

В. А. МЯМИН

РАСПАД ДЕЙТОНА ПРИ ЭЛЕКТРОННОЙ БОМБАРДИРОВКЕ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 31 VIII 1954)

Введение. При бомбардировке дейтона электроном может происходить распад последнего. Первый расчет этого процесса был сделан Бете ⁽¹⁾, получившим вероятность электрического дипольного перехода. Однако им была сделана вычислительная ошибка. Петерс и Рихман ⁽²⁾ исправили ее и привели, кроме того, вероятность магнитного дипольного распада. Оба результата получены ими в предположении, что начальное состояние дейтона сферически симметрично. Следует указать, однако, что они брали неверно нормированную волновую функцию дейтона.

В настоящей работе учитывается асимметрия начального состояния, указываются некоторые поляризационные эффекты электрона, а также устанавливаются соотношения между дифференциальными эффективными сечениями фотораспада и распада дейтона под воздействием электрона. Существенно, что эти соотношения не зависят от характера поведения Ψ -функции дейтона внутри ядра.

§ 1. Общая теория распада дейтона под воздействием электрона. Оператор взаимодействия электрона с дейтоном возьмем в виде

$$H = -\frac{e}{Mc} \mathbf{A} \mathbf{P}_p + e\varphi(\mathbf{r}_p), \quad (1)$$

где $\mathbf{A}$ и φ — соответственно, векторный и скалярный потенциалы Мюллера ⁽³⁾; $\mathbf{P}_p$ — оператор импульса, действующий на координату протона; $\mathbf{r}_p$ — координаты протона; M — масса протона.

Тогда вероятность перехода будет пропорциональна квадрату величины:

$$S = \frac{4\pi\hbar^2 e^2 c^2}{|q|^2 - (E_0 - E)^2} \int \Psi_g^* e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_p/\hbar c} \left[a'^* a_0 - \frac{a'^* \bar{\alpha} a^0}{Mc} \mathbf{P}_p \right] \Psi_n d\mathbf{v}; \quad (2)$$

$\mathbf{q} = \mathbf{p}_0 - \mathbf{p}$; $\mathbf{p}_0$ и $\mathbf{p}$ — начальный и конечный импульсы электрона, выраженные в энергетических единицах; E_0, E — начальная и конечная энергия электрона; a_0, a' — спиноры свободного электрона, соответствующие начальному и конечному состояниям; α — матрицы Дирака; векторная величина $a'^* \bar{\alpha} a^0$ будет дальше обозначаться как $\bar{\alpha}$.

Разлагая экспоненту в ряд, получим:

$$\int \Psi_g^* e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}_p/\hbar c} \left[a'^* a^0 - \frac{\bar{\alpha} \mathbf{P}_p}{Mc} \right] \Psi_n d\mathbf{v} = \int \Psi_g^* \left\{ \frac{i}{\hbar c} a'^* a^0 (\mathbf{q}\mathbf{r}_p) - \frac{i\omega}{c} (\bar{\alpha} \mathbf{r}_p) - \right. \\ \left. - \frac{a'^* a_0}{\hbar^2 c^2} (\mathbf{q}\mathbf{r}_p)^2 + \frac{\omega}{2\hbar c^2} (\bar{\alpha} \mathbf{r}_p) (\mathbf{q}\mathbf{r}_p) - \frac{i}{2\hbar c^2} [[[\mathbf{r}_p \mathbf{v}_p] \mathbf{q}] \bar{\alpha}] \right\} \Psi_n d\mathbf{v}. \quad (3)$$

Здесь $\hbar\omega = (E_0 - E)$. В формуле (3) два первые члена, содержащие $\mathbf{r}_p$ в первой степени, определяют электрический дипольный переход, два следующие члена — квадрупольный переход и последний член — магнитный дипольный переход. Рассмотрим эти переходы отдельно.

§ 2. Электрический дипольный переход. Волновую функцию начального состояния возьмем в виде (4)

$$\Psi_g = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left[\frac{u}{r} + 2^{1/2} \left(\frac{3}{2} \frac{(\text{Sr})^2}{r^2} - 1 \right) \frac{w}{r} \right] \chi_1^m.$$

Так же как и в фотораспаде, здесь возможен только переход $S \rightarrow P$, остальные переходы запрещены. Поэтому Ψ_n конечного состояния нейтрон — протон должна быть взята в виде

$$\Psi_n = 3i \frac{\mathbf{kr}}{kr} \frac{g_1(rk)}{kr} \chi_1^m; \quad k^2 = \frac{M(E_0 - E - \varepsilon)}{\hbar^2}; \quad g_1 = \frac{\sin kr}{kr} - \cos kr, \quad (4)$$

где ε — энергия связи дейтона. Легко видеть, что спиновое состояние нейтрона — протона при таком распаде не меняется, так как оператор взаимодействия не зависит от спина ядер.

После интегрирования матричного элемента в пространстве r , суммирования по конечным состояниям и усреднения по начальным состояниям триплетных уровней, а также после интегрирования по всем углам распавшихся частиц имеем следующие формулы.

Эффективное сечение распада дейтона в случае, когда спин электрона не переворачивается, т. е. начальное состояние электрона выбрано со спином по направлению движения ($\uparrow$) и конечное состояние также по направлению движения ($\uparrow$), дается в виде:

$$\begin{aligned} d\sigma_{\uparrow\uparrow} = & \frac{p \, do \, Me^4 dE}{12\pi\hbar^4 c^2 k p_0 (q^2 - \Delta E^2)^2} \left[\left(\int r g_1 u \, dr \right)^2 + \frac{2}{5} \left(\int r g_1 w \, dr \right)^2 \right] \times \\ & \times \left[\left(1 + \frac{p_z p_0}{(\mu + E)(\mu + E_0)} \right)^2 q^2 + \omega^2 \hbar^2 \left(\frac{p_0^2}{(\mu + E_0)^2} + \frac{2p_z p_0}{(\mu + E)(\mu + E_0)} + \frac{2p^2 - p_z^2}{(\mu + E)^2} \right) - \right. \\ & \left. - 2\omega \hbar \left(1 + \frac{p_0 p_z}{(\mu + E)(\mu + E_0)} \right) \left(\frac{(p_0 - p_z)p_0}{\mu + E_0} + \frac{-p^2 + p_0 p_z}{\mu + E} \right) \right] (E_0 + \mu)(E + \mu); \quad (5) \end{aligned}$$

$\mu = m_0 c^2$, где m_0 — масса электрона. Здесь ось z выбрана в направлении вектора $\mathbf{p}_0$.

Вероятность распада дейтона с переворачиванием спина:

$$\begin{aligned} d\sigma_{\uparrow\downarrow} = & \frac{p \, do \, Me^4 dE}{12\pi\hbar^4 c^2 k p_0 (q^2 - \Delta E^2)^2} \left[\left(\int r g_1 u \, dr \right)^2 + \frac{2}{5} \left(\int r g_1 w \, dr \right)^2 \right] \times \\ & \times \left[\frac{p^2 - p_z^2}{(\mu + E)^2 (\mu + E_0)^2} p_0^2 q^2 + \omega^2 \hbar^2 \left(\frac{2p_0^2}{(\mu + E_0)^2} - \frac{4p_0 p_z}{(\mu + E)(\mu + E_0)} + \frac{p_z^2 + p^2}{(\mu + E)^2} \right) - \right. \\ & \left. - 2\hbar \omega \frac{p_0^2 (p^2 - p_z^2)}{(\mu + E)(\mu + E_0)} \left(\frac{1}{\mu + E} - \frac{1}{\mu + E_0} \right) \right] (\mu + E)(\mu + E_0). \quad (6) \end{aligned}$$

Следует заметить, что поляризации электронного пучка в этом приближении не возникает, т. е. средний спиновый момент электрона по оси y равен 0: $\langle \sigma_y \rangle = 0$, где ось y выбрана в направлении векторного произведения $[\mathbf{r}\mathbf{p}_0]$. После суммирования по конечным состояниям и усреднения по начальным спина электрона имеем:

$$\begin{aligned} d\sigma = & \frac{p \, do \, Me^4 dE}{6\pi p_0 \hbar^4 c^2 k [q^2 - \Delta E^2]^2} \left[\left(\int r g_1 u \, dr \right)^2 + \frac{2}{5} \left(\int r g_1 w \, dr \right)^2 \right] \times \\ & \times \{ (EE_0 + \mathbf{p}_0 \mathbf{p} + \mu^2) (p_0^2 + p^2 - 2\mathbf{p}\mathbf{p}_0) + (E_0 - E)^2 (3EE_0 - \mathbf{p}\mathbf{p}_0 - 3\mu^2) - \\ & - 2(E_0 - E) [E(\mathbf{q}\mathbf{p}_0) + E_0(\mathbf{q}\mathbf{p})] \}. \quad (7) \end{aligned}$$

После интегрирования по углам рассеянного электрона получаем окончательно

$$d\sigma = \frac{1}{3} \frac{Me^4 dE}{\hbar^2 c^2 k} \left[\left(\int r g_1 u dr \right)^2 + \frac{2}{5} \left(\int r g_2 w dr \right)^2 \right] \times \\ \times \left[\frac{E^2 + E_0^2}{p_0^2} \ln \frac{EE_0 + p_0 p - \mu^2}{(E_0 - E)\mu} - \frac{2p}{p_0} \right]. \quad (8)$$

Для оценки величины $d\sigma$ можно w положить равной 0, а $u(r)$ выбрать в виде $u(r) = \sqrt{3\alpha} e^{-\alpha r}$.

Тогда формула (8) приобретает вид:

$$d\sigma = 4 \left(\frac{e^2}{\hbar c} \right)^2 \frac{\alpha^{3/2}}{\alpha^2} \frac{dE (E_0 - E - \varepsilon)^{3/2}}{(E_0 - E)^4} \left[\frac{E_0^2 + E^2}{p_0^2} \ln \frac{E_0 E + p_0 p - \mu^2}{\mu (E_0 - E)} - \frac{2p}{p_0} \right]. \quad (9)$$

§ 3. Магнитный дипольный распад системы. Матричный элемент для магнитного дипольного взаимодействия может быть преобразован, если выражение $e[\mathbf{r}_p \mathbf{v}_p]/2c$ заменить полным моментом системы ⁽⁴⁾:

$$\mathbf{M} = \frac{e\hbar}{2Mc} \left[\frac{1}{2} \mathbf{I} + \left(\mu_n + \mu_p - \frac{1}{2} \right) \mathbf{S} + \frac{1}{2} (\mu_n - \mu_p) (\bar{\sigma}_n - \bar{\sigma}_p) \right]; \quad (10)$$

Здесь $\mathbf{I}$ — полный момент количества движения; μ_n и μ_p — магнитные моменты нейтрона и протона в единицах $e\hbar/2Mc$.

Волновую функцию конечного состояния берем в виде:

$$\Psi_n = \left\{ e^{-i\delta_0} \frac{u_0(r)}{kr} - \frac{5}{2} \left[\frac{3(\mathbf{kr})^2}{(kr)^2} - 1 \right] \frac{g_2(kr)}{kr} \right\} \chi_0^0; \quad u_0 = \sin(kr + \delta_0). \quad (11)$$

Такой выбор волновой функции производится по тем же соображениям, что и при фотораспаде ⁽⁴⁾. Здесь g_2 определяется из соотношения

$$e^{i\mathbf{kr}} = \sum_l (2l+1) i^l P_l(\cos \theta) \frac{g_l(kr)}{kr}.$$

После интегрирования в пространстве переменных r , суммирования по конечным и усреднения по начальным состояниям спинов ядер после интегрирования по направлениям распавшихся частиц, а также после суммирования по конечным состояниям электрона и усреднения по начальным имеем:

$$d\sigma = \frac{2p d\omega k dE e^4}{3\pi \hbar^2 c^4 M p_0} \left(\frac{p^2 + p_0^2}{2[(\Delta p)^2 - \Delta E^2]} - \frac{(E - E_0)^2 \mu^2}{(\Delta p^2 - \Delta E^2)^2} + \frac{1}{4} \right) \times \\ \times \left[\left(\int u u_0 dr \right)^2 + \left(\int w g_2 dr \right)^2 \right] (\mu_n - \mu_p)^2. \quad (12)$$

После интегрирования по углам электрона получаем для дифференциального эффективного сечения

$$d\sigma = \frac{2}{3} \frac{k dE e^4}{\hbar^2 c^4 M} \frac{(p_0^2 + p^2)}{p_0^2} \ln \frac{E_0 E + p_0 p - \mu^2}{\mu (E_0 - E)} \left[\left(\int u u_0 dr \right)^2 + \right. \\ \left. + \left(\int w g_2 dr \right)^2 \right] (\mu_n - \mu_p)^2. \quad (13)$$

Интересно отметить, что вероятность магнитного дипольного распада существенно зависит от характера ядерных сил, так как в $\int u_0 dr$ внутренняя область играет достаточно важную роль. Наоборот, электрический дипольный переход не зависит от характера ядерных сил, так как туда входят интегралы вида $\int u g_1 dr$.

Заметим, что при малой энергии электрона примерно до 0,5 Мэв выше порога реакции эффективное сечение магнитного дипольного распада преобладает над электрическим. При более высоких энергиях электрический распад становится заметно большим.

§ 4. Соотношения между эффективными сечениями фотораспада и электронного расщепления дейтона. Эффективное сечение электрического дипольного фотораспада дается формулой ⁽⁴⁾:

$$\sigma_p = \frac{\pi}{3} \frac{e^2}{\hbar c} \frac{M\omega}{\hbar h} \left\{ \left(\int_0^\infty r g_1 u dr \right)^2 + \frac{2}{5} \left(\int_0^\infty r g_1 w dr \right)^2 \right\}, \quad k^2 = \frac{M(\hbar\omega - \varepsilon)}{\hbar^2}. \quad (14)$$

При сравнении формул (5), (6), (7) и (8) с формулой (14) видно, что ядерные константы из них могут быть исключены, если частота падающего кванта равна $\hbar\omega = E_0 - E$. В этом случае, например, эффективное сечение электронного распада (8) связано с сечением фотораспада соотношением

$$d\sigma = \frac{e^2 \sigma_p dE}{\pi \hbar c \hbar \omega} \left[\frac{E^2 + E_0^2}{p_0^2} \ln \frac{EE_0 + p_0 p - \mu^2}{\mu^2(E_0 - E)} - \frac{2p}{p_0} \right]. \quad (15)$$

Здесь отметим, что первый член находится в соответствии с методом Вайтзекера. Однако его теория не может быть применена к данному случаю, так как второй член не мал.

Эффективное сечение магнитного фотораспада имеет вид

$$\sigma_m = \frac{\pi}{3} \frac{e^2}{\hbar c} (\mu_n - \mu_p)^2 \frac{\hbar\omega}{Mc^2 k} \left\{ \left(\int u_0 dr \right)^2 + \left(\int g_2 w dr \right)^2 \right\}. \quad (16)$$

При сравнении формул (13) и (16) видно, что ядерные константы опять могут быть исключены. Имеем окончательно соотношение:

$$d\sigma = \frac{\sigma_m e^2 dE}{\pi \hbar c \hbar \omega} \frac{p_0^2 + p^2}{p_0^2} \ln \frac{E_0 E + p_0 p - \mu^2}{\mu(E_0 - E)}.$$

В заключение пользуюсь приятной возможностью поблагодарить Я. А. Смородинского за руководство работой.

Поступило
28 II 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Н. А. Bethe, R. Peierls, Proc. Roy. Soc., A 148, 146 (1935). ² P. Peters, C. Richman, Phys. Rev., 59, 805 (1941). ³ C. Möller, Zs. f. Phys., 70, 786 (1931). ⁴ А. Ахизер, И. Померанчук, Некоторые вопросы теории ядра, М., 1948.