

С. И. ПЕКАР

ОТСУТСТВИЕ ДИСКРЕТНЫХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ УРОВНЕЙ И СВЯЗАННЫХ СОСТОЯНИЙ ЧАСТИЦЫ СО СПИНОМ $1/2$ В ЗАДАННОМ ПСЕВДОСКАЛЯРНОМ ПОТЕНЦИАЛЬНОМ ПОЛЕ

(Представлено академиком Л. Д. Ландау 12 IV 1954)

Рассмотрим уравнение Дирака

$$[-i\hbar c(\alpha, \nabla) + Mc^2\alpha_4 + V(r)\alpha_5]\Psi = E\Psi, \quad (1)$$

где

$$\alpha_1 = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & 1 \\ \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}; \quad \alpha_2 = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & -i \\ \cdot & \cdot & i & \cdot \\ \cdot & -i & \cdot & \cdot \\ i & \cdot & \cdot & \cdot \end{vmatrix}; \quad \alpha_3 = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & 1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1 \\ 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & -1 & \cdot & \cdot \end{vmatrix}; \quad (2)$$

$$\alpha_4 = \begin{vmatrix} 1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & -1 & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1 \end{vmatrix}; \quad \alpha_5 = \begin{vmatrix} \cdot & \cdot & -i & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -i \\ i & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & i & \cdot & \cdot \end{vmatrix};$$

$V(r) = V(x, y, z)$ — функция координат, стремящаяся к нулю на бесконечности, а в остальном произвольная.

Умножая (1) слева на $\Psi^*\alpha_4$ и интегрируя по всему пространству, получаем

$$\int \Psi^* [-i\hbar c(\alpha_4\alpha, \nabla) + Mc^2 + V(r)\alpha_4\alpha_5 - E\alpha_4] \Psi d\tau = 0. \quad (3)$$

Поскольку операторы $\alpha_4\alpha$ и $\alpha_4\alpha_5$ являются антиэрмитовскими, в левой части (3) первый и третий интегральные члены являются чисто мнимыми; остальные члены в (3) вещественны. Поэтому равенство (3) распадается на два равенства, первое из которых состоит только из мнимых членов, а второе — только из вещественных. Последнее равенство имеет вид:

$$Mc^2 = E \int \Psi^* \alpha_4 \Psi d\tau. \quad (4)$$

Выражение

$$\int \Psi^* \alpha_4 \Psi d\tau = \int [|\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 - |\psi_3|^2 - |\psi_4|^2] d\tau, \quad (5)$$

очевидно, по модулю меньше единицы, что видно из сравнения его с нормировочным интегралом. Следовательно, из (4) вытекает $|E| \geq Mc^2$, т. е. исключены энергетические уровни в области $-Mc^2 < E < Mc^2$. Что же касается области энергий $|E| \geq Mc^2$, то, согласно общеизвестному исследованию уравнения Дирака с потенциалом, стремящимся к нулю на бесконечности, в этой области энергетический спектр не-

прерывен и существуют только осциллирующие, а не затухающие на бесконечности волновые функции.

Петю (1) нашел решение уравнения (1) для частного случая сферически симметричного потенциала вида $V(r) = \frac{\text{const}}{r}$. В согласии с доказанной выше общей теоремой оказалось, что в рассмотренной им задаче не существует дискретных энергетических уровней и затухающих волновых функций.

Институт физики
Академии наук УССР

Поступило
10 IV 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ G. Petiau, J. de Phys. et le Radium, **12**, 810 (1952).