Доклады Академии наук СССР
1955. Том 100, № 3

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР В. Л. ГИНЗБУРГ и В. П. ШАБАНСКИЙ

КИНЕТИЧЕСКАЯ ТЕМПЕРАТУРА ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТАЛЛАХ И АНОМАЛЬНАЯ ЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ

Напряженность электрического поля в металлах, в силу их высокой электропроводности, обычно весьма мала, так что справедлив закон Ома и, вообще, можно пользоваться линейным относительно поля приближением. Однако в результате использования импульсной методики (а при низких температурах в некоторых случаях и на постоянном токе) можно достичь области, где будут наблюдаться нелинейные явления, аналогичные имеющим место в сильных полях в газах и полупроводниках (см., например, [1]). Анализ процессов переноса в металлах в нелинейном приближении проведен недавно одним из нас [2]. Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы подчеркнуть некоторые существенные моменты, осветив этот вопрос с несколько другой стороны, исходя из простых физических соображений.

Средняя во времени работа поля $E = E_0 \cos \omega t$, отнесенная к единице объема и единице времени, равна

$$\overline{A} = \sigma \overline{E^2} = \frac{\sigma E_0^2}{2} = \frac{e^2 n_0 E_0^2}{2m\nu} = \frac{(elE_0)^2 n_0}{2mv_0^2 \tau}, \qquad (1)$$

где $\sigma = e^2 n_0 l / mv_0 = e^2 n_0 / m\nu = e^2 n_0 \tau / m$ — статическая электропроводность; n_0 — концентрация электронов проводимости; $\nu = 1/\tau = v_0 / l$ — число соударений в секунду; v_0 — скорость электрона на границе Ферми; l — длина свободного пробега; предполагается, что $\omega^2 \ll \nu^2$. Кроме того в (1) и ниже принимается, что поле не слишком велико, так что газ остается вырожденным и скорость v_0 не сильно изменяется.

Сообщенную полем упорядоченную скорость электрон теряет за время порядка τ, но имеющаяся у него избыточная энергия $\overline{A} / n_0$ может лишь весьма медленно переходить к решетке в силу, в конечном счете, малости отношения m/M или, более непосредственно, отношения v_s / v_0 (m — масса электрона, M — масса ионов, v_s — скорость звука). В результате симметричная часть электронной функции распределения f_0 оказывается отличной от фермиевской функции $f_\Phi(T)$, где T — температура решетки. Однако, в силу междуэлектронных соударений, при высоких температурах можно, как будет показано ниже, считать, что $f_0 = f_\Phi(\vartheta)$, где ϑ — некоторая кинетическая электронная температура, превосходящая T.

При соударении электрона с решеткой рождается или поглощается

фонон, причем имеют место законы сохранения:

$$\Delta\varepsilon = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \pm\hbar\Omega, \qquad 2mv_0 \sin\frac{\varphi}{2} \simeq \frac{\hbar\Omega}{v_s}, \tag{2}$$

где Ω — частота фонона и φ — угол между начальным и конечным импульсами электрона $m\mathbf{v}_1$ и $m\mathbf{v}_2$. В единицу времени электрон претерпевает $\sim 1/2\,\tau$ соударений с испусканием фононов (знак $+$ в (2)) и примерно такое же, но несколько меньшее, число соударений с поглощением фонона. Считая, как обычно, взаимодействие электрона с решеткой пропорциональным смещению ионов (т. е. линейным относительно координат осцилляторов звукового поля), видим, что вероятность испускания фонона пропорциональна $n+1$, а вероятность поглощения пропорциональна n, где n — число фононов. Отсюда ясно, что при условии $n \gg 1$ число соударений $1/2\,\tau \simeq Cn$ и разность между числом соударений с испусканием и поглощением $\Delta\left(\frac{1}{2\tau}\right) = C = \frac{1}{2\tau n} \simeq \frac{1}{2\tau}\frac{\hbar\Omega}{kT}$, так как можно положить $n \simeq \bar{n} = (e^{\hbar\Omega/kT} - 1)^{-1} \simeq kT/\hbar\Omega$, поскольку условие $n \gg 1$ эквивалентно условию $\hbar\Omega \gg kT$ (таким образом, мы ограничиваемся областью высоких температур $T \gg mv_0v_s/k \sim \hbar\Omega/k \sim 100$ °K). Средняя энергия, передаваемая в единицу времени электроном фононам, равна

$$\overline{U}_1 = \hbar\Omega\Delta\left(\frac{1}{2\tau}\right) \simeq \frac{\hbar\Omega}{2\tau}\frac{\hbar\Omega}{kT} = \frac{mv_0^2v_s^2}{\tau kT} = \frac{2mv_s^2\varepsilon_0}{\tau kT}, \tag{3}$$

где $\varepsilon_0 = mv_0^2/2$, вероятность рассеяния на угол φ (см. (2)) считается пропорциональной элементу телесного угла и не учитывается принцип Паули, в силу которого энергию (3) могут передавать лишь электроны с достаточно большой энергией.

Средняя энергия $\overline{U}$, передаваемая в единицу времени всеми электронами проводимости, находящимися в единице объема, равна, очевидно, выражению $\overline{U}_1 n$, где n — избыточная концентрация электронов, могущих передавать энергию фононам; при этом $n \sim \frac{k(\theta - T)}{\varepsilon_0} n_0$, поскольку при $\theta = T$ передача энергии в среднем равна нулю.

Таким образом,

$$\overline{U} \sim \overline{U}_1 \frac{k(\theta - T)\,n_0}{\varepsilon_0} = \frac{2mv_s^2 n_0}{\tau}\frac{\theta - T}{T}. \tag{4}$$

Приравнивая $\overline{A}$ и $\overline{U}$ (см. (1) и (4)), получаем выражение:

$$\alpha = \frac{\theta - T}{T} \sim \frac{(elE_0)^2}{8m_{эф}v_s^2\varepsilon_0}, \tag{5}$$

где масса обозначена через $m_{эф}$, поскольку при более внимательном рассмотрении легко видеть, что в (5) фигурирует именно эффективная масса на границе Ферми.

Более точный расчет методом кинетического уравнения [2] дает

$$\alpha = \frac{\theta - T}{T} = \frac{(elE_0)^2}{6m_{эф}v_s^2\varepsilon_0} = \frac{e^2j_0^2}{6\,(\sigma/l)^2 m_{эф}v_s^2\varepsilon_0}, \qquad \theta = T(1+\alpha), \tag{6}$$

где $j_0 = \sigma E_0$ — плотность тока.

Почти полное совпадение выражений (5) и (6) свидетельствует о том, что проведенные выше вычисления адекватны существу задачи.

Покажем теперь, что симметричная часть функции распределения действительно является фермиевской. Для этого оценим время τ_1, в

течение которого электрон отдает при выключении поля энергию $\sim k\theta$. Очевидно,

$$\tau_1 \sim \frac{k\theta}{\overline{U_1}} \sim \frac{kT}{2m_{эф}v_s^2}\frac{k\theta}{\varepsilon_0}\tau. \qquad (7)$$

Другими словами, средняя относительная доля энергии, передаваемой при одном соударении электрона с решеткой $\delta \sim 2mv_s^2/kT$, в то время как в газе (при $\alpha \gg 5$) $\delta_г \cong 2m/M$, где M — масса атома или иона (при переходе к газу $v_s^2 \sim kT/M$, и, следовательно, ясна возможность перехода от δ к $\delta_г$). Разумеется, приведенный расчет величины α справедлив только, если температура решетки T мало изменяется за время порядка τ_1, а электроны обмениваются энергией только с решеткой.

При $\theta \sim T \sim 10^4$, $\varepsilon_0 \sim 10^{-11}$ и $mv_s^2 \sim 10^{-27}\cdot 10^{10} = 10^{-17}$, согласно (7), $\tau_1 \sim 10^4\ \tau$, и даже, если $\tau = l/v_0 \sim 10^{-7}/10^8 \sim 10^{-15}$, $\tau_1 \sim 10^{-11}$ сек. При междуэлектронных соударениях в среднем передается энергия $\sim k\theta$, в силу чего время установления фермиевского распределения по порядку величины равно времени между междуэлектронными соударениями

$$\tau_e = \frac{l_e}{v_0} \sim \frac{1}{q_e n v\,(k\theta/\varepsilon_0)} \sim \frac{1}{q_e n_0 v_0 (k\theta/\varepsilon_0)^2}, \qquad (8)$$

где q_e — соответствующее эффективное сечение; $n \sim (k\theta/\varepsilon_0)\,n_0$ — эффективная концентрация электронов, могущих обмениваться энергией в случае неполностью выраженного ферми-газа и учтено, что после соударения импульс электронов также должен лежать в зоне размытия фермиевского распределения (это дает множитель $\sim k\theta/\varepsilon_0$). Далее,

$$q_e \sim \frac{\pi e^4}{\varepsilon_0^2}\ln\left(\frac{\varepsilon_0}{\varkappa e^2}\right) \sim \frac{\pi e^4}{\varepsilon_0^2} \sim 10^{-15}\ \text{см}^2, \qquad (9)$$

где $\varkappa^{-1}$ — радиус экранирования, который в металле $\sim n_0^{-1/3} \sim 3\cdot 10^{-8}$, и для ε_0 принято типичное значение $\varepsilon_0 \sim 10^{-11}$ эрг. Такой же результат получим, если положить $q_e \sim \pi n_0^{-2/3} \sim 10^{-15}$.

Согласно (8) — (9) при $\theta \sim 10^4$, $n_0 \sim 10^{23}$, $v_0 \sim 10^8$ и $\varepsilon_0 \sim 10^{-11}$

$$\tau_e \sim \frac{\varepsilon_0^4}{\pi e^4 n_0 v_0 (k\theta)^2} \sim 10^{-14}\ \text{сек}. \qquad (10)$$

Поскольку при рассматриваемых температурах заведомо $\tau_e \ll \tau_1$, фермиевское распределение успевает устанавливаться. Итак, влияние сильного электрического поля (т. е. большой плотности тока) сводится к повышению кинетической температуры электронов θ по сравнению с температурой решетки T, т. е. симметричная часть функции распределения $f_0 = f_\Phi(\theta)$. Асимметричная же часть функции распределения всегда мала вследствие малости отношения δ (см., например, [1,2]), в силу чего вычисление всех кинетических коэффициентов производится по обычной схеме (см., например, [3]) с заменой в f_0 T на θ.

Электропроводность в первом приближении не зависит от θ и равна $\sigma = \sigma_0 = e^2 n_0 l/mv_0$, где $l = l(T)$. В следующем приближении (считая, для определенности, что l не зависит от энергии электрона) легко видеть, что $\sigma = \sigma_0\left\{1 - \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{k\theta}{\varepsilon_0}\right)^2\right\}$, и, учитывая (6):

$$\frac{\sigma_0 - \sigma}{\sigma_0} = \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{\varepsilon_0}\right)^2(1+\alpha)^2 = \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{kT}{\varepsilon_0}\right)^2\left\{1 + \frac{e^2 f_0^2}{6\,(\sigma_0/l)^2 m_{эф} v_s^2 \varepsilon_0}\right\}^2, \qquad (11)$$

где при $j_0 = 0$ мы имеем дело просто с невключенным выше в σ_0 влиянием температуры.

Для типичных металлов $\sigma_0/l \sim 3 \div 10 \cdot 10^{22}$, $\varepsilon_0 \sim 10^{-12} \div 10^{-11}$, $m_{эф} \sim m = 9 \cdot 10^{-28}$ и $v_s \sim 10^5$; выбирая благоприятное для увеличения эффекта наименьшее из приведенных значений, видим, что $\alpha \sim 1$ при $j_0 \sim 10^8$ а/см^2. Только при таких больших плотностях тока и $T \sim 10^3$ можно, согласно (11), ожидать изменения σ на проценты. При достигнутых же на опыте плотностях $j_0 \leqslant 10^7$ а/см^2 отступлений от закона Ома для типичных металлов ожидать нельзя, что находится в согласии с ([4]). Напротив, для висмута, где наблюдаются ([4]) значительные отклонения от закона Ома уже при $j_0 \sim 10^6$ а/см^2, именно это следует из (11), так как для Bi $\sigma_0/l \sim 3 \cdot 10^{19}$ (см. ([5]))*.

На кинетических коэффициентах, зависящих от θ уже в первом приближении (например, на коэффициенте теплопроводности), увеличение силы тока будет, разумеется, сказываться сильнее, чем на электропроводности, но при высоких температурах соответствующие нелинейные явления вряд ли интересны.

Иначе обстоит дело с электронной эмиссией, которая имеет большое значение и вместе с тем резко зависит от температуры, поскольку плотность тока эмиссии

$$i = A\theta^2 e^{-\chi/k\theta}, \qquad (12)$$

где χ — работа выхода и по смыслу задачи θ есть именно введенная выше электронная температура.

Можно думать, что аномально высокая эмиссия, наблюдавшаяся ([6]) для вольфрама при $j_0 \sim 10^7$ а/см^2, если она происходит до плавления проволочки, является как раз следствием того, что в этом случае $\theta > T$. При некоторой температуре решетки $T_0 \sim 0$, очевидно, $i(\theta)/i(T_0) \sim \exp\left\{\frac{\chi(\theta - T_0)}{kT_0\theta}\right\}$, и для W, где $\chi = 4{,}54$ эв и температура плавления $T_п = 3660\,°\text{K}$, $\frac{i(\theta)}{i(T_п)} \sim \exp\left\{14{,}3\frac{\theta - T_п}{\theta}\right\} = \exp\left\{14{,}3\frac{\alpha}{1+\alpha}\right\}$, и, например, $\frac{i(\theta)}{i(T_п)} \sim 10$ при $\alpha \simeq 0{,}2$. К сожалению, где W нам неизвестны входящие в (6) параметры σ_0/l, $m_{эф}$, v_s и ε_0, но $\alpha \simeq 0{,}2$ (при $j_0 \sim 10^7$ а/см^2) при вполне возможных значениях $\sigma_0/l \sim 10^{22}$, $m_{эф} \sim 10^{-27}$, $v_s \sim 10^5$ и $\varepsilon_0 \sim 10^{-12}$. При дальнейшем исследовании интересного вопроса об аномальной эмиссии при большой плотности тока необходимо выяснить, имеет ли место соотношение $\alpha \sim j_0^2$ (см. (6)) и, работая с различными металлами, установить зависимость α от σ_0/l, v_s, $\varepsilon_0 = m_{эф}v_0^2/2$ и $m_{эф}$, используя данные об этих величинах, полученные другими методами ([7]). При этом нам представляется в принципе не исключенным, что роль $m_{эф}$ в (6) — (12) может в некоторых случаях играть аномально малая масса, проявляющаяся, например, в эффекте де Гааза — ван Альфена.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
29 IX 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. И. Давыдов, ЖЭТФ, **7**, 1069 (1937). [2] В. П. Шабанский, ЖЭТФ, **27**, 142, 147 (1954). [3] Г. Бете, А. Зоммерфельд, Электронная теория металлов, 1938. [4] Е. С. Боровок, ДАН, **91**, 771 (1953). A. B. Pippard, R. G. Chambers, Proc. Phys. Soc., **65A**, 955 (1952). [6] С. В. Лебедев, С. Э. Хайкин, ЖЭТФ, **26**, 723 (1954). [7] В. Л. Гинзбург, Усп. физ. наук, **42**, 333 (1950); ДАН, **97**, 999 (1954). [8] В. Л. Гинзбург, Сверхпроводимость, Изд. АН СССР, 1946, стр. 138.

* Отклонения от закона Ома могут также быть велики при низких температурах, но этой области мы здесь касаться совсем не будем (см. ([2,8])).