

С. З. БЕЛЕНЬКИЙ

ОБ ОБРАЗОВАНИИ ТЯЖЕЛЫХ ЧАСТИЦ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ С БОЛЬШОЙ ЭНЕРГИЕЙ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 28 VII 1954)

1. Ряд экспериментальных данных ^(1, 2) указывает на рождение в звездах, создаваемых нуклонами очень большой энергии, заметного числа тяжелых мезонов. Число рождающихся в звездах нуклонов было впервые вычислено Ферми на основе применения термодинамических методов. Согласно представлению Ферми, число частиц в звезде фиксируется в начальной стадии столкновения, когда «температура» системы значительно превосходит энергию покоя нуклонов. Тогда соотношение между числом частиц разного сорта определяется в основном числом возможных состояний этих частиц. Для нуклонов число возможных состояний равно 8, для π -мезона равно 3. С учетом этого отношение числа нуклонов к числу π -мезонов оказывается равным 2. В более поздних работах ^(4, 5) была вычислена на основе теории Ферми плотность тяжелых мезонов, которая оказалась примерно равной плотности π -мезонов. Как указал И. Я. Померанчук ⁽⁶⁾, рассмотрение Ферми непоследовательно, так как система распадается на отдельные частицы не в начальной стадии столкновения, а гораздо позже. Вслед за столкновением происходит гидродинамический разлет системы, рассмотренный Л. Д. Ландау ⁽⁷⁾, в течение которого число частиц неопределенно. Оно фиксируется при некоторой температуре системы T_h , причем:

$$kT_h \sim m_\pi c^2, \quad (1)$$

где m_π — масса π -мезона. При этой температуре происходит распад системы на отдельные частицы. Так как энергия покоя тяжелых частиц намного превышает kT_h , то высказывалось предположение ^(6, 8), что число тяжелых частиц должно быть весьма мало. При этом исходили из следующей формулы для плотности, справедливой в нерелятивистском приближении: $n \sim e^{-mc^2/kT}$. Следует, однако, иметь в виду, что это выражение является приближенным. В то же время заключение о малом числе тяжелых частиц в звездах, повидимому, противоречит опыту. Поэтому необходимо более точное вычисление плотности числа частиц.

2. При «критической» температуре T можно использовать следующее выражение для равновесной плотности n_i невзаимодействующих частиц данного сорта i :

$$dn_i = \frac{g_i}{2\pi^2 \hbar^3} \frac{p^2 dp}{e^{\frac{\epsilon_i - \mu_i}{kT}} \pm 1}. \quad (2)$$

Здесь g_i — число возможных состояний частицы при данном импульсе; p — импульс частицы; ϵ_i — энергия ($\epsilon_i = \sqrt{c^2 p^2 + m_i^2 c^4}$); μ_i — химичес-

ский потенциал; для мезонов, а также образовавшихся нуклонов, если число их достаточно велико, $\mu_i = 0$. Знак плюс в знаменателе соответствует статистике Ферми, знак минус — статистике Бозе*.

Интегрируя (2) по всем импульсам, получаем:

$$n_i = \frac{g_i}{2\pi^2} \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 F^\pm(z_i), \quad (3)$$

где $z_i = m_i c^2 / kT$,

$$F^\pm(z_i) = z_i^3 \int_0^\infty \frac{x^2 dx}{z_i \sqrt{1+x^2} \pm 1}. \quad (4)$$

Разлагая в формуле (4) знаменатель в ряд по степеням $e^{-z\sqrt{1+x^2}}$ получим:

$$F^\pm(z_i) = z_i^2 \sum_{m=0}^{\infty} (\mp 1)^m \frac{K_2[z_i(1+m)]}{(1+m)}; \quad (5)$$

здесь $K_2(z)$ — видоизмененная функция Бесселя второго рода⁽⁹⁾.

Ряд (5) быстро сходится. Функция $K_2(z)$ протабулирована в справочниках⁽¹⁰⁾. Приведем асимптотические выражения $K_2(z)$ для больших и малых значений z :

$$\begin{aligned} K_2(z) &= \left(\frac{\pi}{2} \right)^{1/2} e^{-z} \left[1 + \frac{15}{8} \frac{1}{z} \right] \quad \text{для } z > 6; \\ K_2(z) &= \frac{2}{z^2} \quad \text{для } z \ll 1. \end{aligned} \quad (6)$$

Пользуясь (6), нетрудно убедиться, что при очень больших температурах

$$n_\pi = 0,365 \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3, \quad n_n = 0,730 \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 \quad (11),$$

где n_π — плотность мезонов, n_n — плотность нуклонов (вторая из этих формул несколько отличается от соответствующей ошибочной формулы Ферми (28)⁽¹¹⁾).

При $z_i \gg 1$, что соответствует малым температурам, имеем:

$$F^\pm(z_i) = z_i^2 \left(\frac{\pi}{2z_i} \right)^{1/2} e^{-z_i}; \quad n_i = g_i \left(\frac{kT m_i}{2\pi \hbar^2} \right)^{3/2} e^{-m_i c^2 / kT}. \quad (7)$$

Аналогично вычисляется и плотность энергии частиц различного сорта. Приводим соответствующие формулы:

$$\epsilon_i = kT \left(\frac{g_i}{2\pi^2} \right) \left(\frac{kT}{\hbar c} \right)^3 \Phi^\pm(z_i),$$

где ϵ_i — плотность энергии, $z_i = m_i c^2 / kT$,

$$\Phi^\pm(z_i) = z_i^2 \sum_{m=0}^{\infty} (\mp 1)^m \left\{ \frac{3K_2[z_i(1+m)] + z_i(1+m) K_1[z_i(1+m)]}{(1+m)^2} \right\}; \quad (8)$$

здесь $K_1(z)$ — видоизмененная функция Бесселя первого рода. Таблицы значений $K_1(z)$ см. (10). Приводим асимптотические выражения $K_1(z)$ для больших и малых значений z :

* Здесь предполагается, что все рассматриваемые частицы образуются при температуре T_n ; это для некоторых частиц может быть и несправедливо.

$$K_1(z) = \left(\frac{\pi}{2z}\right)^{1/2} e^{-z} \left[1 + \frac{3}{8} \frac{1}{z}\right] \quad \text{для } z \gg 1;$$

$$K_1(z) = \frac{1}{z} \quad \text{для } z \ll 1. \quad (9)$$

При z , стремящемся к нулю (очень большие температуры),

$$\Phi^+(0) = 5,68, \quad \Phi^-(0) = 6,49 \quad (11).$$

При $z \gg 1$, что соответствует малым температурам:

$$\Phi^\pm(z_i) = z_i^3 \left(\frac{\pi}{2z_i}\right)^{1/2} e^{-z_i} \left[1 + \frac{27}{8z_i}\right]. \quad (10)$$

Пользуясь (3), (6), (8) и (10), получаем, что средняя энергия частиц при малых температурах равна $\epsilon_i = m_i c^2 + \frac{3}{2} kT$.

3. Вычисление числа образующихся нуклонов несколько осложняется, если учесть, что до соударения уже имеется некоторое число нуклонов. Это число равно 2 при соударении двух нуклонов и может быть значительно больше при соударении нуклона с ядром. Химические потенциалы нуклонов μ_{nn} и антинуклонов μ_{na} в этом случае не равны нулю, а удовлетворяют условию ⁽¹²⁾: $\mu_{nn} + \mu_{na} = 0$. С другой стороны, разность числа нуклонов и числа антинуклонов в системе должна равняться числу начальных нуклонов.

Вычисление приводит к следующей формуле:]

$$\frac{N_n}{N_\pi} = \sqrt{\left(\frac{N_n}{N_\pi}\right)_0^2 + \left(\frac{N_0}{N_\pi}\right)^2}, \quad (11)$$

где N_n/N_π и N_0/N_π — соответственно, отношение числа нуклонов и антинуклонов в системе к числу π -мезонов и отношение числа начальных нуклонов к числу π -мезонов;

$(N_n/N_\pi)_0$ — отношение числа нуклонов и антинуклонов к числу π -мезонов при $N_0 = 0$. Формула (11) практически применима вплоть до N_0 порядка N_n и больше. Если считать, что V -частицы (или Λ -частицы, см. ⁽¹³⁾) образуются в звездах, то они также должны быть учтены.

4. В табл. 1 приведены отношения числа частиц с различными массами к числу π -мезонов при разных температурах T . В качестве примера взяты следующие частицы: частица с массой, равной $970 m_e$, и числом состояний 3^* (условное обозначение τ); частица с массой, равной $1300 m_e$, и числом состояний 3 (χ -мезоны); частица с массой, равной $2200 m_e$, и числом состояний 8 (Λ -частицы); частица с массой, равной $540 m_e$, и числом состояний 3 (ζ -мезоны), а также нуклоны (число состояний 8, $N_0 = 0$).

В табл. 2 приведены отношения энергии, уносимой частицами различных масс, к энергии, уносимой π -мезонами. Заметим, что выражения для отношения энергий справедливы в любой системе отсчета.

Таблица 1

Отношение числа тяжелых частиц к числу π -мезонов

kT в долях $m_\pi c^2$	$\frac{N_\tau}{N_\pi}$ ($m_\tau = 970 m_e$)	$\frac{N_\chi}{N_\pi}$ ($m_\chi = 1300 m_e$)	$\frac{N_\Lambda}{N_\pi}$ ($m_\Lambda = 1840 m_e$)	$\frac{N_\zeta}{N_\pi}$ ($m_\zeta = 2200 m_e$)	$\frac{N_n}{N_\pi}$ ($m_n = 540 m_e$)
0,5	0,028	—	—	—	0,27
1,0	0,23	—	—	—	0,59
1,2	0,32	0,097	0,06	—	0,67
1,5	0,43	0,16	0,126	0,053	0,75
2,0	0,57	0,26	0,27	0,13	0,82
3,0	0,73	0,40	0,56	0,33	0,89
4,0	0,80	0,59	1,04	0,78	0,93
5,0	0,86	0,71	1,34	1,12	0,94
6,0	0,89	0,77	1,52	1,35	0,96
7,0	0,91	0,82	1,65	1,50	0,97
		0,86	1,72	1,61	

* Это соответствует предположению о спине 0 и зарядах $+e$, $-e$ и 0.

Из данных представленных в этих таблицах, видно, что в области $kT \sim m_{\pi}c^2$, число тяжелых частиц отнюдь не мало. Уже при $kT = 1,2m_{\pi}c^2$ имеется вполне заметное, сравнимое с экспериментальными, число τ - и χ -мезонов, а также нуклонов, которые уносят заметную долю энергии. Так, сравнительно небольшое число нуклонов (12%) уносит энергию, составляющую 30% от энергии π -мезонов. Это означает концентрацию большей энергии на каждом нуклоне. Большая

Таблица 2

Отношение энергии тяжелых частиц к энергии π -мезонов

kT в долях $m_{\pi}c^2$	$\frac{\epsilon_{\tau}}{\epsilon_{\pi}}$	$\frac{\epsilon_{\chi}}{\epsilon_{\pi}}$	$\frac{\epsilon_N}{\epsilon_{\pi}}$	$\frac{\epsilon_{\Lambda}}{\epsilon_{\pi}}$	$\frac{\epsilon_{\Sigma}}{\epsilon_{\pi}}$
0,5	0,05	—	—	—	0,38
1,0	0,39	0,20	0,14	—	0,74
1,2	0,49	0,30	0,30	0,13	0,80
1,5	0,62	0,44	0,57	0,32	0,87
2,0	0,75	0,60	1,0	0,69	0,92
3,0	0,87	0,78	1,6	1,3	0,96
4,0	0,92	0,87	1,88	1,68	0,97
5,0	0,95	0,91	2,04	1,89	0,98
6,0	0,96	0,93	2,13	2,02	0,99
7,0	0,97	0,95	2,18	2,10	0,99

доля тяжелых частиц связана с тем, что частицы при $kT \sim m_{\pi}c^2$ обладают уже достаточно большой средней энергией. Так, при $kT = 1,5 m_{\pi}c^2$ средняя энергия π -мезонов равна, за вычетом энергии покоя, $3 m_{\pi}c^2$. Для того чтобы при температуре T был возможен распад системы, необходимо, чтобы длина свободного пробега частиц при T была не меньше характерных размеров системы $L \approx \hbar/m_{\pi}c$. Длина пробега $l \approx 1/n\sigma$, где n — плотность частиц, σ — сечение взаимодействия. Положив $\sigma = (\hbar/m_{\pi}c)^2$, получим, что при $kT = m_{\pi}c^2$ $l = 3,6L$; при $kT = 1,5 m_{\pi}c^2$ $l = L$,

а при $kT = 3m_{\pi}c^2$ $l = 1/10 L$. Из этих данных видно, что значение kT порядка $2-3 m_{\pi}c^2$ маловероятно из-за чересчур большой плотности частиц. С другой стороны, при значениях $kT < m_{\pi}c^2$ получается слишком малая доля тяжелых частиц. Поэтому, если действительно подтвердится, что образуется большое число тяжелых частиц, то правдоподобны значения kT , близкие к $m_{\pi}c^2$ (например, $kT_k \approx 1,2m_{\pi}c^2$).

Оценим в заключение примерное число образующихся антинуклонов. Пусть $kT_k = 1,5 m_{\pi}c^2$. Согласно табл. 1 $(N_N/N_{\pi})_0 = 0,27$. Допустим также, что $N_0/N_{\pi} = 0,15$, что соответствует при $N_{\pi} = 20$ трем начальным нуклонам. По формуле (11) $N_N/N_{\pi} = 0,3$. Вычитая отсюда начальные и образовавшиеся нуклоны, получаем, что отношение числа заряженных антинуклонов к числу π -мезонов равно 0,04. Учет Λ -частиц приведет к небольшому изменению этого числа.

Выражаю благодарность Л. Д. Ландау за обсуждение этой работы.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии наук СССР

Поступило
6 V 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ А. А. Алиханов, Усп. физ. наук, **50**, 481 (1953); R. Daniel, J. H. Davies et al., Phil. Mag., **143**, 753 (1952). ² C. F. Powell, Proc. Roy. Soc., **221**, № 1146, 277 (1954). ³ E. Fermi, Progr. Theor. Phys., **5**, 570 (1950). ⁴ V. Haber-Schaim, G. Yekutieli, Phil. Mag., **43**, 997 (1952). ⁵ D. S. Naraya, Proc. Ind. Acad. Sci., **37**, 120 (1953). ⁶ И. Я. Померанчук, ДАН, **78**, 889 (1951). ⁷ Л. Д. Ландау, Изв. АН СССР, сер. физ., **17**, № 1, 51 (1953). ⁸ И. Л. Розенталь, Д. С. Чернавский, Усп. физ. наук, **52**, 185 (1954). ⁹ С. Чандрасекар, Введение в учение о строении звезд, ИЛ, гл. X, 1950. ¹⁰ Г. Н. Ватсон, Теория бесселевых функций, ч. II, стр. 89, 1949. ¹¹ И. М. Рыжик, Таблицы интегралов, рядов и т. д., 1948, стр. 224—245. ¹² Л. Ландау, Е. Лифшиц, Статистическая физика, 1951, стр. 95, 157. ¹³ E. Amaldi, C. D. Anderson and oth., Nature, **173**, No. 4394, 123 (1954).