Доклады Академии наук СССР
1955. Том 100, № 1

ГИДРОМЕХАНИКА

С. В. НЕРПИН и член-корреспондент АН СССР Б. В. ДЕРЯГИН

КИНЕТИКА ТЕЧЕНИЯ И УСТОЙЧИВОСТЬ ТОНКИХ СЛОЕВ ЖИДКОСТИ НА ТВЕРДОЙ ПОДКЛАДКЕ С УЧЕТОМ СОЛЬВАТНОЙ ОБОЛОЧКИ КАК ОСОБОЙ ФАЗЫ

Представление о сольватных оболочках определенной толщины a как особой фазе жидкости, потерявшей текучесть и с другими физико-химическими свойствами, отличными от свойств жидкости в объеме, с которой она имеет резкую границу ([1]), значительно упрощает теоретическое исследование кинетики течения жидкости в тонких слоях на твердой подкладке и позволяет наглядно выявить механизм потери и сохранения устойчивости этих слоев.

Ранее было показано ([2]), что для полимолекулярных слоев жидкости уравнения гидродинамики без учета гравитационных сил имеют вид:

$$-\eta\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2}=\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P_c}{\partial x},\qquad -\eta\frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2}=\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial P_c}{\partial y},$$

где η — вязкость; R — расклинивающее давление, являющееся функцией толщины слоя; P_c — внешнее давление на слой; x, y, z — оси координат, последняя из которых направлена по нормали к одной из поверхностей раздела.

При учете силы тяжести вместо приведенных уравнений следует написать

$$-\eta\frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2}=\frac{\partial R}{\partial x}-\frac{\partial P_c}{\partial x}+X,\qquad -\eta\frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2}=\frac{\partial R}{\partial y}-\frac{\partial P_c}{\partial y}+Y,$$

где X и Y — проекции объемных сил тяжести на направления x и y.

Для случая течения, происходящего параллельно одной из осей, например y, получим одно уравнение

$$-\eta\frac{d^2 V_y}{dz^2}=\frac{dR}{dy}-\frac{dP_c}{dy}-\rho g\sin\beta. \qquad (1)$$

Здесь ρ — плотность жидкости в слое; g — ускорение силы тяжести; β — угол наклона оси y, совпадающей с направлением движения, к горизонту.

Интегрируя уравнение (1), можно найти удельный поток жидкости в слое q на единицу контура, параллельного оси x, и среднюю скорость течения в направлении оси y:

$$q=\frac{(H-a)^3}{3\eta}\left(\frac{dR}{dy}-\frac{dP_c}{dy}-\rho g\sin\beta\right); \qquad (2)$$

$$V_{ср}=\frac{(H-a)^2}{3\eta}\left(\frac{dR}{dy}-\frac{dP_c}{dy}-\rho g\sin\beta\right). \qquad (3)$$

Расклинивающее давление при отсутствии заряда на поверхностях раздела, обусловливаемое ван-дер-ваальсовым взаимодействием молекул, может быть определено ранее примененным способом ([2]). С учетом наличия сольватной оболочки получим:

$$R_m = \frac{\pi}{6}\left[\frac{N_1 N_2 A_{1-2} - N_2^2 A_{2-2}}{H^3} + (N_c N_2 A_{c-2} - N_2^2 A_{2-2})\left(\frac{1}{(H-a)^3} - \frac{1}{H^3}\right)\right], \quad (4)$$

где N — число молекул в единице объема; A — постоянная в формуле для энергии взаимодействия двух молекул, расположенных на некотором расстоянии; индексы 1, 2 и c относятся, соответственно, к твердой подкладке, жидкости и сольватной оболочке. Вводя обозначения $\frac{\pi}{6}(N_1 N_2 A_{1-2} - N_2^2 A_{2-2}) = \Delta$ и $\frac{\pi}{6}(N_c N_2 A_{c-2} - N_2^2 A_{2-2}) = \Delta_c$, напишем:

$$R_m = \frac{1}{H^3}\left[\Delta - \Delta_c + \frac{\Delta_c}{(1-a/H)^3}\right]. \quad (5)$$

Используя выражение (5), из уравнения (2) при постоянном внешнем давлении P_c найдем:

$$q = -\frac{(1-a/H)^3}{\eta H}\left[\Delta - \Delta_c + \frac{\Delta_c}{(1-a/H)^3}\right]\frac{dH}{dy} - \frac{\rho g \sin\beta H^3}{3\eta}\left(1-\frac{a}{H}\right)^3. \quad (6)$$

Если толщиной сольватной оболочки a можно пренебречь по сравнению с размером всего слоя или она совсем отсутствует, то вместо (6) получим

$$q = -\frac{\Delta}{\eta H}\frac{dH}{dy} - \frac{\rho g \sin\beta H^3}{3\eta}. \quad (7)$$

При постоянном потоке из уравнения (7) найдем распределение пленочной влаги на поверхности, расположенной под углом β к горизонту:

$$H = \left[\frac{3\eta q}{\rho g \sin\beta\,(1 - e^{-\alpha q y})}\right]^{1/3}, \quad (8)$$

где $\alpha = 3\eta/\Delta$. Интересно отметить, что при сколько-нибудь значительной величине qy уравнение (8) переходит в уравнение ламинарного потока с постоянной толщиной слоя:

$$H = \left(\frac{3\eta q}{\rho g \sin\beta}\right)^{1/3}$$

и средней скоростью течения

$$V_{ср} = \frac{\rho g \sin\beta}{3\eta} H^2.$$

При отсутствии расхода жидкости в слое из уравнения (8) найдем:

$$H = \left(\frac{\Delta}{\rho g y \sin\beta}\right)^{1/3}. \quad (9)$$

Из полученной зависимости следует, что при статическом распределении влаги для любой точки в слое должно соблюдаться условие

$$R = \rho g y \sin\beta \quad \text{или} \quad R = \rho g h,$$

где h — превышение рассматриваемой точки над уровнем свободной поверхности. Это условие не зависит от вида функции, определяющей расклинивающее давление, и может быть получено непосредственно из уравнения (2).

В нашем случае мы имеем несимметричную картину пленки, заключенной между неодинаковыми (твердой и газообразной) фазами. Однако, если положить заряд границы раздела пленка — газ равным нулю, то, как показал А. Н. Фрумкин (3), задача сводится к симметричному случаю, рассмотренному одним из нас ранее (4).

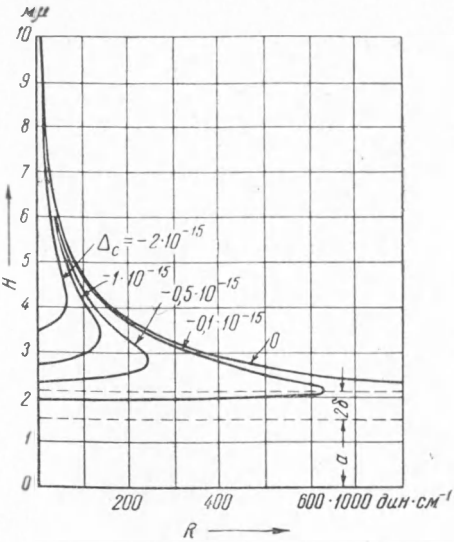


Рис. 1

Предполагая для упрощения, что потенциал Ψ поверхности раздела пленка — твердое тело бесконечно велик (практически достаточно выполнение условия $\Psi > 100$ мв, что обычно имеет место), а толщина пленки H мала по сравнению с толщиной ионной атмосферы, получим для ионной составляющей расклинивающего давления R_i выражение (5):

$$R_i = \frac{\pi}{8} D \left(\frac{kT}{ze}\right)^2 \frac{1}{H^2}, \qquad (10)$$

где D — диэлектрическая проницаемость; k — постоянная Больцмана; T — абсолютная температура; z — электровалентность противоиона; H — толщина слоя жидкости; e — заряд электрона.

С учетом электростатической составляющей расклинивающего давления выражение для потока в слое примет вид:

$$q = -\frac{(1-a/H)^3}{\eta H}\left[\Delta - \Delta_c + \frac{\Delta_c}{(1-a/H)^4} + \frac{\pi D}{12}\left(\frac{kT}{ze}\right)^2 H\right]\frac{dH}{dy} - \frac{\rho g \sin\beta H^3}{3\eta}\left(1-\frac{a}{H}\right)^3.$$

Ранее уже указывалось (2), что критерием устойчивости тонких слоев может служить направление потока внутри слоя при наличии градиента его толщины. Если поток направлен в сторону меньшей толщины слоя, т. е. проявляется тенденция к выравниванию последней, то это характеризует его устойчивость. В том случае, когда поток направлен в сторону большей толщины слоя, последний оказывается неустойчивым, так как при этом проявляется тенденция к возрастанию неравномерности толщины и, как следствие, к прорыву слоя.

Моменту перехода слоя из устойчивого состояния в неустойчивое отвечает условие $q = 0$ или, согласно (2), $\frac{dR}{dH}\frac{dH}{dy} = 0$. Полагая $dH/dy \neq 0$ найдем, что потере устойчивости соответствует условие (6) $dR/dH = 0$.

Из выражения (5) получим условие потери устойчивости следующего вида:

$$\Delta + \Delta_c\left[\frac{1}{(1-a/H)^4} - 1\right] = 0. \qquad (11)$$

Для оценки влияния на устойчивость слоя электростатической составляющей расклинивающего давления, возникающей при появлении у поверхности твердой подкладки диффузной ионной атмосферы, воспользуемся выражением (10); тогда вместо (11) можно написать условие:

$$\Delta + \frac{\pi D}{12}\left(\frac{kT}{ze}\right)^2 H + \Delta_c\left[\frac{1}{(1-a/H)^4} - 1\right] = 0. \qquad (12)$$

Из выражений (11) и (12) следует, что при отрицательном значении Δ_c первоначально устойчивый слой, достигая при утоньшении некоторой критической толщины, может потерять устойчивость, распадаясь на отдельные линзы. При этом произойдет скачкообразный переход к новому слою меньшей толщины, соответствующему сольватной оболочке. При обратном процессе, т. е. при постепенном увеличении толщины слоя, сперва должна быть пройдена стадия образования сольватного слоя, затем в пределах зоны неустойчивых толщин жидкость должна собираться в капли, которые при дальнейшем увеличении их объема покроют сольватный слой и образуют новый устойчивый слой большей толщины.

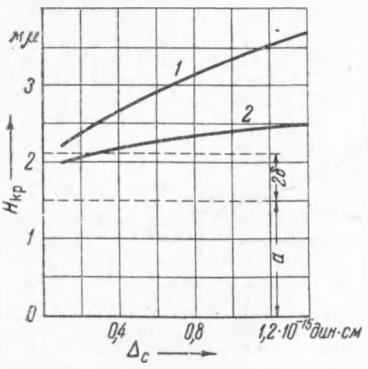


Рис. 2

Если критическая толщина слоя, соответствующая условиям (11) или (12), превышает размер сольватной оболочки на величину толщины мономолекулярного слоя δ, то это показывает, что слой остается устойчивым при утоньшении во всем диапазоне толщин.

На рис. 1 приведены изотермы расклинивающего давления для случая, когда заряда на поверхности твердой подкладки нет. На рис. 2 показана зависимость критической толщины слоя от энергии взаимодействия сольватной и объемной фаз жидкости. Из сопоставления кривых *1* и *2*, построенных соответственно для случаев незаряженной и заряженной поверхности подкладки, видно стабилизирующее влияние заряда поверхности раздела на устойчивость слоя. Кривые построены при следующих значениях величин, входящих в выражения (5) и (10): $\Delta = 10^{-14}$ дин·см; $D = 80$; $z = 1$; $a = 15 \cdot 10^{-8}$ см.

Мы видим, что представление о сольватных оболочках как особой фазе, имеющей резкие границы, позволило рассмотреть вопрос о движении тонких слоев жидкости по твердой поверхности при ее сольватации и определить условия потери слоем устойчивости. Полученные результаты позволяют исследовать вопрос о движении и равновесии влаги в грунтах и условиях перехода от одного вида влаги к другому.

Ленинградский институт
инженеров водного транспорта и
Институт физической химии
Академии наук СССР

Поступило
25 VIII 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Б. В. Дерягин, Тр. Всесоюзн. конф. по колл. хим., 1952; Б. В. Дерягин, З. М. Зорин, ДАН, **98**, 93 (1954). [2] Б. В. Дерягин, С. В. Нерпин, ДАН, **99**, № 6 (1954). [3] А. Фрумкин, А. Городецкая, ЖФХ, **12**, в. 5—6, 511 (1938). [4] Б. В. Дерягин, Изв. АН. СССР, сер. хим., № 5, 1153 (1937). [5] Б. В. Дерягин, Л. Д. Ландау, ЖЭТФ, **11**, 802 (1941), перепечатано вновь ЖЭТФ, **15**, 662 (1945; Acta physicochim. URSS, **14**, 633 (1941). [6] Б. В. Дерягин, М. М. Кусаков, Л. С. Лебедева, ДАН, **23**, 668 (1939).