

Г. Т. ЗАЦЕПИН и И. Л. РОЗЕНТАЛЬ

К ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ЯДЕРНО-КАСКАДНОГО ПРОЦЕССА

(Представлено академиком Д. В. Скобелевым 5 V 1954)

За последние 5 лет, после появления гипотезы о существовании ядерно-каскадного процесса ⁽¹⁾ и экспериментального доказательства ее справедливости, был развит ряд методов расчета характеристик ядерно-каскадных процессов ⁽²⁻⁶⁾. Весьма плодотворным оказался метод последовательных поколений, разработанный ранее для исследования лавин, происходящих от первичных частиц очень высокой энергии ($10^{14} - 10^{16}$ эв ^(3,4)). Этот метод был развит только для случая, когда спектр частиц, рождаемых в акте столкновения, является моноэнергетическим.

В настоящей заметке показано, что метод последовательных поколений может быть обобщен без наложения каких-либо ограничений на вид энергетического спектра частиц, образованных при ядерных столкновениях.

Как указывается далее, метод последовательных столкновений может быть распространен также и на случай сечений взаимодействия, зависящих от энергий. Однако необходимо отметить, что при достаточно высоких энергиях ($> 10^9$ эв) сечение взаимодействия, повидимому, сохраняет постоянное значение (см., например, ^(7,8)), и поэтому основную роль играет этот случай.

В дальнейших выкладках предполагается лишь, что эффективное сечение для процессов столкновения имеет предельную величину (называемую далее условно геометрическим сечением ядра атома воздуха). Решаем одномерную задачу при пренебрежении ионизационными потерями; атмосфера принимается изотермической.

В дальнейшем используются обозначения: $F^0(E, \theta, \varphi) dE d\Omega$ — число первичных частиц на границе атмосферы с энергией E , $E + dE$, падающих под углом θ с вертикалью, с азимутальным углом φ , в телесном угле $d\Omega$; l — глубина в атмосфере, выраженная в длинах свободных (ядерных) пробегов в воздухе (при эффективном сечении, равном геометрическому ядерному сечению); l_0 — глубина уровня моря; $x = l / \cos \theta$; $P^{(\eta)}(E, x, \theta, \varphi, T) dE d\Omega$ — число частиц типа η на глубине x по заданному направлению с энергией E , $E + dE$; в тексте переменные θ , φ , T опускаются;

$$k_{\eta}(E) = k_{\eta} \left(\frac{E \cos \theta}{T} \right) = \frac{l_0 \lambda_0 T}{T_0 \rho_0 \frac{E}{\mu_{\eta} c} \tau_{0\eta} \cos \theta};$$

T — температура воздуха; ρ_0 — плотность воздуха в г/см³ на уровне моря при температуре T_0 ; λ_0 — средний свободный пробег в г/см², соответствующий геометрическому сечению; μ_{η} — масса; $\tau_{0\eta}$ — среднее время жизни в покое частицы типа η ; $k_{\eta}(E)$ — коэффициент, характеризующий вероятность распада мезона η -сорта с энергией E ; вероят-

ность распада такой частицы на пути $x, x + dx$ равна $k_\eta(E)/x$ (3); $f_\eta^{(\zeta)}(E', E) dE$ — среднее число частиц типа η с энергией E , образуемых при столкновении с ядром атома воздуха частицы типа ζ с энергией E' ; $D_\eta^{(\kappa)}(E', E)$ — среднее число частиц типа η с энергией E , возникающих при спонтанном распаде частиц с энергией E' .

Система уравнений для изменения числа частиц типа η с глубиной записывается в форме

$$\frac{dP^{(\eta)}(E, x)}{dx} = -P^{(\eta)}(E, x) + \sum_{\zeta} \int_E^{\infty} P^{(\zeta)}(E', x) f_\eta^{(\zeta)}(E', E) dE' - \\ - \frac{P^{(\eta)}(E, x) k_\eta(E)}{x} + \frac{1}{x} \sum_{\kappa} \int_{E_{\eta, \min}^{(\kappa)}}^{E_{\eta, \max}^{(\kappa)}} P^{(\kappa)}(E') k_\kappa(E') D_\eta^{(\kappa)}(E', E) dE'. \quad (1)$$

Непосредственно в таком виде система уравнений применима только в том случае, если эффективное сечение взаимодействия частиц равно геометрическому ядерному сечению. Однако, если частица типа λ имеет сечение $\sigma_\lambda(E) \neq 1$, то система уравнений (1) будет иметь силу и для этих частиц, если заменить в этих уравнениях $f_\eta^{(\lambda)}$ на

$$f_\eta^{(\lambda)}(E', E) = \sigma_\lambda(E') f_\eta^{(\lambda)}(E', E); \quad \eta \neq \lambda; \\ f_\lambda^{(\lambda)}(E', E) = \sigma_\lambda(E') f_\lambda^{(\lambda)}(E', E) + [1 - \sigma_\lambda(E')] \delta(E', E); \quad (2)$$

δ — дельта-функция.

Первые два члена уравнения (1) учитывают изменение числа частиц в результате ядерных столкновений, третий член учитывает убыль частиц данного типа в результате их спонтанного распада. Четвертый член учитывает появление частиц типа η , образованных в результате спонтанного распада более тяжелых частиц. Пределы интегрирования в этом члене определяются законами сохранения и механизмом распада.

Найдем решение этого уравнения последовательно для различных поколений частиц. К нулевому поколению отнесем первичные частицы, не испытывавшие ни одного ядерного взаимодействия. К первому поколению — частицы всех типов, возникшие либо непосредственно в ядерных столкновениях первичных протонов, либо в результате спонтанного распада более тяжелых частиц, возникших от первичных. Ко второму — частицы, возникшие от первого поколения, и т. д.

Для нулевого поколения (первичных частиц) находим решение:

$$P_0^{(0)}(E, x) = e^{-x} F_0(E). \quad (3)$$

При решении уравнения для первого поколения частиц рассмотрим сначала лишь те частицы, которые возникают непосредственно при ядерных столкновениях, т. е. для которых последний член в (1) равен нулю. Подставляя во второй член уравнения решение, найденное для $P_0^{(0)}$, получаем для $P_1^{(\eta)}(E, x)$ решение:

$$P_1^{(\eta)}(E, x) = e^{-x} x F_{11}^{(\eta)}(E), \quad (4)$$

$$F_{11}^{(\eta)}(E) = \frac{1}{1 + k_\eta(E)} \int_E^{\infty} F_0^{(0)}(E') f_\eta^{(0)}(E', E) dE'. \quad (5)$$

Для частиц других типов, получающихся также при распаде более тяжелых частиц, получаем решение с учетом последнего члена

уравнения (1):

$$P_1^{(\eta)}(E, x) = e^{-x} x F_1^{(\eta)}(E), \quad (6)$$

где

$$F_1^{(\eta)}(E) = F_{11}^{(\eta)}(E) + F_{12}^{(\eta)}(E) \quad (6')$$

и $F_{11}^{(\eta)}(E)$ выражается формулой (5), а

$$F_{12}^{(\eta)}(E) = \frac{1}{1 + k_{\eta}(E)} \sum_x \int_{E_{\eta, \min}^{(x)}}^{E_{\eta, \max}^{(x)}} F_1(E') k_x(E') D_{\eta}^{(x)}(E', E) dE'. \quad (6'')$$

Продолжая далее вычисление последовательных поколений, получаем общее решение в виде рекуррентной формулы:

$$P_i^{(\eta)}(E, x) = \frac{e^{-x} x^i}{i!} F_i^{(\eta)}(E), \quad (7)$$

$$F_i^{(\eta)}(E) = F_{i1}^{(\eta)} + F_{i2}^{(\eta)}, \quad (7')$$

где

$$F_{i1}^{(\eta)}(E) = \frac{1}{1 + k_{\eta}(E)/i} \sum_{\zeta} \int_E^{\infty} F_{i-1}^{(\zeta)}(E') f_{\eta}^{(\zeta)}(E', E) dE', \quad (8')$$

$$F_{i2}^{(\eta)}(E) = \frac{1}{1 + k_{\eta}(E)/i} \sum_x \int_{E_{\eta, \min}^{(x)}}^{E_{\eta, \max}^{(x)}} F_i^{(x)}(E') k_x(E') D_{\eta}^{(x)}(E', E) dE'. \quad (8'')$$

Полное число частиц типа η на заданной глубине в атмосфере получаем, суммируя все поколения:

$$P^{(\eta)}(E, x) = \sum_0^{\infty} P_i^{(\eta)}(E, x). \quad (9)$$

Хотя решение получается в виде бесконечного ряда, однако можно показать, что в практически интересных случаях наиболее существенный вклад в сумму (9) вносит небольшое число членов, соответствующих значениям $x/2 \lesssim i \lesssim x$.

Найдем высотную зависимость ядерно-пассивных мезонов ρ -сорта. Для них можно написать простую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{dP_i^{(\rho)}(E, x)}{dx} = & -P_i^{(\rho)}(E, x) \frac{k_{\rho}(E)}{x} + \\ & + \frac{1}{x} \sum_x \int_{E_{\rho, \min}^{(x)}}^{E_{\rho, \max}^{(x)}} P_i^{(x)}(E', x) k_x(E') D_{\rho}^{(x)}(E', E) dE'. \end{aligned} \quad (10)$$

Следовательно, число ρ -частиц i -го поколения с энергией E

$$\begin{aligned} P_i^{(\rho)}(E, x) = & \\ = \frac{1}{i!} \sum_x x^{-k_{\rho}(E)} \int_{E_{\rho, \min}^{(x)}}^{E_{\rho, \max}^{(x)}} F_i^{(x)}(E') k_x(E') D_{\rho}^{(x)}(E', E) dE' \int_0^x e^{-y} y^{k_x(E)+i-1} dy. \end{aligned} \quad (11)$$

Перейдем к вычислению высотного хода полного числа электронов*. Предполагая, что при распаде с образованием фотонов энергия делится поровну между вторичными частицами, число каскадных электронов $P^{(e)}(E)$, образованных от фотонов с энергией E , порожденных непосредственно при распаде мезонов, равно:

$$P^{(e)}(E, x) = \sum_{\zeta} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{i-1}^{(\zeta)}(N^{(\zeta)} \times E)}{(i-1)!} N_e^{(\zeta)} \int_0^x e^{-(x-y)} (x-y)^{i-1} \pi(E, y) dy, \quad (12)$$

где $N^{(\zeta)}$, $N_e^{(\zeta)}$ — соответственно, полное число частиц и число фотонов, образованных при распаде ζ -частицы; $\pi(E, y)$ — полное число электронов в лавине, образованной фотоном с энергией E , если лавина прошла путь y .

Используя метод моментов, разработанный С. З. Беленьким⁽⁹⁾, можно при $x \gg 1$ оценить интеграл (11) (см. ^(3, 4)).

Окончательно получим:

$$P^{(e)}(E, x) = \sum_{\zeta} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{F_{i-1}^{(\zeta)}(N^{(\zeta)} E)}{(i-1)!} N_e^{(\zeta)} e^{-x \varepsilon^{\frac{1+\frac{1}{\sigma_0}+1}}}{aq} \left(x - \frac{1+\frac{1}{\sigma_0}}{a^2 q} \ln \varepsilon \right)^{i-1}, \quad (13)$$

где $\varepsilon = qE/\beta$; $q = 2,29$; $\sigma_0 = 0,78$; β — критическая энергия для электромагнитных каскадных процессов; a — отношение среднего ядерного пробега к радиационной единице. Подставляя в формулы (9), (11), (13) $f_1^{(1)}(E_1, E) \sim f_2^{(1)}(E_1, E) \sim f_1^{(2)}(E_1, E) \sim f_2^{(2)}(E_1, E) \sim \delta(E_1, E)$, получим решения, найденные ранее^(3, 4).

Таким образом, получены при пренебрежении ионизационными потерями общие соотношения, описывающие одномерный ядерно-каскадный процесс.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
11 II 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Г. Т. Зацепин, ДАН, 67, 993 (1949). ² Г. Т. Зацепин, ЖЭТФ, 19 (1949).
³ И. Л. Розенталь, ДАН, 80, 731 (1951). ⁴ И. Л. Розенталь, ЖЭТФ, 23, 440 (1952). ⁵ Н. Messel, Phys. Rev., 83, 21 (1951). ⁶ Н. Messel, ibid., 83, 26 (1951). ⁷ В. И. Гольданский, А. Л. Любимов, Б. В. Медведев, Усп. физ. наук, 49, 3 (1953). ⁸ D. Lal, Y. Pal, B. Peters, M. Schwam, Phys. Rev., 87, 545 (1952). ⁹ С. З. Беленький, ЖЭТФ, 19, 840 (1949).

* При вычислении числа электронов предполагается, что электронная компонента образуется при распаде ядерно-активных мезонов.