

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

П. И. КУЛЕШОВ

**О НАСТУПЛЕНИИ ТЕКУЧЕСТИ ПРИ КРУЧЕНИИ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КРИСТАЛЛОВ**

(Представлено академиком Н. В. Беловым 23 VI 1954)

Предел текучести металлических кристаллов изучался главным образом для растяжения, по статическому кручению работ опубликовано мало (^{1, 2}). В частности, представляет интерес изучение анизотропии предела текучести кручения у кристаллов с разными типами решетки.

В данной работе рассматривается кручение кристаллов с кубической грани- и объемноцентрированной и гексагональной плотно упакованной решетками. В качестве осей кручения приняты направления $[001]$, $[011]$ и $[111]$ для кристаллов кубической системы и направления $[12\bar{1}1]$ и $[0001]$ для гексагональных кристаллов. Вычисление предела текучести производилось из закона скалывающего напряжения и в предположении, что образцы имеют форму тонкостенных цилиндрических трубок.

Осевой и кристаллографический пределы текучести τ_0 и τ_k всякой системы скольжения связаны общим соотношением

$$\tau_0 = \frac{1}{p} \tau_k^*, \quad (1)$$

где p — некоторый множитель, учитывающий ориентировку системы скольжения относительно оси образца и вид напряженного состояния.

Можно показать, что при задании напряженного состояния в главных осях ($\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$) множитель p для кручения ($\sigma_1 = -\sigma_3$, $\sigma_2 = 0$) имеет следующий общий вид:

$$p = \frac{1}{\sqrt{1 + \cos^2 \varepsilon}} (r_1 \sin \varepsilon + r_2 \sqrt{2} \cos \varepsilon), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} r_1 &= \cos(t, x) \cos(N, z) + \cos(N, x) \cos(t, z), \\ r_2 &= [\cos(t, y) \cos(N, z) + \cos(N, y) \cos(t, z)]. \end{aligned} \quad (2a)$$

Здесь ε является азимутом, определяющим положение вертикальной плоскости, проходящей через ось y (ось y принята за направление скалывающего напряжения), относительно координатной плоскости $I, 3$ (см. рис. 1), а $\cos(t, x)$, ..., $\cos(N, x)$, ... — направляющие

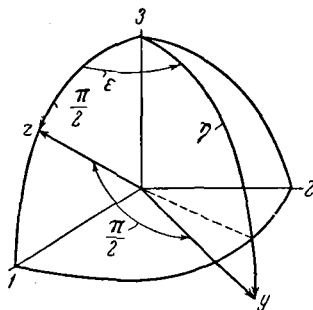


Рис. 1. Положение осей образца z и y относительно главных осей при кручении ($\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$)

* Соотношение (1) вытекает из формулы преобразования компонентов напряженного состояния к новым осям.

косинусы направления скольжения l и нормали плоскости скольжения N в координатных осях образца x, y, z (ось z принята за ось цилиндра, которая при кручении лежит в плоскости $1, 3$ и делит пополам угол между главными осями 1 и 3). Таким образом, соотношение (2),

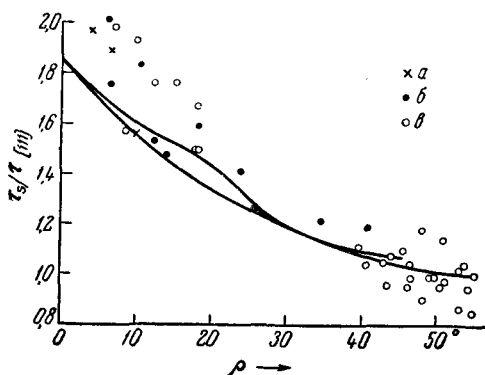


Рис. 2. Зависимость $\tau_s / \tau_{[111]}$ от ориентировки (угла ρ) при кручении монокристаллов кубической системы. Кривая 1 вычислена при $\omega = 0$, кривая 2 — при $\omega = 45^\circ$. $a - \omega = 0 - 15^\circ$, $b - 15 - 30^\circ$, $v - 30 - 45^\circ$. Экспериментальные точки (сплав алюминия с 5% меди) нанесены по литературным данным (2)

как общее, справедливо для кристаллических решеток любого типа.

На поверхности цилиндрического образца ориентировка скальвающего напряжения относительно главных осей вдоль периметра непрерывно изменяется, так как скальвающее напряжение в каждой данной точке периметра направлено по касательной. Но это означает, что и осевой предел текучести вдоль периметра образца не остается постоянным. Действительно, из рис. 1 непосредственно видно, что при фиксированном положении оси z положение оси y , по которой направлено скальвающее напряжение, определяется относительно главных осей изиму-

том ε . Но с другой стороны, согласно (2) и (1), и осевой предел текучести зависит также от азимута ε . Таким образом, предел текучести кристалла, определяемый из эксперимента, равен некоторому среднему пределу текучести:

$$\tau_s = \frac{\tau_k}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \int_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2} \frac{d\varepsilon}{p}. \quad (3)$$

Подставляя в (3) значение p из (2) и интегрируя, получим

$$\begin{aligned} \tau_s = & \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{\tau_k}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \frac{V \sqrt{r_1^2 + r_2^2}}{r_1^2 + 2r_2^2} \left[\frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{2-b}} \arcsin \frac{\sin \varepsilon}{\sqrt{2}} + \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{1+a}} \ln \frac{\sqrt{1+\cos^2 \varepsilon} + \cos \varepsilon}{\sqrt{1+\cos^2 \varepsilon} - \cos \varepsilon} - \ln \left(\frac{V\bar{a} + \sqrt{1+a} \sqrt{1+\cos^2 \varepsilon} + \cos \varepsilon}{V\bar{a} + \sqrt{1+a} \sqrt{1+\cos^2 \varepsilon} - \cos \varepsilon} \times \right. \\ & \times \left. \frac{2 + \sqrt{2-b} \sqrt{1+\cos^2 \varepsilon} + \sqrt{b} \sin \varepsilon}{2 + \sqrt{2-b} \sqrt{1+\cos^2 \varepsilon} - \sqrt{b} \sin \varepsilon} \frac{1 + V\bar{a} \cos \varepsilon}{V\bar{b} + \sin \varepsilon} \frac{\sin \varepsilon - V\bar{b}}{1 - V\bar{a} \cos \varepsilon} \right) \Bigg] \Bigg|_{\varepsilon_1}^{\varepsilon_2}, \quad (4) \end{aligned}$$

где обозначено

$$a = 1 + 2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \quad \text{и} \quad b = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} (r_1 / r_2)^2}.$$

Относительные пределы текучести τ_s / τ_k и основные данные, по которым они вычислены, приведены в табл. 1. Экстремальные значения относительных пределов текучести вычислены из соотношения (2), а средние значения — по (4).

Из табл. 1 видно, что у кристаллов с гране- и объемноцентрированной кубической решеткой, несмотря на различие в типах решетки, относительные пределы текучести τ_s / τ_k по одноименным осям одинаковы. Одинаковы также относительные пределы текучести у кубических и гексагональных кристаллов для осей $[111]$ и $[0001]$. Этот результат не случаен и объясняется следующим.

Таблица 1

Пределы текучести кручения металлических кристаллов
кубической и гексагональной систем

Ось круче- ния	Система скольжения *	Множители		Пределы интегрирова- ния	Пределы текучести		
		r_1	r_2		$\frac{\tau_{\min}}{\tau_k}$	$\frac{\tau_{\max}}{\tau_k}$	$\frac{\tau_s}{\tau_k}$
Кубическая гранецентрированная и кубическая объемноцентрированная решетки							
[001]	$\left\{ \begin{array}{l} [\bar{1}10], (111) \\ [111]', (\bar{1}10)' \end{array} \right\}$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	$\frac{\sqrt{6}}{6}$	0—90°	1,73	2,45	1,94 ₃
[110]	$\left\{ \begin{array}{l} [110], (\bar{1}\bar{1}1) \\ [\bar{1}11]', (110)' \end{array} \right\}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	0—90°	1	1,73	1,12
[111]	$\left\{ \begin{array}{l} [\bar{1}\bar{1}0], (111) \\ [111]', (\bar{1}\bar{1}0)' \end{array} \right\}$	0	1	0—39°14'	—	—	—
	$\left\{ \begin{array}{l} [10\bar{1}], (111) \\ [\bar{1}11]', (10\bar{1})' \end{array} \right\}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	39°14'—90°	1	1,15	1,05
Гексагональная плотноупакованная решетка							
$[\bar{1}2\bar{1}1]$	$\left\{ \begin{array}{l} [\bar{1}2\bar{1}0], (0001) \\ [11\bar{2}0], (0001) \end{array} \right\}$	0 0,456	0,446 0,223	0—34°38' 34°38'—90°	1,97	,50	2,18
[0001]	$\left\{ \begin{array}{l} [11\bar{2}0], (0001) \\ [\bar{1}2\bar{1}0], (0001) \end{array} \right\}$	0 $\frac{\sqrt{3}}{2}$	1 $\frac{1}{2}$	39°14'—90°	1	1,05	1,05

* Системы скольжения кубической объемноцентрированной решетки отмечены штрихами.

Как видно из соотношения (2), когда коэффициенты r для каких-либо двух или даже нескольких осей кручения равны, что всегда имеет место при равенстве направляющих косинусов, то, несмотря на различие в типах решетки, зависимость $\frac{\tau_k}{\tau_0} = \varepsilon$ для этих осей одинакова. Если к тому же одинакова и симметрия в расположении элементов скольжения относительно осей кручения, то и зависимости типа $\frac{\tau_k}{\tau_0} = \varepsilon$ для этих осей полностью совпадают, а значит, точно совпадают и средние относительные пределы текучести. Далее из (2) видно, что при взаимной перестановке t и N , т. е. когда элементы скольжения обмениваются местами, коэффициенты r_1 и r_2 своей величины не изменяют. Но так как и симметрия в расположении элементов скольжения при этом не меняется, то, следовательно, взаимная перестановка t и N на величину среднего относительного предела текучести не влияет.

Таким образом, для кристаллов с разными типами решетки имеют место следующие закономерности:

1) При одинаковой симметрии в расположении элементов скольжения относительно каких-либо осей кручения и при равных направляющих косинусах относительные пределы текучести для этих осей равны вне зависимости от типа кристаллической решетки.

2) Взаимная перестановка элементов скольжения не изменяет относительной величины предела текучести.

Следует отметить, что эти закономерности соблюдаются в любом вообще случае напряженного состояния. У кристаллитов с гране- и объемноцентрированной кубической решеткой точное совпадение относительных пределов текучести для осей [001], [110] и [111] обуслов-

лено, стало быть, второй закономерностью, поскольку при переходе от одного типа решетки к другому элементы скольжения взаимно меняются местами (см. табл. 1). Но, согласно этой же закономерности, относительные пределы текучести в данном случае равны вообще для всех одноименных осей обеих решеток. Отсюда видно, что анизотропия предела текучести кручения у кристаллов с гране- и объемноцентрированной кубической решеткой одинакова. Что же касается совпадения относительных пределов текучести для осей $[111]$ и $[0001]$ кристаллов кубической и гексагональной систем, то оно обусловлено первой закономерностью, так как симметрия в расположении действующих направлений скольжения для обеих осей одинакова, а направляющие косинусы равны, поскольку ось кручения в обеих решетках перпендикулярна к плоскости скольжения.

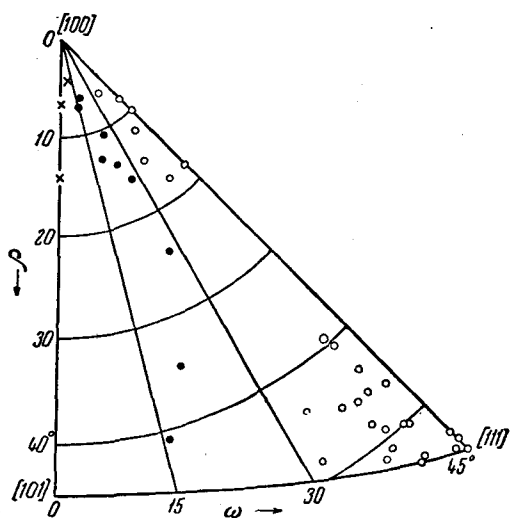


Рис. 3. Ориентировка монокристаллов (сплав алюминия с 5% меди), для которых определен предел текучести при статическом кручении ⁽²⁾

мы иллюстрируется также рис. 2, на котором даны как вычисленные, так и экспериментальные ⁽²⁾ значения $\tau_s/\tau_{[111]}$ при различных положениях оси образца, указанных на рис. 3.

Заметим, что величина отношения $\tau_s/\tau_{[111]}$ зависит главным образом от угла ρ и совсем слабо зависит от угла ω , которыми определяется положение оси образца относительно кристаллических осей (рис. 3). Это хорошо видно из рис. 2, где кривые для значений $\omega = 0$ и 45° расположены довольно «тесно». Поэтому экспериментальные точки разделены по углу ω лишь на три группы: $0-15^\circ$, $15-30^\circ$, $30-45^\circ$. Из рис. 2, однако, видно, что разброс перекрывает влияние угла ω , т. е. влияние угла ω , действительно, невелико. Вместе с тем, несмотря на значительный разброс, зависимость предела текучести от ориентировки (от угла ρ) все же хорошо заметна и в основном согласуется с вычисленной. Правда, при малых углах ρ ($0-20^\circ$) наблюдается уклонение точек вверх, т. е. экспериментальные значения $\tau_s/\tau_{[111]}$ в среднем оказываются выше вычисленных. Это следует объяснить тем, что расчет сделан для трубчатых тонкостенных образцов, между тем как в опытах образцы были сплошные и одинакового диаметра. Но при этих условиях градиент напряжения в образцах с более высоким пределом текучести (малые ρ) значительнее, чем в образцах с меньшим пределом текучести (большие ρ), так что и поддерживающее влияние соседних (внутренних) слоев при малых углах ρ оказывается сильнее, чем при больших.

Донецкий индустриальный институт
им. Н. С. Хрущева

Поступило
9 III 1953

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ H. Gough, S. Wright, D. Hanson, J. Inst. Met., **36**, 173 (1926).
- ² R. Karnop, C. Sachs, Zs. Phys., **53**, 605 (1929).