «центра тяжести» некоторого «облака»; безразмерную переменную $\xi_\mu = r_\mu / r_0$ ($\xi_4 = i\xi_0$) мы будем трактовать как координату элемента «облака» (r_μ) относительно его «центра тяжести»; x' — координата элемента облака относительно начала координат.

В простом случае* $x'_\mu = X_\mu + r_\mu$. Иначе говоря, моделью элементарной частицы является система, состоящая из двух точечных частиц, связанных релятивистским законом взаимодействия. При этом одна из этих частиц точечным образом взаимодействует с внешним полем. Эта модель дает уверенность в возможности непротиворечивой релятивистской формулировки задачи, но эту модель необязательно понимать слишком конкретно.

* Задача допускает, как мы увидим в дальнейшем, более последовательную релятивистскую формулировку в рамках уравнения типа Бете — Сальпетера.

Следующие характерные особенности отличают развиваемую нами теорию от других известных работ по теории нелокальных полей.

А. Взаимодействие поля W с данной системой рассматривается нами как точечное взаимодействие, но смещенное относительно центра тяжести частицы. Квант поля W поглощается и испускается в любой точке x' в пространстве, окружающем частицу (ее центр тяжести). В гамильтониане уравнения (1) отсутствует характерный для других нелокальных теорий интеграл от поля W по области протяженности частицы.

Б. Роль члена $V(\xi)$ — сделать облако деформируемым и передавать соответствующий импульс (с запаздыванием) центру тяжести частицы.

В. Мы ограничиваемся таким классом свободных от внешнего поля ($W = 0$) уравнений типа (1), которые обладают только дискретным собственным энергетическим спектром. Как мы увидим в дальнейшем, в этом случае можно надеяться получить сходящиеся выражения для полевых поправок к собственным массам элементарных частиц.

Свободное уравнение. Спектр масс

В дальнейшем для простоты ограничимся моделью осцилляторного типа.

Пусть для некоторой гипотетической частицы («нуклона») имеем уравнение $L\psi = 0$, где

$$L = \gamma_\mu \frac{\partial}{\partial X_\mu} + m_0 + a\left\{-\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu\right\}. \tag{2}$$

Переменные в уравнении (2) разделяются, и мы имеем

$$\gamma_\mu \frac{\partial \varphi}{\partial X_\mu} + m_0 \varphi + \lambda \varphi = 0 \tag{3}$$

и

$$\left\{-\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu\right\} \chi(\xi_\mu) = \frac{\lambda}{a} \chi(\xi_\mu). \tag{4}$$

Решение последнего уравнения ([2]) в системе покоя имеет вид:

$$\chi_{n_0 n_1 n_2 n_3} = H_{n_1} H_{n_2} H_{n_3} H_{n_0} e^{-(\xi_1^2+\xi_2^2+\xi_3^2+\xi_0^2)/2}; \tag{5}$$

H_n — полиномы Эрмита. Соответственно

$$\frac{\lambda}{a} = 2(n_1 + n_2 + n_3 - n_0 + 1). \tag{6}$$

Уравнение (6) определяет спектр масс. Уравнения вида (2) для элементарных частиц писались неоднократно и с различными целями ([3], [2]). Но цели эти при ближайшем рассмотрении вопроса не достигались: по тем или иным причинам результаты оказывались отрицательными. Например, уравнение (2) приводит к бесконечному вырождению основного состояния частицы: $n_1 + n_2 + n_3 - n_0 = 0$ может быть получено бесконечным числом способов.

Однако легко видеть, что дополнительное условие

$$M\psi = 0, \quad \text{где } M = k_\mu \xi_\mu - k_\mu \frac{\partial}{\partial \xi_\mu}, \tag{7}$$

снимает обсуждаемое вырождение. Здесь k_μ — импульс частицы («центра тяжести»). В системе координат, где частица покоится ($\bar{k} = 0$), условие (7) принимает вид:

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi_0} + \xi_0\right)\psi = 0. \tag{8}$$

Решение (5) удовлетворяет условию (7), если

$$\frac{dH_{n_0}}{\partial \xi_0} = 2n_0 H_{n_0-1} = 0, \tag{9}$$

следовательно, $n_0 = 0$.

Условие (7) совместимо с уравнением (2), так как

$$[LM] = 2M, \tag{10}$$

т. е. требование совместимости (2) и (7) не налагает новых условий *.

В системе покоя волновая функция χ наинизшего состояния имеет вид

$$\chi_{0000} = \text{const} \cdot e^{-(\xi_1^2+\xi_2^2+\xi_3^2+\xi_0^2)/2} \tag{11}$$

или в любой системе координат

$$\chi_{0000} = \text{const} \cdot e^{-1/2\{\xi_\mu \xi_\mu + 2(k_\mu \xi_\mu)^2/m^2\}}. \tag{12}$$

Повидимому, уравнение (2) при условии (7) дает все физически допустимые решения более сложного уравнения, недавно предложенные Юкава ([2]).

К сожалению, наличие добавочного условия (7) приводит к некоторым трудностям при введении внешнего поля. Поэтому желательно рассмотреть соответствующие приемлемые уравнения без дополнительных условий. Подобное уравнение мы можем предложить, например, в виде

$$\left\{ i\gamma_\mu k_\mu + m_0 + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu + \frac{\left(k_\mu \frac{\partial}{\partial \xi_\mu}\right)^2 - (k_\mu \xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu} \right] \right\} \psi = 0; \tag{13}$$

здесь k — импульс частицы.

В системе покоя оператор массы в уравнении (13) принимает вид, характерный для оператора энергии пространственного осциллятора: $a\left\{ -\frac{\partial^2}{\partial \vec{\xi}^2} + \vec{\xi}^2 \right\}$ со спектром

$$M_{n_1 n_2 n_3} = 2a(n_1 + n_2 + n_3 + {}^3/_2). \tag{14}$$

Можно указать также на уравнение

$$\left\{ i\gamma_\mu k_\mu + m_0 + a\left[-\frac{\partial^2}{\partial \xi_\mu \partial \xi_\mu} + \xi_\mu \xi_\mu + 2\frac{\left(k_\mu \frac{\partial}{\partial \xi_\mu}\right)^2 - (k_\mu \xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu} \right] \right\} \psi = 0. \tag{15}$$

В системе покоя оператор массы последнего уравнения принимает своеобразный вид:

$$a\left\{ -\left(\frac{\partial^2}{\partial \xi_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_3^2} + \frac{\partial^2}{\partial \xi_0^2} \right) + \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_0^2 \right\} \tag{16}$$

со спектром масс

$$M_{n_1 n_2 n_3 n_0} = 2a(n_1 + n_2 + n_3 + n_0 + 2) \tag{17}$$

---

* Иногда в литературе встречается условие ([4]) $k_\mu \xi_\mu \psi = 0$, но это условие, вообще говоря, несовместимо с уравнением (2): $[k_\mu \xi_\mu, L] = 2k_\mu \frac{\partial}{\partial \xi_\mu}$ (см. также ([5])).

с волновой функцией вида (11) или (12). Для частицы целочисленного спина уравнение, аналогичное (15), может быть записано в виде

$$\left\{k_\mu k_\mu + m_0^2 + a^2\left[-\frac{\partial^2}{\partial\xi_\mu\partial\xi_\mu} + \xi_\mu\xi_\mu + 2\frac{\left(k_\mu\frac{\partial}{\partial\xi_\mu}\right)^2 - (k_\mu\xi_\mu)^2}{k_\mu k_\mu}\right]^2\right\}\psi = 0. \quad (18)$$

В дальнейших наших статьях при анализе возможного физического содержания данной теории мы будем пользоваться уравнением (15), так как оно без дальнейшего дает замкнутый математический аппарат теории *.

В настоящее время наиболее существенными проблемами теории являются не только проблемы расходимостей, а скорее (возможно, с ними связанный) более широкий круг вопросов, относящийся к элементарным процессам, происходящим при больших энергиях: спектр масс элементарных частиц и их свойства, множественное рождение частиц при средних энергиях (10^{10}—10^{12} эв) и т. д.

Расходящиеся величины в современной теории в некоторых случаях могут быть выделены и удалены из ее аппарата ковариантным образом. Эта процедура допускает, повидимому, и значительные усовершенствования, но на этом пути не видны возможности построения теории, включающей в себя описание и предсказания свойств ряда новых частиц. С этой точки зрения на идеи перенормирования следует смотреть скорее чисто утилитарно — как на исследование энергетических границ применимости современной теории точечных частиц. Повидимому, в электродинамике эта область достаточно широка. Не исключено, что в мезодинамике эта область, вообще говоря, очень узка $\sim \mu_\pi c^2$.

Идея динамически деформируемого формфактора по своей сути предполагает возможности изменения структур элементарных частиц и, как мы увидим, во всяком случае, содержит дополнительные возможности для интерпретации свойств ряда новых частиц и возможностей нового своеобразного механизма для множественного рождения частиц в элементарных актах.

Поступило
30 XI 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] М. Марков, ЖЭТФ, **25**, 527 (1953). [2] H. Yukawa, Phys. Rev., **91**, 415, 416 (1953). [3] В. Л. Гинзбург, И. Е. Тамм, ЖЭТФ, **17**, 227 (1947). [4] J. Rayski, Nuovo Cimento, **10**, 1729 (1953). [5] В. Л. Гинзбург, В. П. Силин, ЖЭТФ, **27**, 116 (1954). [6] Ю. Широков, ЖЭТФ, **21**, 748 (1954).

* Соответствующие уравнения, написанные для ротатора ([6]), не удовлетворяют условию Б. Здесь вместо связи с запаздыванием $V(\xi_\mu)$ установлена жесткая связь.