Доклады Академии наук СССР
1955. Том 100, № 3

ФИЗИКА

Г. А. ГАМЦЕМЛИДЗЕ

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ФОРМУЛЫ ЛАНДАУ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТЕЙ МЕТОДОМ ЗАТУХАЮЩИХ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ДИСКА

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 16 IX 1954)

Введение. Одним из методов определения вязкости жидкостей является метод крутильных колебаний диска, затухающих с течением времени. Решение уравнения Навье — Стокса для круглого диска, погруженного в бесконечно протяженную жидкость и совершающего аксиально-крутильные колебания в собственной плоскости, дает возможность получить для коэффициента вязкости выражение

$$\eta = \frac{8I^2(\gamma - \gamma_0)^2}{\pi^2 R^3 \rho \omega}, \qquad (1)$$

где I — момент инерции диска; γ — коэффициент затухания в жидкости; γ_0 — затухание в вакууме; $\omega = 2\pi/\theta$ — круговая частота колебания диска; R — его радиус; ρ — плотность жидкости. Уравнение (1) получено в предположении, что $\gamma/\omega \ll 1$. Так как в приведенном выражении для вязкости не учтены силы, действующие на боковую поверхность диска, то уравнение (1) справедливо только в первом приближении. Точное определение вязкости жидкости при помощи затухающих колебаний диска может быть выполнено только при учете влияния боковой поверхности, которое должно приводить к некоторой поправке к уравнению (1).

Соответствующая задача была решена Ландау, который для вязкости жидкости дал формулу

$$\eta = \frac{4I^2(\gamma - \gamma_0)^2\theta}{\pi^2 R^3 \rho} \frac{1}{\left(1 + \frac{2\lambda}{R} + \frac{2d}{R}\right)^2}, \qquad (2)$$

в которой $\lambda = \sqrt{2\eta/\rho\omega}$ — глубина проникновения и d — толщина диска. Истинное значение η получается методом последовательных приближений.

Впервые формула Ландау была опубликована в работе Э. Л. Андроникашвили [1], исследовавшего температурную зависимость вязкости нормальной компоненты гелия II. Справедливость формулы Ландау была экспериментально установлена Андроникашвили при измерениях, проведенных на гелии I, вязкость которого была известна из других экспериментов.

В измерениях Андроникашвили, касающихся температурной зависимости вязкости нормальной компоненты гелия II, глубина проникновения менялась в широких пределах. Это было вызвано тем, что плотность нормальной компоненты гелия II в обследованном интервале температур изменялась более чем в 20 раз. Поэтому требовалось по

существу специальное исследование, которое установило бы возможность применения формулы Ландау для различных значений λ / d.

В последующем формулой Ландау воспользовались де-Тройер, ван-Иттербеек и ван-ден-Берг ([2]), а также Холлис-Хеллит ([3]), измерявшие вязкость гелия II. Результаты их исследований в точности совпадают с результатами, полученными Андроникашвили для всего температурного интервала. К тем же значениям вязкости гелия II, как это следует из работ Меллинка ([4]), приводят и измерения теплопередачи гелия II, заполняющего узкие щели. В частности, для щели с зазором 10 μ численные значения вязкости нормальной компоненты, равно как ее температурный ход, хорошо воспроизводят кривую, полученную Андроникашвили.

Вместе с тем, при уменьшении зазора щели, начиная уже с 5 μ, вязкость нормальной компоненты гелия при $T \sim 1{,}5$ °K начинает уклоняться от температурной зависимости, установленной методом колеблющегося диска. Существенно отличные результаты для области температур, лежащей ниже 1,5 °K, были получены Холлис-Хеллитом ([5]), применившим для измерения вязкости метод равномерно вращающегося цилиндра. Еще бо́льшие отклонения для температур ниже 1,5 °K были обнаружены К. Н. Зиновьевой ([6]), вычислявшей вязкость нормальной компоненты гелия II из коэффициента затухания второго звука.

Эти отклонения от зависимости, установленной методом крутильных колебаний диска и основанной на применении формулы Ландау, проявляются особенно сильно в той области температур, где поправочный член $K = \frac{1}{(1 + 2\lambda / R + 2d / R)^2}$, учитывающий влияние боковых поверхностей диска, становится особенно большим, достигая 30% от измеряемой величины.

В связи с этим естественно появлялась мысль о том, что применимость обсуждаемой формулы ограничена некими пределами и что расхождения, полученные в результате измерения вязкости различными методами, должны быть объяснены неправомерностью применения этой формулы для всего исследованного температурного интервала, в котором отношение λ / d менялось в 4 раза. В противном случае следует предположить, что причина указанных расхождений кроется непосредственно в особых свойствах жидкого гелия II. Поэтому и было поставлено исследование, имевшее целью проверку справедливости формулы Ландау для широкого диапазона величины λ / d.

Постановка эксперимента. Для проверки формулы Ландау следовало выбрать жидкость с хорошо изученными вязкими свойствами, например дестиллированную воду. Следовало также удовлетворить условиям гидродинамического подобия. За критерий подобия нами были выбраны числа Струхала и Рейнольдса, которые имели приблизительно то же значение, что и в опытах по определению вязкости гелия II. Сходные значения должны были иметь и величины γ / ω, λ / d, d / R.

Так как диск должен был иметь достаточно большие габариты, то определение нулевого затухания нельзя было провести в вакууме. Это вызвало необходимость предусмотреть в конструкции прибора возможность исключить нулевое затухание, не прибегая к его непосредственному измерению.

Прибор (см. рис. 1) состоял из алюминиевого стержня C, на концах которого имелись винтовые нарезки B_1 и B_2 и опорные приливы O_1 и O_2, удаленные друг от друга на 6 см и предназначенные для крепления на стержне коробки K и шапочки $Ш$, навинчивавшихся на B_1 и B_2. Коробка K состояла из двух навинчивавшихся друг на друга частей — верхней и нижней. В коробке были помещены 3 латунных

диска радиусом $R = 6$ см, но различной толщины: $d = 0{,}1$; 0,2 и 0,3 см. Эти диски навинчивались на винт B_2. Коробка с дисками прижималась к приливу O_2 гайкой $Г$ с водонепроницаемой шайбой $Б$.

Зажимчик $З$ закреплял в шапочке $Ш$ нижний конец подвеса из молибденовой проволоки $d = 0{,}30$ мм, верхний конец которой закреплялся в устройстве $У$, позволявшем возбуждать крутильные колебания подвесной системы. Длину подвеса и, следовательно, период колебания можно было изменить перемещением устройства $У$ по стержню $Ст$, закрепленному в стене.

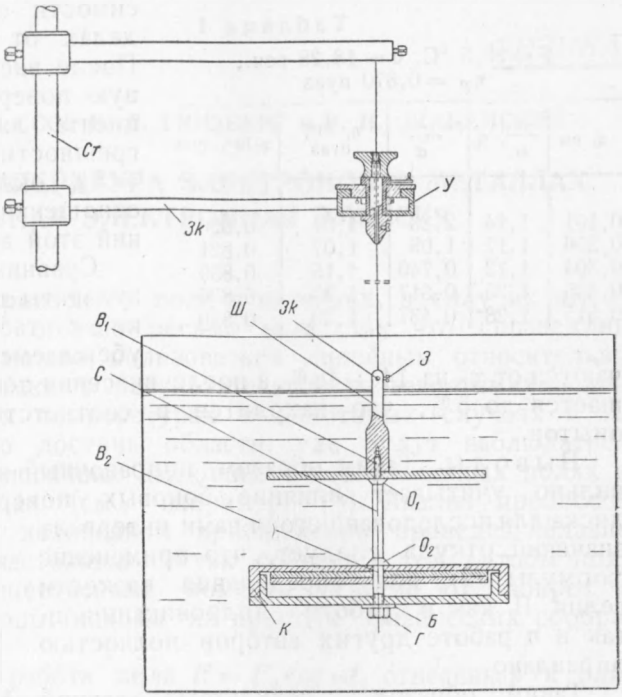


Рис. 1. Схема прибора

Такая конструкция прибора, как это указывалось выше, делала возможным при помощи некоторого искусственного экспериментального приема определить величины искомого коэффициента затухания, обусловленного только действием торцевых и боковых поверхностей диска.

Для этого сначала определялся коэффициент затухания γ_1, наблюдаемый при расположении всех дисков внутри коробки $К$. Затем один из дисков навинчивался на винт B_1 под шапочкой $Ш$, и вновь определялся коэффициент затухания γ_2. Разность $\gamma_2 - \gamma_1$ давала величину искомого затухания. Поэтому формула (1) принимает в нашем случае вид

$$\eta = \frac{4I^2(\gamma_2 - \gamma_1)^2\,\theta}{\pi^3 R^8 \rho} K. \qquad (3)$$

Помимо этого, конструкция прибора разрешала менять толщину диска, не изменяя периода колебаний, а следовательно, и глубины проникновения λ. Это достигалось помещением одного или нескольких дисков на опору O_1. Естественно, что прижатые друг к другу диски можно было рассматривать как один. Предполагавшаяся независимость периода от расположения дисков соблюдалась с точностью в 0,2 ÷ 0,5%.

Измерение периода и амплитуды колебания производилось при помощи секундомера, шкалы, зрительной трубы и зеркальца $Зк$, наклеенного на шапочку.

Возможность применения формулы (3), справедливой для колебаний в бесконечной жидкости, обеспечивалась соотношением $l/\lambda = 25$, где l — расстояние между подвижными и неподвижными частями прибора.

Результаты измерения. Осуществляя при отыскании истинного значения вязкости метод последовательных приближений, мы

сначала определяли значение η_1 без учета поправочного члена K (первое приближение), затем по этому значению вычислялись λ_1 и K_1. Умножение K_1 на η_1 давало η_2 (второе приближение) и т. д., до того, пока значения η_i, λ или K не совпадали с предшествующим (в пределах погрешности измерений).

Как видно из кривых рис. 2 и табл. 1, результаты эксперимента показывают, что величина η_1 без внесения поправки меняется в зависимости от отношения λ/d в пределах от 0,0101 до 0,0129 пуаз. После внесения поправки на боковую поверхность значение коэффициента вязкости η в пределах погрешности эксперимента ($\Delta\eta/\eta_i = 5\%$) оказывается независимым от отношения λ/d в интервале значений этой величины от 0,44 до 2,23.

Таблица 1

$T = 26{,}5$ °C, $\theta = 18{,}28$ сек., $\eta_T = 0{,}870$ пуаз

d, см	$\frac{\gamma}{\omega}$, %	$\frac{\lambda}{d}$	$\eta_1 \cdot 10^2$, пуаз	$\eta \cdot 10^2$, пуаз
0,101	1,14	2,23	1,01	0,826
0,206	1,17	1,09	1,07	0,821
0,304	1,22	0,740	1,15	0,839
0,435	1,25	0,517	1,23	0,836
0,515	1,28	0,437	1,29	0,829

Сравнивая полученные нами результаты до внесения в них поправки с табличными значениями η_T убеждаемся, что значения η_1 отличаются от η_T на 14 ÷ 48%, а после внесения поправки эта разница уменьшается до 5%, что находится в соответствии с точностью наших опытов.

Выводы. Таким образом, поправочный коэффициент Ландау правильно учитывает влияние боковых поверхностей колеблющегося диска для исследовавшегося нами интервала значений, откуда следует, что применение формулы (2) для определения вязкости гелия II как в работе Андроникашвили, так и в работе других авторов полностью оправдано.

Таким образом, результаты данной работы позволяют сделать заключение, что различие величин η_i для He II в области температур ниже 1,5 °K, полученное разными методами ([1], [5], [6]), не может быть объяснено неправомерностью применения формулы Ландау для больших λ/d. Это расхождение, повидимому, вызывается особенностями поведения гелия II, присущими только квантовой жидкости.

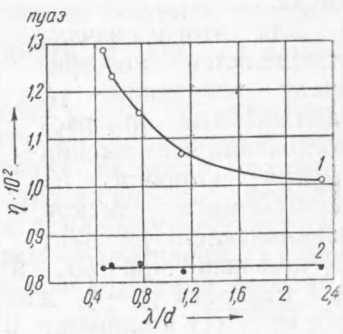


Рис. 2. Зависимость коэффициента вязкости воды от отношения λ/d. *1* — до внесения поправки, *2* — после внесения поправки

В заключение считаю своим приятным долгом выразить искреннюю благодарность проф. Э. Л. Андроникашвили за предложенную тему исследования и ценные указания при ее выполнении.

Тбилисский государственный университет
им. И. В. Сталина

Поступило
21 VI 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Э. Л. Андроникашвили, ЖЭТФ, **18**, 5, 424 (1948). [2] A. de Troyer, A. van Itterbeck, A. van den Berg, Physica, **17**, 50 (1951). [3] A. C. Hollis-Hallet, Proc. Roy. Soc., **210**, 404 (1952). [4] I. H. Mellink, Physica, **13**, 180 (1947). [5] A. C. Hollis-Hallet, Proc. Cambr. Phil. Soc., **49**, 717 (1953). [6] К. Н. Зиновьева, ЖЭТФ, **25**, 2, 235 (1953).