

Д. ИВАНЕНКО и В. ЦЫТОВИЧ

РЕЛЯТИВИСТСКОЕ УРАВНЕНИЕ ТРЕХ СВЯЗАННЫХ ТЕЛ

(Представлено академиком А. А. Лебедевым 7 VIII 1954)

Развитый за последнее время метод ⁽¹⁾ нахождения функций распространения в квантовой электродинамике при помощи вариационных производных по источникам может быть применен для отыскания грина трех тел, учитывающего вакуумные поправки в любых высших приближениях. Полученное этим способом уравнение движения для волновой функции является релятивистски ковариантным, и поэтому расходящиеся выражения могут быть в нем просто исключены путем перенормировки массы и заряда. Вопрос о релятивистски ковариантном уравнении трех тел обсуждался Вентцелем ⁽²⁾, который воспользовался способом суммирования по лестничным фейнмановским диаграммам, употребленным впервые Сальпетером и Бете ⁽³⁾. Полученное им приближенное уравнение движения отличается по структуре от находимого ниже уравнения.

В качестве простейшего примера рассмотрено уравнение трех тел, взаимодействующих исключительно электромагнитным образом.

Функцию Грина трех электронов определим соотношением (см. ⁽⁴⁾)

$$G_3(x_1 x_2 x_3 x'_1 x'_2 x'_3) = \frac{\delta}{\delta \eta(x'_1)} \frac{\delta}{\delta \eta(x'_2)} \frac{\delta}{\delta \eta(x'_3)} \langle \psi(x_1) \psi(x_2) \psi(x_3) \rangle \varepsilon_{123}, \quad (1)$$

где $\varepsilon_{123} = \varepsilon_{12} \varepsilon_{13} \varepsilon_{23}$;

$$\varepsilon_{12} = \begin{cases} 1, & t_2 > t_1; \\ -1 & t_2 < t_1; \end{cases}$$

$$\langle L \rangle = \frac{(\Phi_0, P(LS) \Phi_0)}{(\Phi_0, S \Phi_0)}; \quad (2)$$

P — хронологическое произведение Дайсона; S — матрица рассеяния

$$S = P \exp \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} L_1 d^4x, \quad d^4x = d^3x dt; \quad (3)$$

$$L = \frac{e}{2} \psi^\dagger \alpha_\mu A_\mu \psi - \frac{e}{2} \psi'^\dagger \alpha_\mu A_\mu \psi' + J_\mu A_\mu +$$

$$+ \frac{1}{2} (\psi^\dagger \eta - \psi'^\dagger \eta') + \frac{1}{2} (\eta'^\dagger \psi - \eta'^\dagger \psi'), \quad (4)$$

причем, используя предложение Швингера, мы ввели в лагранжиан L электронно-позитронные источники η и η' и электромагнитные источники J_μ .

Воспользовавшись выражением для третьей вариационной производной

$$\delta''' \delta'' \delta' \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle =$$

$$= \left(\frac{i}{\hbar} \right)^3 \int d^4x'_1 d^4x'_2 d^4x'_3 \{ \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta' L'_1 \delta'' L'_2 \delta''' L'_3 \rangle -$$

$$- \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta' L'_1 \delta'' L'_2 \rangle \langle \delta''' L'_3 \rangle + 2 \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta' L'_1 \rangle \langle \delta''' L'_3 \rangle \langle \delta'' L'_2 \rangle -$$

$$\begin{aligned}
& - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta' L_1 \delta'' L_3 \rangle \langle \delta'' L_2' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta' L_2 \delta'' L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \rangle + \\
& + 2 \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta'' L_2' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle \langle \delta' L_1' \rangle + 2 \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta'' L_3' \rangle \langle \delta'' L_2' \rangle \langle \delta' L_1' \rangle - \\
& - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta' L_1' \rangle \langle \delta'' L_2' \delta'' L_3' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta' L_2' \rangle \langle \delta' L_1' \delta'' L_3' \rangle - \\
& - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \delta'' L_3' \rangle \langle \delta' L_1' \delta' L_2' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta'' L_2' \rangle \langle \delta' L_1' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle + \\
& + \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_2' \delta'' L_3' \rangle \langle \delta' L_1' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta'' L_2' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle \langle \delta' L_1' \rangle + \\
& + \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_2' \rangle \langle \delta' L_1' \delta'' L_3' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta'' L_2' \rangle \langle \delta' L_1' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle - \\
& - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \rangle \langle \delta' L_2' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \delta' L_2' \delta'' L_3' \rangle + \\
& + \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \delta' L_2' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \delta' L_2' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle + \\
& + \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \delta'' L_3' \rangle \langle \delta'' L_2' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \rangle \langle \delta'' L_2' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle + \\
& + \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \rangle \langle \delta'' L_2' \delta'' L_3' \rangle - \langle \delta L_1 \delta L_2 \delta L_3 \rangle \langle \delta' L_1' \rangle \langle \delta' L_2' \rangle \langle \delta'' L_3' \rangle \}, \quad (5)
\end{aligned}$$

получим:

$$G_{1231'2'3'} = G_3(x_1 x_2 x_3 x_1' x_2' x_3') = - \left(\frac{i}{\hbar} \right)^3 \langle \psi(x_1) \psi(x_2) \psi(x_3) \psi^+(x_1') \psi^+(x_2') \psi^+(x_3') \rangle \varepsilon, \quad (6)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{1231'2'3'} = \varepsilon_{12} \varepsilon_{13} \varepsilon_{11'} \varepsilon_{12'} \varepsilon_{13'} \varepsilon_{23} \varepsilon_{21'} \varepsilon_{22'} \varepsilon_{23'} \varepsilon_{31'} \varepsilon_{32'} \varepsilon_{33'} \varepsilon_{1'2'} \varepsilon_{1'3'} \varepsilon_{2'3'}. \quad (7)$$

Воспользовавшись далее значением вариационной производной

$$\frac{\delta}{\delta J'} \langle \psi_1 \psi_2 \psi_3 \rangle \varepsilon_{123} = \frac{i}{\hbar} \{ \langle \psi_1 \psi_2 \psi_3 A' \rangle - \langle \psi_1 \psi_2 \psi_3 \rangle \langle A' \rangle \}$$

и уравнением движения

$$\left(- \frac{\hbar c}{i} \alpha_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} + e \alpha_\mu A_\mu - m c^2 \beta \right) \psi(x) = - \eta(x), \quad (8)$$

используя обозначения (1), мы непосредственно получаем уравнение для гриниана (1)

$$\begin{aligned}
& \left\{ T\rho \left\{ c \beta_1 \gamma_1 \left(p_1 - \frac{e}{c} \langle A_1 \rangle \right) \right\} + \beta_1 m c^2 + T\rho \left(i e \hbar \beta_1 \gamma_1 \frac{\delta}{\delta J} \right) \right\} G_{1231'2'3'} = \\
& = \delta_{11'} G_{232'3'} + \delta_{12'} G_{233'1'} + \delta_{13'} G_{231'2'}, \quad (9)
\end{aligned}$$

где $G_{121'2'}$ — двухчастичный гриниан двух электронов. Обозначив

$$\mathcal{S}_i = T\rho \left\{ c \beta_i \gamma_i \left(p_i - \frac{e}{c} \langle A_i \rangle \right) \right\} + \beta_i m c^2 + T\rho \left(i e^2 \hbar \beta_i \gamma_i \frac{\delta}{\delta e J_i} \right), \quad i = 1, 2, 3, \quad (10)$$

подействуем на (9) оператором $\mathcal{S}_2 \mathcal{S}_3$. Получим

$$\mathcal{S}_1 \mathcal{S}_2 \mathcal{S}_3 G_{1231'2'3'} = l_{123}, \quad (11)$$

где l_{123} учитывает обменные эффекты в системе трех тождественных электронов:

$$\begin{aligned}
l_{123} = & \delta_{11'} \delta_{22'} \delta_{33'} - \delta_{11'} \delta_{23'} \delta_{32'} + \delta_{12'} \delta_{23'} \delta_{31'} - \\
& - \delta_{12'} \delta_{21'} \delta_{33'} + \delta_{13'} \delta_{21'} \delta_{32'} - \delta_{13'} \delta_{22'} \delta_{31'}. \quad (12)
\end{aligned}$$

Мы будем различать операторы $\mathcal{S}_i$, содержащие вариационные производные, и операторы F_i , содержащие операторы массы:

$$F_i = T\rho \left\{ c \beta_i \gamma_i \left(p_i - \frac{e}{c} \langle A_i \rangle \right) \right\} + \beta_i M_i c^2, \quad (13)$$

$$M_i = m + \frac{i e^2 \hbar}{c^2} T\rho \beta_i \gamma_i G_i \mathcal{S}, \quad (14)$$

$$\mathcal{F}_i - F_i = ie^2 \hbar T\rho \left\{ \beta_i \gamma_i \left(\frac{\delta}{\delta e J_i} - G_i \Gamma_i \mathcal{F} \right) \right\} = ie^2 \hbar T\rho \left(\beta_i \gamma_i G_i \frac{\delta}{\delta e J_i} F_i \right). \quad (15)$$

Поскольку $\mathcal{F}_1 G_{11} = F_1 G_{11}$, можно уравнение (11) записать в виде

$$F_3 \mathcal{F}_2 \mathcal{F}_1 G_{1231'2'3'} = 1_{123}. \quad (16)$$

Мы запишем (16), выделяя операторы взаимодействия

$$(F_3 F_2 F_1 - F_1 I_{23} - F_2 I_{13} - F_3 I_{12} - I_{123}) G_{1231'2'3'} = 1_{123}, \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} & (-F_1 I_{23} - F_2 I_{13} - F_3 I_{12} - I_{123}) G_{1231'2'3'} = \\ & = \{F_3 (\mathcal{F}_2 - F_2) F_1 + F_3 F_2 (\mathcal{F}_1 - F_1) + \mathcal{F}_3 (\mathcal{F}_2 - F_2) (\mathcal{F}_1 - F_1)\} G = \\ & = F_3 S_2 F_2 F_1 G + F_3 F_2 S_1 F_1 G + F_3 S_2 F_2 S_1 F_1 G, \end{aligned} \quad (18)$$

причем

$$S_i = ie^2 \hbar T\rho \beta_i \gamma_i G_i \frac{\delta}{\delta e J_i}. \quad (19)$$

Поддействовав операторами S_1 , S_2 и $S_1 S_2$ на обе части (17), можно найти символические выражения для операторов I_{12} , I_{13} , I_{23} , I_{123} :

$$\begin{aligned} I_{23} = & -ie^2 \hbar T\rho (\beta_2 \gamma_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) - ie^2 \hbar T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{23} - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{23} - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) G_2 T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{23}; \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} I_{13} = & -ie^2 \hbar T\rho (\beta_1 \gamma_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) - ie^2 \hbar T\rho \left(\beta_1 \gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{13} - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho \left(\beta_1 \gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{13}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} I_{12} = & -ie^2 \hbar T\rho (\beta_1 \gamma_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) - (ie^2 \hbar)^2 T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) T\rho (\beta_1 \gamma_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) G_2 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_2 \mathcal{F}) - ie^2 \hbar T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{12} - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho \left(\beta_1 \gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{12} - (ie^2 \hbar)^2 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho \left(\beta_1 \gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{12} - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) I_{12} - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) G_2 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) I_{12} - \\ & - (ie^2 \hbar)^2 T\rho \left(\beta_1 \gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J} \right) T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{12}; \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} I_{123}/(ie\hbar)^2 = & -T\rho (\beta_2 \gamma_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_1 \gamma_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) - \\ & - T\rho (\beta_2 \gamma_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_2 T\rho (\beta_1 \gamma_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) + T\rho (\beta_1 \gamma_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_2 \mathcal{F}) + \\ & + T\rho (\beta_1 \gamma_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) - T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_2 \gamma_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) - \\ & - T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_2 \mathcal{F}) - T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) G_2 T\rho (\beta_2 \gamma_2 \Gamma_2 \mathcal{F}) + \\ & + T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_1 \mathcal{F}) I_{32} - T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho \left(\beta_1 \gamma_1 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{12} + \\ & + T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{F}) I_{13} + T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) I_{12} - \\ & - T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho \left(\beta_1 \gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{123} - T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{13} + \\ & + T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_1 \mathcal{F}) I_{32} + T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_2 \mathcal{F}) I_{13} + \\ & + T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho (\beta_2 \gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{F}) I_{12} - T\rho (\beta_1 \gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{F}) G_3 T\rho \left(\beta_2 \gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J} \right) I_{123} - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{S}) G_2 T\rho\left(\beta_2\gamma_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{13} + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{S}) G_2 T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_1 \mathcal{S}) I_{32} + \\
& + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{S}) G_2 T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_2 \mathcal{S}) I_{13} + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{S}) G_2 T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{S}) I_{12} - \\
& - T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{S}) G_2 T\rho\left(\beta_2\gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{123} + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_1 \mathcal{S}) T\rho\left(\beta_2\gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{23} + \\
& + I_{23} T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_1 \mathcal{S}) - T\rho\left(\beta_1\gamma_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) T\rho\left(\beta_2\gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{23} + \\
& + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{S}) T\rho\left(\beta_2\gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{13} + T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_2 \mathcal{S}) T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{13} + \\
& + I_{13} T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_2 \mathcal{S}) - T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) T\rho\left(\beta_2\gamma_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{13} + \\
& + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{S}) T\rho\left(\beta_2\gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{12} + T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{S}) T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{12} + \\
& + T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{S}) I_{23} - T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) T\rho\left(\beta_2\gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{123} + \\
& + \frac{1}{ie\hbar} \left\{ T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_1 \mathcal{S}) I_{32} + T\rho(\beta_2\gamma_2 \Gamma_2 \mathcal{S}) I_{13} + T\rho(\beta_2\gamma_2 G_2 \Gamma_3 \mathcal{S}) I_{13} - \right. \\
& - T\rho\left(\beta_2\gamma_2 G_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{123} - T\rho\left(\beta_2\gamma_2 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{13} - T\rho\left(\beta_1\gamma_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{32} + \\
& + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_1 \mathcal{S}) I_{32} + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_2 \mathcal{S}) I_{13} + T\rho(\beta_1\gamma_1 G_1 \Gamma_3 \mathcal{S}) I_{12} - \\
& \left. - T\rho\left(\beta_1\gamma_1 G_1 \frac{\delta}{\delta e J}\right) I_{123} \right\}. \quad (23)
\end{aligned}$$

Отметим основные свойства полученных операторов (23) взаимодействия $I_{12}, I_{23}, I_{31}, I_{123}$:

1. Из (20), (21) и (22) следует, что каждый из операторов I_{12} и I_{23}, I_{13} можно находить совершенно независимо последовательными итерациями вплоть до любого необходимого порядка ie^2 . Найдя эти операторы, мы сможем найти и оператор I_{123} . Таким образом показано, что последовательными итерациями все операторы взаимодействия I_{12}, I_{23}, I_{13} и I_{123} могут быть найдены вплоть до любого желаемого порядка относительно ie^2 .

2. Подчеркнем отличие I_{12}, I_{23} и I_{13} от операторов взаимодействия двух частиц ⁽¹⁾, обязанных влиянию поляризации вакуума, создаваемого третьей частицей.

3. Трехчастичные силы, которые имеют место лишь при одновременном наличии трех частиц, обуславливаются не только указанным влиянием поляризации вакуума, но и «исконными» трехчастичными силами I_{123} . Наличие этого члена в уравнении для связанных состояний не было замечено Вентцелем. Первый не исчезающий член разложения I_{123} по ie^2 имеет порядок $(ie^2)^2$.

Следует отметить также возможность возникновения чисто «затраповочного» члена трехчастичного взаимодействия I_{123} , не связанного с двухчастичными членами I_{12} , и т. д. Аналогичным образом можно ввести трехчастичные члены в уравнения частиц, взаимодействующих через мезонное или гравитационное поле.

Московский государственный университет
им. М. В. Ломоносова

Поступило
21 VII 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ J. Schwinger, Proc. Nat. Acad. Sci., 7, 433, 455 (1951). ² G. Wentzel, Phys. Rev., 89, 684 (1953). ³ E. Salpeter, H. Bethe, Phys. Rev., 84, 1232 (1951). ⁴ В. Н. Цытович, Диссертация, МГУ, 1954.