

узнаваемости факультета математики и информационных технологий на внутренней и внешней арене.

1. Факультет математики и информационных технологий – О факультете // Официальный сайт УО «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». – URL: <https://www.vsu.by/universitet/fakultety/matematiki-i-it.html> (дата обращения: 04.09.2025).

2. Преобразование изображений в векторные с помощью функции «Трассировка изображения» // Справочный центр Adobe. – URL: <https://helpx.adobe.com/ru/illustrator/using/image-trace.html> (дата обращения: 04.09.2025).

3. Символика университета // Официальный сайт УО «Витебский государственный университет имени П.М. Машерова». – URL: <https://www.vsu.by/universitet/ob-universitete/114-simvolika.html> (дата обращения: 04.09.2025).

СПОСОБ ГРАФИЧЕСКОГО ОТОБРАЖЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПЛОСКИХ РЫЧАЖНЫХ МЕХАНИЗМОВ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦ ОДНОРОДНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Котов А.В.,

*аспирант Гомельского государственного технического университета имени П.О. Сухого,
г. Гомель, Республика Беларусь, вед. инженер-конструктор ОАО «Сейсмотехника»,*

г. Гомель, Республика Беларусь

Научный руководитель – Кроль Д.Г., канд. физ.-мат. наук, доцент

Ключевые слова. Математическая модель, рычажный механизм, матрицы однородного преобразования, кинематическая схема, графическое отображение.

Keywords. Mathematical model, lever mechanism, homogeneous transformation matrices, kinematic diagram, graphical display.

Многие работы, посвященные разработке математических моделей плоских рычажных механизмов, проводятся в специализированных математических пакетах или с использованием универсальных языков программирования [1, 2]. Имеющиеся в данных программных средствах инструменты для графического отображения результатов моделирования являются весьма полезными и удобными в использовании, однако их потенциал применяется далеко не всегда [3, 4]. В большинстве случаев чтобы осуществить в полном объеме графическое отображение математической модели плоского рычажного механизма, необходимо обладать определенными знаниями программирования, что не всегда является возможным. Поэтому разработка доступного, наглядного, а главное универсального способа графического отображения математических моделей плоских рычажных механизмов является все еще актуальной научной и практической задачей.

Материал и методы. В данной работе предлагается способ графического отображения математической модели плоского рычажного механизма при проведении его кинематического анализа с помощью матриц однородного преобразования. Учитывая, что все современные компьютерные вычислительные средства имеют свои индивидуальные особенности отображения графических результатов, то предложенный способ будет рассмотрен на примере математического пакета PTC.MathCAD.

При математическом описании произвольного сложного движения некоторого графического объекта на плоскости в однородных координатах последовательно рассматриваются элементарные (базовые) преобразования движения [5, 6], каждое из которых можно представить в виде матриц размером 3×3 (параллельный перенос, поворот, масштабирование относительно начала системы координат и др.). При этом для реализации окончательного графического отображения графического объекта с помощью одного математического действия, достаточно последовательно перемножить все необходимые матрицы однородного преобразования.

Для осуществления графического отображения интересующего объекта математической модели рычажного механизма на плоскости XU принятой декартовой системы координат необходимо вначале составить базовую матрицу, состоящую из координат точек (вершин) исходного объекта. Особенностью данной матрицы является то, что третьей

координатой (в соответствии с теорией однородных преобразований) всегда выступает число 1. После чего базовая матрица графического объекта, в зависимости от его положения и роли в математической модели, последовательно умножается на соответствующие матрицы однородного преобразования. В общем виде математическую запись указанных действий с матрицами однородных преобразований для произвольного графического отображения объекта можно записать как:

$$P = \underbrace{\begin{pmatrix} scale & 0 & 0 \\ 0 & scale & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{масштаб}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 & r_x \\ 0 & 1 & r_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{перенос}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\text{поворот}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}}_{\text{и др.}} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_i \\ y_1 & y_2 & \dots & y_i \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}}_{\text{базовая матрица}},$$

где $scale$ – масштабный фактор для осей X и Y принятой системы координат; r_x, r_y – проекции радиус-вектора точки, в которую необходимо переместить графический объект; α – угол поворота графического объекта на плоскости относительно начала системы координат, рад; x_i, y_i – координаты i -ой точки базовой матрицы исходного объекта.

Результаты и их обсуждение. При осуществлении графического отображения математической модели рычажного механизма будем считать, что для заданного закона движения входного звена (изменения обобщенной координаты) заранее уже выполнен кинематический анализ механизма одним из известных методов, например методом преобразования координат в неизменном базисе [7].

Приведем пример реализации графического отображения упругого элемента (пружины) на кинематической схеме рычажного механизма с помощью матриц однородного преобразования в математическом пакете PTC.MathCAD, используя для этого пользовательскую функцию, приведенную на рисунке 1. Данная пользовательская функция содержит четыре входных параметра: A, B – радиус-вектора точек, между которыми требуется графически отобразить упругий элемент; N – требуемое для отображения число условных витков пружины; $scale$ – масштабный фактор. Результатом вычисления данной пользовательской функции будет конечная матрица чисел для графического отображения упругого элемента с динамически изменяющимся расстоянием между витками, имитирующими процесс растяжения или сжатия.

$$\begin{aligned} \text{Spring}(A, B, N, scale) := & \begin{cases} e_{AB} \leftarrow (B - A) \cdot (|B - A|)^{-1} & \text{- единичный направляющий вектор} \\ dL \leftarrow |B - A| \cdot N^{-1} & \text{- шаг витков упругого элемента} \\ P \leftarrow (0 \ 0 \ 1)^T & \text{- координаты первой точки базовой матрицы} \\ STR \leftarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & A_x \\ 0 & 1 & A_y \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_{AB_x} & -e_{AB_y} & 0 \\ e_{AB_y} & e_{AB_x} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \text{- умножение матриц однородного преобразования (перенос и поворот)} \\ \text{for } i \in 0..N-1 & \\ P \leftarrow \text{augment} \left[P, \begin{bmatrix} dL \cdot (0.25 + i) & dL \cdot (0.75 + i) & dL \cdot (1 + i) \\ scale & -scale & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \right] & \text{- цикл формирования базовой матрицы точек упругого элемента} \\ (STR \cdot P)^T & \text{- конечная матрица} \end{cases} \end{aligned}$$

Рисунок 1 – Пользовательская функция для отображения упругого элемента в математическом пакете PTC.MathCAD

Для графического отображения на кинематической схеме рычажного механизма динамического объекта в виде упругого элемента (например, расположенного между точками E и B с условным числом витков 10 и масштабным фактором 15), необходимо

составить нижеприведенное выражение и поместить его по соответствующим осям X и Y декартового графика в математическом пакете PTC.MathCAD:

$$\text{Spr}(\phi, XY) = \text{Spring}(E, B(\phi), 10, 15)^{<XY>},$$

где XY – параметр, отвечающий за вывод отдельного столбца массива, содержащего координаты точек по осям X или Y принятой декартовой системы координат.

На рисунке 2 представлен пример графического отображения математической модели плоского рычажного механизма при проведении его кинематического анализа с помощью пользовательских функций, сформированных на основе матриц однородного преобразования. В зависимости от отображаемого на кинематической схеме положения рычажного механизма расстояние между витками пружины будет динамически изменяться, имитирую тем самым ее работу.

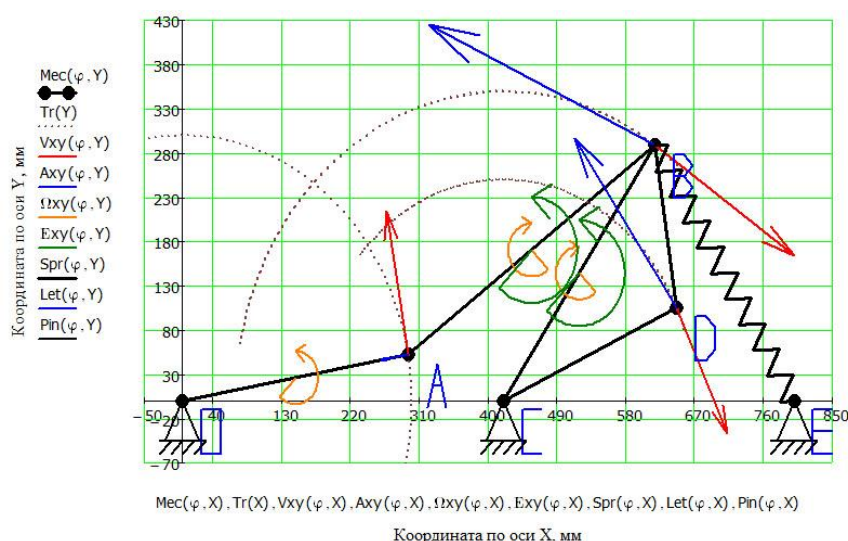


Рисунок 2 – Графическое отображение математической модели плоского рычажного механизма при проведении его кинематического анализа в PTC.MathCAD

Кроме того возможности математического пакета PTC.MathCAD позволяют для полученного графического отображения математической модели плоского рычажного механизма создавать соответствующие анимационные ролики в видеоформате [8].

Заключение. Изложенный способ графического отображения математических моделей плоских рычажных механизмов с помощью матриц однородного преобразования позволяет обеспечить точное и наглядное представление результатов их кинематического анализа. Такой подход дает возможность уже на стадии предварительного математического моделирования контролировать корректность аналитических зависимостей и проводить всестороннее изучение кинематических характеристик механизмов. Предложенный способ является универсальным и может быть адаптирован в любых современных математических пакетах и языках программирования с учетом специфики их работы с графическими объектами.

1. Бертяев, В.Д. Теоретическая механика на базе MathCAD. Практикум / В.Д. Бертяев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 734 с.
2. Дворжак, В.М. Візуалізація схемотехнічного моделювання механізмів технологічних машин / В.М. Дворжак, Д.Л. Литвяк, І.С. Мелашенко [та ін.] // Технології та дизайн. – 2018. – № 4 (29). – С. 1-9.
3. Евграфов, А.Н. Компьютерная анимация кинематических схем в программах Excel и MathCAD / А.Н. Евграфов, Г.Н. Петров // Теория механизмов и машин. 2008. №1(11). – С. 71-80.
4. Очков, В.Ф. Живые кинематические схемы в MathCAD / В.Ф. Очков // Открытое образование. – 2013. – № 3(98). – С. 27-33.
5. Зенкевич, С.Л., Ющенко А.С. Основы управления манипуляционными роботами: Учебник для вузов / С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко. – М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 480 с.
6. Порев, В.Н. Компьютерная графика / В.Н. Порев. – СПб.: БХВ-Петербург, 2002. – 432 с.

7. Котов, А.В. Оптимизация параметров предохранительного элемента пальчикового механизма шнека жатки зерноуборочного комбайна / А.В. Котов // Тракторы и сельхозмашины. - 2023. - Т. 90. - №1. - С. 13-24. - DOI: <https://doi.org/10.17816/0321-4443-114970>.

8. Котов, А.В. Графическое отображение математической модели пружинно-рычажного механизма в математическом пакете PTC.MathCAD [Видео]. - Режим доступа: <https://www.youtube.com/watch?v=wb-fiqrnonw>. - Дата доступа: 01.09.2025.

ЦИФРОВОЙ КЛОН ПРЕПОДАВАТЕЛЯ КАК ИННОВАЦИОННЫЙ ЭЛЕМЕНТ АСУ НА БАЗЕ ТЕХНОЛОГИЙ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Крыштахович Г.М.,

*учащийся 4 курса Оршанского колледжа ВГУ имени П.М. Машерова,
г. Орша, Республика Беларусь*

Научный руководитель – Юржиц С.Л., магистр, преподаватель

Ключевые слова. Цифровой клон, искусственный интеллект, автоматизированная система управления, анализ голоса, генерация текста, звуковой анализ, аватаризация.

Keywords. Digital clone, artificial intelligence, automated control system, voice analysis, text generation, and sound analysis, avatarization.

Искусственный интеллект в образовании становится ключевым направлением цифровой трансформации. Если ещё десять лет назад основными инструментами автоматизации были электронные дневники и базы данных, то сегодня на первый план выходят интеллектуальные системы, способные взаимодействовать с обучающимся в режиме реального времени. Одним из перспективных направлений является создание цифрового клона преподавателя – виртуального помощника, который может отвечать на вопросы обучающихся, объяснять материал, демонстрировать эмоции и даже воспроизводить голос конкретного человека.

Использование цифрового клона в образовательных процессах позволяет:

- повысить доступность знаний (ответы доступны в любое время, а не только на занятии);
- сократить нагрузку на преподавателя;
- индивидуализировать обучение;
- сделать процесс более интерактивным и интересным.

Исходя из вышеизложенного, становится очевидным, что развитие искусственного интеллекта и его интеграция в образовательный процесс открывают новые возможности для совершенствования системы обучения. В связи с этим цель исследования определена как, разработка концепции цифрового клона преподавателя и внедрение его в автоматизированную систему управления обучением (АСУ).

В рамках достижения поставленной цели были определены конкретные исследовательские задачи:

- подобрать программные средства для реализации искусственного интеллекта (ИИ), синтеза и распознавания речи.
- определить технологии для создания визуализации (аватара преподавателя).
- разработать архитектуру интеграции всех компонентов в единую систему.

Материалы и методы. В ходе разработки цифрового клона использовались современные open-source решения, которые были объединены в единую систему.

Для генерации ответов на вопросы обучающихся применялись языковые модели LLaMA 2/3 и GPT4All, которые позволяли формировать осмысленные и связные ответы без необходимости обращения к коммерческим API. Для повышения точности и релевантности информации использовался RAG-подход (Retrieval-Augmented Generation): учебные материалы и лекции были преобразованы во векторное представление с помощью библиотеки FAISS, что обеспечивало поиск и выбор наиболее подходящих фрагментов перед генерацией ответа [2, 3].