

Академик В. В. ШУЛЕЙКИН

ВЫХОД ЗЫБИ ИЗ ШТОРМОВОЙ ЗОНЫ НА ГЛУБОКОМ МОРЕ

В предыдущей статье ⁽¹⁾ было выведено уравнение поля волн, развивающихся от наветренного берега до подветренного, при наличии равномерного поля ветра на всем протяжении моря*.

Исходя из тех же основных положений, попытаемся теперь решить другую задачу: исследуем зыбь за пределами штормовой зоны, охватившей лишь часть акватории моря. Ограничимся лишь случаем установившегося распределения волн в штилевой части, т. е. тем случаем, когда на мористой границе штормовой зоны волны давно перестали нарастать или нарастают чрезвычайно медленно.

Это установившееся распределение волн возникло благодаря непрерывному питанию волн в штилевой части моря той энергией, которая расходуется потоком энергии Φ по мере его проникания вглубь штилевой части; тем самым компенсируется потеря энергии волн на внутреннее турбулентное трение в воде и частично на аэродинамический эффект, возникающий вследствие движения зыби относительно неподвижного воздуха.

В свою очередь, поток энергии, переносимой волнами, направленный в сторону их движения, может быть выражен формулой (4), приведенной в статье ⁽¹⁾:

$$\Phi = \frac{\delta g^{1/2}}{V\pi} N^{-1/2} r^{1/2} = sr^{1/2}, \quad (1)$$

а мощность, которую поток энергии Φ отдает столбу воды с единичным сечением, выражается формулой (6) из той же статьи:

$$W_\Phi = -\frac{5}{2} sr^{1/2} \frac{\partial r}{\partial x}. \quad (2)$$

Здесь через δ обозначена плотность воды; g — ускорение в поле тяжести; N — отношение высоты волн к их длине; r — полувысота волн; x — расстояние, отсчитываемое от мористой границы штормовой зоны. В отличие от ⁽¹⁾, в новой задаче r убывает в положительном направлении оси X , следовательно, $\partial r/\partial x < 0$. Именно поэтому в данном случае мощность W_Φ не отнимается от единичного столба воды, а передается ему от потока энергии Φ .

Уравнение баланса энергии волн в штилевой части моря записывается в общей форме:

$$\delta g r \frac{\partial r}{\partial t} = W_\Phi + W_\mu + W_{\text{обр.}} \quad (3)$$

По принятому условию $\partial r/\partial t = 0$. Следовательно сумму W можно приравнять нулю. В ней второй член соответствует потере энергии на внутреннее турбулентное трение, а третий — потере на упомянутый аэродинамический эффект, обязанный воздуху.

* Для точек поверхности моря наветренным является тот берег, с которого дует ветер. Противоположный берег — подветренный.

Новая задача отличается от решенной в свое время⁽²⁾ применительно к зыби остающейся на месте шторма после наступления штиля на всем море; там возникала своеобразная «саморегулировка» длины зыби, а в новой задаче следует ожидать нарастания длины зыби по мере удаления ее от границы штормовой зоны; наблюдения в океане указывают на подобное нарастание длины зыби, отмечается оно и на внутренних морях достаточной протяженности.

В связи с этим запишем выражение W_μ в виде

$$W_\mu = -\frac{4g^3}{c^4} \delta r^2 \nu, \quad (4)$$

где ν — турбулентная кинематическая вязкость воды, а c — фазовая скорость волн. Учтем, что на основании работ С. В. Доброклонского⁽³⁾, подтвержденных нашими опытами в штормовом бассейне, можно считать турбулентную вязкость ν изменяющейся по следующему закону:

$$\nu = -0,355 \frac{r^2}{T}. \quad (5)$$

Как видим, на основании (4) и (5) следует ожидать резкого уменьшения величины W_μ при непрерывном уменьшении полувысоты волн r и одновременном нарастании c и T вместе с длиной зыби λ . Следовательно, точный вид уравнения баланса энергии здесь сильно осложняется за счет того, что здесь нельзя полагать ν постоянной даже в первом приближении.

Большие осложнения возникают также в связи с тем, что в выражении $W_{\text{обт}}$, которое мы заимствуем из⁽²⁾, период зыби T должен меняться в широких пределах:

$$W_{\text{обт}} = -\bar{\gamma} \frac{2r}{T} \delta_a c; \quad (6)$$

δ_a — плотность воздуха.

Для надежного учета $W_{\text{обт}}$ необходимо знать закон нарастания T или, в конечном случае, закон нарастания длины зыби λ .

Как было нами показано в работе⁽⁴⁾, изменения λ можно описать, исходя из теоремы о моменте количества движения $\bar{Q}$, осредненном за один период обращения водных частиц по их орбитам. В данном случае точное решение задачи едва ли возможно: учет момента внешних сил, вызванных воздействием воздуха на зыбь, движущуюся относительно него, приводит к уравнениям, не поддающимся интеграции в новых условиях.

Задавшись целью выяснить лишь основной характер явлений, пренебрежем воздействием этих внешних сил и будем считать момент количества движения $\bar{Q}$ постоянным для каждого столба воды с единичным горизонтальным сечением. На основании (4) запишем выражение $\bar{Q}$:

$$\bar{Q} = \frac{1}{2} \delta r^2 c. \quad (7)$$

Но в случае постоянства $\bar{Q}$ можно записать

$$r^2 c = r_1^2 c_1 \quad \text{или} \quad c = \frac{r_1^2}{r^2} c_1. \quad (8)$$

Здесь r и c относятся к исследуемой точке в штилевой части моря, а r_1 и c_1 — к точке, лежащей на границе штормовой зоны.

Используем это выражение совместно с уравнением баланса энергии зыби для приближенного определения законов изменения r и λ . Прежде всего выразим W_μ через r и c на основании (4), (5) и хорошо

известной связи между c и T : $T = \frac{2\pi}{g} c$; после простых преобразований найдем:

$$W_{\mu} = -0,226 \delta g^4 \frac{r^4}{r^5}. \quad (9)$$

Отсюда следует на основании (8):

$$W_{\mu} = -\frac{0,226 \delta g^4}{r_1^{10} c_1^5} r^{14} = -pr^{14}. \quad (10)$$

Аналогичным образом поступим с выражением $W_{\text{ост}}$, учтя при этом, что на основании (2) можно считать $\chi c^2/r = m$, где m — некоторая постоянная, обладающая размерностью ускорения.

В результате преобразований получим с учетом (8):

$$W_{\text{ост}} = -\frac{m \delta a g}{\pi c_1 r_1^2} r^4 = -fr^4 \quad (\delta a — \text{плотность воздуха}). \quad (11)$$

Теперь уравнение баланса энергии зыби запишется в виде

$$\frac{5}{2} sr^{1/2} \frac{dr}{dx} + pr^{14} + fr^4 = 0, \quad (12)$$

или, иначе:

$$\frac{dr}{dx} = -\frac{2}{5} \frac{f}{s} r^{1/2} \left(\frac{p}{f} r^{10} + 1 \right). \quad (13)$$

Чтобы получить интеграл, удобный для исследования и достаточно приближающийся к точному решению, преобразуем (13) далее:

$$\frac{10 \frac{p}{f} r^9 dr}{r^{11/2} \left(\frac{p}{f} r^{10} + 1 \right)} = -4 \frac{p}{s} dx. \quad (14)$$

Здесь можно положить: $\frac{p}{f} r^{10} = y$; $r^{11/2} = \left(\frac{f}{p} \right)^{1,15} y^{1,15}$; $10 \frac{p}{f} r^9 dr = dy$.

С другой стороны, пренебрегая действием момента внешних сил, мы зависили скорость нарастания длины зыби. Для частичной компенсации такой погрешности и, одновременно, для получения компактного решения заменим величину $y^{1,15}$ величиной $y_1^{0,15} y$. Хотя при этом последняя величина будет заведомо больше первой, но весьма малый показатель степени 0,15 создает сколько-нибудь значительное различие только на большом расстоянии от штормовой зоны.

С той же целью — для получения выражения, удобного для анализа, — условимся применять в формулах вместо расстояния величину, пропорциональную ему, именно: $\xi = 4 \frac{p}{s} \left(\frac{f}{p} \right)^{1,15} y_1^{0,15} x$.

Легко показать, что и ξ и y здесь безразмерные величины. Разумеется, их не следует смешивать с ξ и η из предыдущей работы (1).

Теперь вместо (14) запишется простое уравнение:

$$\frac{dy}{y(y+1)} = -d\xi, \quad (15)$$

интеграл которого будет

$$y = \frac{y_1 e^{-\xi}}{1 + (1 - e^{-\xi}) y_1}. \quad (16)$$

Найдя приближенный закон изменения величины y , а значит и r , вспомним вновь соотношение (8). Одновременно учтем известное со-

отношение между фазовой скоростью c волн в глубоком море и длиной волн λ . Тогда запишутся очевидные соотношения:

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \left(\frac{r_1}{r}\right)^4 \quad \text{или} \quad \frac{\lambda}{\lambda_1} = \left(\frac{y}{y_1}\right)^{2/5}. \quad (17)$$

На основании (16) и (17) построена диаграмма рис. 1, на которой кривая 1 выражает изменение высоты зыби $h = 2r$, а кривая 2 — изменение длины λ по мере удаления в штилевую область. При построении был взят частный случай $y_1 = 1$.

Закон нарастания λ здесь следует рассматривать как грубо приближенный. Для получения второго приближения вспомним уравнение в (2), выражающее изменение момента количества движения частиц под действием внешних сил; вместо величин $\frac{dc}{dt}$ и $\frac{dr}{dt}$ подставим в него тождественно равные им величины $c \frac{dc}{dx}$ и $c \frac{dr}{dx}$ и учтем затем, что $c \frac{dc}{dx} = \frac{1}{2} \frac{d(c^2)}{dx}$ и что c^2 выражается известным соотношением через длину волн λ . Тогда в результате простых преобразований окажется:

$$\frac{d\lambda}{dx} = \frac{4}{r} \frac{dr}{dx} \lambda - 8 \frac{\delta_a m}{\delta g}. \quad (18)$$

В отличие от случая, исследованного в (2), мы получили теперь условие неустойчивости: длина волн мертвой зыби могла бы сохраниться неизменной только в том случае, если бы правая часть (18) в точности равнялась нулю. Тогда критическое значение длины волны было бы:

$$\lambda_{\text{крит}} = \frac{2r}{dr/dx} \frac{\delta_a m}{\delta g}. \quad (19)$$

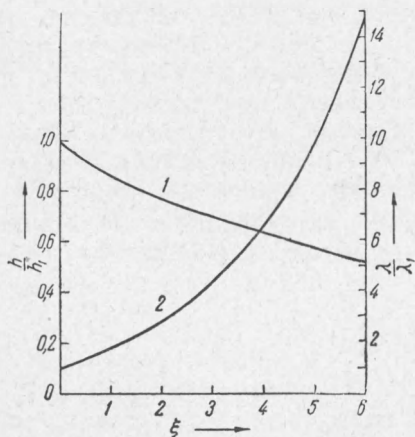


Рис. 1

В действительности, если длина волн меньше критической, определяемой по (19), то она будет уменьшаться до нуля; если длина волн больше критической, то она будет увеличиваться по более крутой кривой, чем на рис. 1: по закону экспоненциальной функции с положительным показателем при e .

Именно этим объясняется исчезновение коротких волн за пределами штормовой полосы и появление там мертвой зыби с чрезвычайно большими периодами (порядка 1 — 2 мин.) в соответствующих условиях у берегов некоторых морей.

Морской гидрофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
31 VII 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. В. Шулейкин, ДАН, 98, № 3 (1954), ² В. В. Шулейкин, ДАН, 95, № 3, 509 (1954). ³ С. В. Доброклонский, ДАН, 58, № 7, 1345 (1947). ⁴ В. В. Шулейкин, ДАН, 94, № 6, 1049 (1954).