Доклады Академии наук СССР
1955. Том 100, № 1

ФИЗИКА

Член-корреспондент АН СССР И. ПОМЕРАНЧУК

ОБОБЩЕНИЕ ТЕОРЕМЫ УОРДА НА СЛУЧАЙ КОНЕЧНЫХ ДЛИН ВОЛН СВЕТА У ЧАСТИЦ СО СПИНОМ 0

Теорема Уорда (1) устанавливает связь между вершинной частью, относящейся к бесконечно большим длинам волн, и функцией Грина соответствующего заряда:

$$\Gamma_\mu(p,\ p,\ 0) = \frac{\partial G_F^{-1}(p)}{\partial p_\mu}. \qquad (1)$$

Волновой вектор электромагнитного поля k_μ в этом соотношении имеет все проекции равные нулю.

Оказывается, что в случае заряженных частиц со спином 0 можно установить связь между функцией G_F и вершинной частью, отвечающей взаимодействию с полем произвольной длины волны, но удовлетворяющим условию

$$k^2 = 0, \quad k_\mu \neq 0 \qquad (2)$$

(т. е. с полем светового кванта произвольной длины волны). Возможность такого соотношения обязана следующим соображениям. Условие градиентной инвариантности приводит к замене p на $p - A$ в выражении для функций Грина. Производя разложение $G_F(p - A)$ по степеням A и беря линейный член по A, мы получим в случае частиц со спином, не равным нулю, не все выражение для $\Gamma(p, p-k, k)$, так как не будут должным образом учтены члены, обязанные спиновому магнитному моменту (или более высоким моментам в случае частиц со спином $> 1/2$). Если спин равен 0, то такие члены отсутствуют. Однако даже в случае спина 0 замена p на $p - A$ в G_F не может дать всю вершинную часть, так как в нее может входить член, пропорциональный внешнему току $j_\mu = k^2 A_\mu$. Если $k^2 = 0$, то и такие члены будут отсутствовать. Таким образом, $\Gamma(p,\ p-k,\ k)$ может быть получено из $G_F(p - A)$ только при указанных выше условиях.

Используем выражение для G_F, данное Леманом (2):

$$G_F(x - x') = \int_0^\infty \rho(\varkappa^2)\, d\varkappa^2 G_F^0(x - x',\ \varkappa^2) =$$

$$= \int_0^\infty \rho(\varkappa^2)\, d\varkappa^2 \frac{1}{p^2 - \varkappa^2 + i\varepsilon}\, \delta(x - x'), \quad \varepsilon \to 0, \quad p_\mu = -i\partial_\mu. \qquad (3)$$

Здесь $G_F^0(x - x',\ \varkappa^2)$ — функция Грина частицы массы $\varkappa$, не взаимодействующей с полем (3). С точностью до линейных членов * во внешнем поле (3) дает (с учетом условия $\partial_\mu A_\mu = 0$):

* В нелинейных членах могут быть выражения типа $F_{\mu\nu}^2$, поэтому замена p на $p - A$ ограничена линейными членами.

$$G_F(x,\ x',\ A) = \int_0^\infty \rho(\varkappa^2)\, d\varkappa^2 \frac{1}{(p-A)^2 - \varkappa^2 + i\varepsilon}\, \delta(x-x') =$$

$$= G_F(x-x') + \int_0^\infty \rho(\varkappa^2)\, d\varkappa^2 \frac{1}{p^2-\varkappa^2+i\varepsilon}\, 2(Ap) \frac{1}{p^2-\varkappa^2+i\varepsilon}\, \delta(x-x'). \quad (4)$$

Разлагая $\delta(x-x')$ в ряд Фурье, находим, подставляя A_μ в виде $a_\mu e^{ikx}$:

$$G_{1F}(x,\ x') = \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \int \rho(\varkappa^2)\, d\varkappa^2 \frac{1}{(q+k)^2-\varkappa^2+i\varepsilon} 2(aq) \frac{1}{q^2-\varkappa^2+i\varepsilon} e^{iq(x-x')+ikx} =$$

$$= \int \rho(\varkappa^2)\, d\varkappa^2 \int \frac{dq}{(2\pi)^4} \frac{e^{iq(x-x')+ikx}\, 2(aq)}{(q+k)^2-q^2} \left[\frac{1}{q^2-\varkappa^2+i\varepsilon} - \frac{1}{(q+k)^2-\varkappa^2+i\varepsilon} \right]. \quad (5)$$

Беря фурье-компоненту от (5), получаем, в соответствии с (3):

$$G_{1F}(p+k,\ p,\ k) =$$

$$= \frac{1}{(2\pi)^4} \int \rho(\varkappa^2)\, d\varkappa^2 \left[\frac{1}{p^2-\varkappa^2+i\varepsilon} - \frac{1}{(p+k)^2-\varkappa^2+i\varepsilon} \right] \frac{2(ap)}{(p+k)^2-p^2} =$$

$$= \frac{2(ap)}{-p^2+(p+k)^2} [G_F(p) - G_F(p+k)] \quad (6)$$

(здесь уже p не дифференциальный оператор, а число). С другой стороны ([4]), G_{1F} определяется вершинной частью следующим образом:

$$G_{1F}(p+k,\ p,\ k) = G_F(p+k)\, \Gamma_\mu(p+k,\ p,\ k)\, a_\mu G_F(p), \quad (7)$$

поэтому Γ, согласно (6) и (7), равно:

$$\Gamma_\mu(p+k,\ p,\ k) = \frac{2p_\mu}{(p+k)^2-p^2} \left[\frac{1}{G_F(p+k)} - \frac{1}{G_F(p)} \right]. \quad (8)$$

Если $k_\mu \to 0$, то из (8) следует обычная теорема Уорда ([1]).

Поступило
9 X 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] J. Ward, Phys. Rev., **78**, 182 (1950). [2] H. Lehmann, Nuovo Cimento, **11**, 342 (1954). [3] Р. Фейнман, Сборн. Новейшее развитие квантовой электродинамики, ИЛ, 1954, стр. 152. [4] А. Д. Галанин, Б. Л. Иоффе, И. Я. Померанчук, ДАН, **98**, № 3 (1954).