

Я. Л. АЛЬПЕРТ

О ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ ПОЛЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НИЗКОЙ ЧАСТОТЫ НАД ЗЕМНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 23 IV 1954)

1. В последние годы усилился интерес к теоретическим исследованиям распространения электромагнитных волн низкой частоты. Рост практического использования так называемых длинных радиоволн ⁽¹⁾ приводит к необходимости более точных расчетов в диапазоне 10 000—15 000 гц и выше. С другой стороны применяемый с успехом метод изучения физической природы электромагнитных возмущений (так называемых атмосфериков), возбуждаемых грозовыми разрядами, по структуре электромагнитного поля на разных расстояниях от их источника требует знания характера распространения электромагнитных волн еще более низкой частоты в 500—10 000 гц. Вместе с тем полученные до последнего времени теоретические результаты не позволяли объяснить экспериментальные данные с необходимой полнотой и проводить сколько-нибудь детальные инженерные расчеты.

Плоская задача, т. е. расчет поля в слое, ограниченном двумя плоскими границами однородных сред, с произвольными значениями электрических параметров была решена в работе Л. М. Бреховских ⁽²⁾. Им было получено общее решение этой задачи в интегральной форме и в виде ряда вычетов — суммы дискретных волн. Однако требовался дальнейший анализ этого решения, а для выяснения физической картины необходимы были детальные численные расчеты. Кроме того, так как одна из граничных сред — ионосфера — неоднородна, потребовалось найти и проверить способ определения эффективных параметров однородной среды, которые давали бы результаты, эквивалентные ожидаемым для неоднородного слоя.

В настоящей статье кратко изложены результаты выполненных автором расчетов, позволившие разработать практически пригодный метод расчета поля длинных и сверхдлинных электромагнитных волн. Эти результаты должны заменить ограниченно пригодные эмпирические формулы (см., например ⁽³⁾), используемые до последнего времени для расчета лишь напряженности поля. В последнем абзаце приводится сравнение с опубликованными результатами опытов.

2. Для случая, когда источник и точка наблюдения помещаются на нижней границе слоя (земная поверхность; принимается далее, что она имеет бесконечную проводимость), получается следующая формула для расчета электрического поля, пригодная практически уже начиная с расстояния $r = 50 \div 100$ км:

$$E = \frac{120 \pi (Jz_A)}{h V \lambda V r} \exp\left(i \frac{3\pi}{4}\right) \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} S_n^{1/2} \frac{\exp(-ik_0 S_n r)}{R(C_n)} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} S_{n(0)}^{1/2} \frac{\exp(-ik_0 S_{n(0)} r)}{R(C_{n(0)})} \right\} \equiv \frac{120 \pi (Jz_A)}{h V \lambda V r} A(r, \omega, \varepsilon^*) \exp[-i\Phi(r, \omega, \varepsilon^*)]. \quad (1)$$

Здесь напряженность поля выражается в мв/м, длина волны λ , расстояние r до излучателя, высота верхней границы h и действующая высота z_d излучателя выражены в км; J есть амплитуда тока в амперах. Функция $R(C_n)$ имеет для однородного слоя вид

$$R(C_n) = 1 + i \frac{\epsilon^*}{hk_0 [(1 + \epsilon^*) C_n^2 - 1] \sqrt{\epsilon^* - 1 + C_n^2}}, \quad (2)$$

где $k_0 = \omega/c$, а ϵ^* — комплексная диэлектрическая проницаемость ионосферы фактически является функцией высоты (об учете этого см. ниже).

Значения $C_n = C_{1n} + iC_{2n}$ и $S_n = \sqrt{1 - C_n^2}$ определяются из трансцендентного уравнения полюсов

$$2hk_0C + i \ln \rho_2(C) = 2n\pi, \quad (3)$$

где n пробегает все значения от 0 до $\pm \infty$, а $\rho_2(C)$ — коэффициент отражения от ионосферы, обобщенный в том смысле, что косинус угла падения заменяется в соответствующем выражении на C .

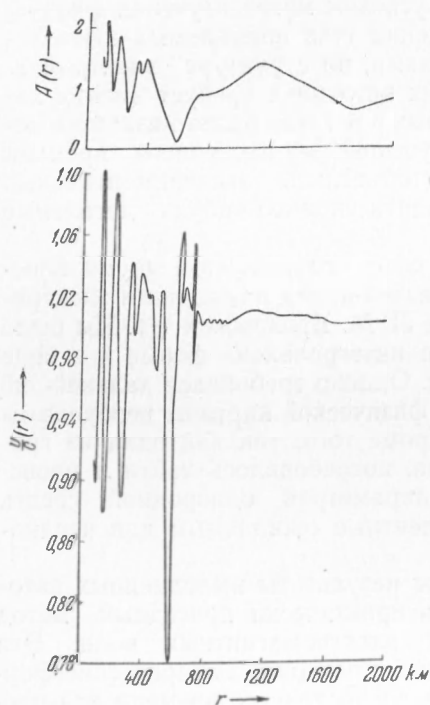


Рис. 1

Индекс $n^{(0)}$, которому соответствует отдельный член в формуле (1), связан с особенностями уравнения (3) и обозначает, что для некоторых значений параметров и $n = n^{(0)}$ уравнение (3) имеет два корня $C_n^{(0)}$. При этом один из них изолированный в том смысле, что все остальные значения C_n для $n \neq n^{(0)}$ парные, а именно, если положить $n \geq 0$, то имеют место равенства $C_n = -C_{-n}$ или $C_n = -C_{-n-1}$. Поэтому в формуле (1) суммирование производится только для $n \geq 0$ (удвоенная сумма) и выделяется член для $n = n^{(0)}$. Вследствие этого свойства уравнения (3), не учтенного в работах (2, 6), могут получаться, например, значения амплитуды поля, отличающиеся в 2 раза.

Решение уравнения (3) составляет наиболее сложную часть этих расчетов. Автором применялся графо-аналитический метод, позволивший вычислять C_n с большой точностью. Выяснилось, что уравнение

(3) отличается рядом любопытных в математическом отношении особенностей, которые затруднили его анализ. Не имея возможности останавливаться здесь на этом вопросе, укажем лишь, что выполнено большое число громоздких и сложных численных расчетов, которые без особенных трудностей позволяют рассчитывать поле для большого числа случаев, осуществляемых в реальных условиях. Число членов, которые необходимо учитывать в формуле (1) для получения особенностей структуры поля в диапазоне 500—30000 гц, достигает 5 ÷ 10 и более, но уменьшается с увеличением r и уменьшением f , так что в ряде случаев достаточно ограничиться значениями $n = 0$ и $n = 1$, что делает практически весьма простыми расчеты при помощи (1) при

наличии табличных данных или графиков значений C_n и S_n для различных значений параметров ионосферы.

Как уже указывалось, формула (2) написана для однородного слоя. Вместе с тем замена реального слоя однородным может приводить с увеличением ω к существенным ошибкам. Возможно, однако, подобрать такие эффективные значения параметров однородного слоя, которые для заданного ω дают результаты, эквивалентные ожидаемым, при учете свойств неоднородного слоя ионосферы. Автором использован метод припасовки $\rho_2(C)$ к коэффициенту отражения от реального слоя в интервале получаемых значений C_n . Хорошее совпадение теоретических расчетов и экспериментальных данных указывает на практическую пригодность этого метода.

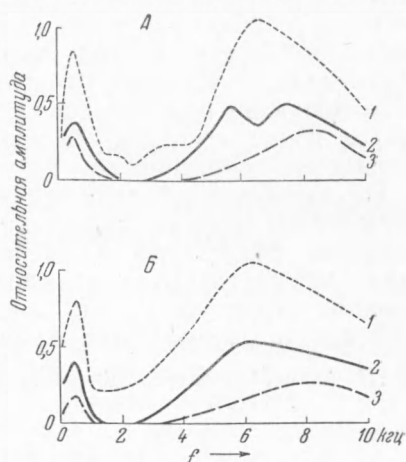


Рис. 2. А — результаты измерений в Англии; Б — теоретические кривые. 1 — 500 км; 2 — 1000 км; 3 — 2000 км

3. Анализ амплитуды $A(r, \omega, \varepsilon^*)$ и фазы $\Phi(r, \omega, \varepsilon^*)$ формулы (1) показывает, что они являются сложными осцилляторными функциями расстояния и частоты. Амплитуда A изменяется немонотонно и принимает значения большие единицы; фаза Φ также изменяется сложным образом. Для иллюстрации на рис. 1 изображены кривые A и дифференциальной фазовой скорости $v = \frac{\omega}{d\Phi/dr}$ в зависимости от расстояния при $f = \omega/2\pi = 15000$ гц для случая, когда $h = 80$ км и * соответствует состоянию слоя D ионосферы днем. В формулах поля радиоволн множитель, аналогичный $Ae^{-i\Phi}$, обычно называют функцией или множителем ослабления (см., например (3)).

Результаты расчетов использованы для сравнения с опубликованными данными опытов. На рис. 2, например, приводятся результаты длительных наблюдений (4) при помощи нескольких многоканальных приемников и системой пеленгования местоположения гроз. Были получены осредненные зависимости относительной амплитуды электромагнитного поля атмосфериков от частоты на разных расстояниях от их источников (гроз). Теоретические кривые рассчитаны для модели слоя, соответствующей реальным условиям. Учитывалось, что амплитуда поля гроз непосредственной близости от источника пропорциональна $\frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2}}$. Из рис. 2 видно, что теоретические и экспериментальные кривые совпадают даже в ряде деталей. Интересно отметить, что из работы (4) непонятно происхождение максимума амплитуды в окрестности $f = 500$ гц, так как аналогичный максимум у поля

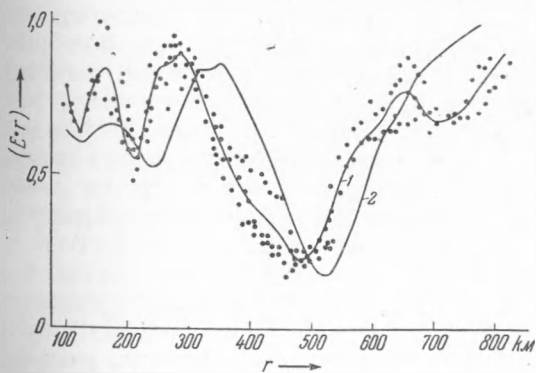


Рис. 3. 1 — результаты измерений; 2 — теоретическая кривая

пропорциональна $\frac{1}{\sqrt{\beta^2 + \omega^2}}$. Из рис. 2 видно, что теоретические и экспериментальные кривые совпадают даже в ряде деталей. Интересно отметить, что из работы (4) непонятно происхождение максимума амплитуды в окрестности $f = 500$ гц, так как аналогичный максимум у поля

гроз в непосредственной близости от них не наблюдался. Из полученных же данных видно, что этот максимум связан со свойствами распространения электромагнитных волн низкой частоты в реальных условиях. Другой пример рассмотрен на рис. 3: сравниваются результаты измерений на самолете⁽⁵⁾ напряженности поля станции, работавшей на 16 кгц, с результатами расчетов на близкой частоте $f = 15$ кгц. Также наблюдается довольно близкое соответствие между ходом обеих кривых. Следует отметить, что в обоих рассмотренных примерах отнюдь не подбирались оптимальные значения эффективных параметров ионосферы, так что практически можно получить еще лучшее совпадение теоретических расчетов с результатами опытов.

Из приведенных данных, в частности, видно, что нерегулярные особенности поля, наблюдаемые на низких частотах, во многих деталях являются следствием не нерегулярности среды, в которой происходит распространение радиоволн, а результатом сложной интерференционной структуры поля, поддающейся теоретическому учету. Эта особенность распространения низких частот практически интересна.

Научно-исследовательский институт
земного магнетизма

Поступило
20 IV 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ F. Kitchen, B. Bressy, K. Tremmelen, Proc. I. E. E., Part III, **100**, 100 (1953). ² Л. М. Бреховских, Докторская диссертация, ФИАН, 1946; Изв. АН СССР, сер. физ., **8**, 505; **13**, 515, 534 (1949). ³ Я. Л. Альперт, В. Л. Гинзбург, Е. Л. Фейнберг, Распространение радиоволн, 1953. ⁴ F. W. Chapman, W. D. Matthews, Nature, **172**, № 4376 (1953). ⁵ K. Weeks, Proc. I. E. E., Part III, **94**, 893 (1950). ⁶ K. G. Budden, Phil. Mag., **42**, 1 (1951); **43**, 1179 (1952).