

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

А. В. ГАПОНОВ и М. Л. ЛЕВИН

К ТЕОРИИ ТОНКИХ АНТЕНН В ЭНДОВИБРАТОРАХ

(Представлено академиком М. А. Леонтовичем 15 II 1954)

Задача о возбуждении эндовибратора с щелевой антенной на резонансной частоте была решена Фельдом⁽¹⁾. Здесь мы изложим другой метод решения этой задачи, который, во-первых, менее формален, чем метод Фельда, и, во-вторых, позволяет рассмотреть более общую задачу об эндовибраторе с несколькими щелевыми или металлическими антеннами. Для сокращения записи мы дальше будем считать все антенны металлическими. Так как структура интегро-дифференциальных уравнений для металлических⁽²⁾ и щелевых⁽¹⁾ антенн одинакова, то полученные нами результаты носят общий характер и верны для любой комбинации антенн обоих типов.

1. Если в эндовибраторе, возбуждаемом заданными сторонними токами плотности $je^{i\omega t}$, находится N тонких металлических антенн, то токи в этих антеннах удовлетворяют системе интегро-дифференциальных уравнений⁽²⁾:

$$J_p'' + k^2 J_p = ikc\chi_p \left\{ K_p + G_p [J_p] + \sum_{q \neq p} \mathcal{G}_{qp} [J_q] \right\} \quad (p = 1, 2, \dots, N), \quad (1)$$

где K_p — поле сторонних токов на p -й антенне; $\mathcal{G}_{qp}$ — поле q -й антенны на p -й; G_p — интегро-дифференциальный оператор, равный полю p -й антенны на себе самой за вычетом квазистационарного члена (под полем понимается его составляющая по оси антенны); χ_p — логарифмический параметр малости; $k = \omega/c^*$. Координату, отсчитываемую вдоль p -й антенны, обозначим через s_p ($0 \leq s_p \leq l_p$).

Вихревые части электрического и магнитного полей в эндовибраторе (стенки которого мы будем считать идеально проводящими) могут быть, как известно⁽³⁾, разложены по полной ортонормальной системе действительных векторных функций E^a, H^a :

$$E_{\text{вих}} = \sum e_a E^a, \quad H_{\text{вих}} = i \sum h_a H^a, \quad (2)$$

где E^a, H^a удовлетворяют уравнениям

$$\text{rot } E^a = k_a H^a, \quad \text{rot } H^a = k_a E^a$$

и обычным граничным условиям на поверхности идеального провод-

* Подробнее об обозначениях см. (2).

ника. Если эти функции нормированы на объем эндовибратора V , то коэффициенты Фурье e_a и h_a равны:

$$e_a = -\frac{ik}{c} A_a, \quad h_a = -\frac{ika}{c} A_a, \quad (3)$$

где

$$A_a = \frac{4\pi}{k_a^2 - k^2} F_a, \quad F_a = \frac{1}{V} \int_V j E^a dV. \quad (4)$$

Здесь j — плотность полного тока, возбуждающего эндовибратор. В нашем случае полный ток складывается из сторонних токов и токов в антеннах, так что

$$F_a = \frac{1}{V} \left\{ \int_V j_0 E^a dV + \sum_{p=1}^N \int_{l_p} J_p E_p^a \right\} ds_p, \quad (5)$$

где E_p^a есть составляющая поля E^a по оси p -й антенны.

2. Эндовибратор с внесенными в него антеннами (или с прорезанными в его стенках щелями) можно рассматривать как «новый» эндовибратор, собственные частоты которого, очевидно, слегка отличаются от частот «старого», невозмущенного эндовибратора, независимо от того, происходит ли в этих антеннах (щелях) рассеяние энергии или нет. Поэтому процесс возбуждения эндовибратора можно описывать двояко: или как возбуждение «нового» эндовибратора (с новыми собственными функциями и частотами) заданными сторонними токами j_0 , или как возбуждение «старого» эндовибратора (далее мы снова будем называть его просто эндовибратором) сторонними токами и подлежащими определению токами в антеннах.

Пусть ω_0 — одна из собственных частот эндовибратора, которой принадлежат μ собственных функций E^ν, H^ν ($\nu = 1, 2, \dots, \mu$). Внесение антенн снимает вырождение, причем, вообще говоря, ни одна из новых собственных частот не совпадает с ω_0 (о случае совпадения см. п. 4). Поэтому при $\omega \rightarrow \omega_0$ поле, возбуждаемое сторонними токами, в присутствии антенн остается конечным. Следовательно, при $\omega \rightarrow \omega_0$ величины F_ν должны стремиться к нулю, т. е. в антеннах должно устанавливаться такое распределение токов, чтобы полная плотность тока j была бы ортогональна ко всем векторным функциям E^ν .

Заметим, что поля, создаваемые по отдельности токами в разных антеннах и сторонними токами, имеют при $\omega \rightarrow \omega_0$ обычную резонансную особенность, и только сумма этих полей остается конечной. Так как G_p есть поле антенны на себе самой за вычетом квазистационарного члена, не имеющего резонансного характера, то резонансная особенность G_p совпадает с особенностью поля G_{pp} . Поэтому, пользуясь (2) — (4), мы можем переписать основные уравнения (1) в виде

$$J_p + k^2 J_p = k^2 \chi_p \sum_{\nu=1}^{\mu} |A_\nu E_p^\nu + \chi_p R_p, \quad (6)$$

где мы выделяли члены, относящиеся к частоте ω_0 (здесь и дальше мы считаем $k = k_0$), и обозначили через R_p нерезонансный остаток. В частности, в R_p входят члены, описывающие поглощение энергии в антеннах (в уравнениях (1) эти члены не выписаны).

Величины A_ν тем больше, чем меньше разности между новыми собственными частотами и ω_0 , как-то зависящие в свою очередь от параметров малости χ_p . Поэтому, решая систему (6) обычным методом возмущений (2), мы должны оставить в уравнениях нулевого прибли-

жения по χ резонансные члены и писать эти уравнения следующим образом:

$$J_p' + k^2 J_p = k^2 \chi_p \sum_{v=1}^{\mu} A_v E_p^v. \quad (7)$$

Физический смысл пока еще не определенных величин A_v ясен из (3). Совокупность уравнений (7) можно рассматривать как аналог «промежуточного» интеграла уравнения Фельда для одной щели⁽¹⁾. Следует заметить, что сам «промежуточный» интеграл Фельда не может быть непосредственно обобщен на случай нескольких антенн в уравнения (7), так как в методе Фельда величины A_v появляются как постоянные интегрирования, и ничто не указывает на то, что они одинаковы для различных антенн.

3. В дальнейшем мы для определенности будем считать все антенны незамкнутыми: $J_p(0) = J_p(l_p) = 0$. Пусть из общего числа N антенн настроенными (их длина равна целому числу полуволн) являются первые n . Тогда общее решение уравнений (7), удовлетворяющее граничным условиям $J_p(0) = 0$, есть

$$\begin{aligned} J_p &= \chi_p \left\{ A_0^p \sin k s_p + \sum_{v=1}^{\mu} A_v \varphi_p^v(s_p) \right\}, \quad p \leq n, \\ J_p &= \chi_p \sum_{v=1}^{\mu} A_v \varphi_p^v(s_p), \quad p > n, \end{aligned} \quad (8)$$

где A_0^p ($p = 1, 2, \dots, n$) — постоянные интегрирования, а

$$\begin{aligned} \varphi_p^v(s) &= k \int_0^s E_p^v(x) \sin k(s-x) dx, \quad p \leq n; \\ \varphi_p^v(s) &= -\frac{k}{\sin k l_p} \left\{ \sin k(l_p - s) \int_0^s E_p^v(x) \sin kx dx + \right. \\ &\quad \left. + \sin ks \int_s^{l_p} E_p^v(x) \sin k(l_p - x) dx \right\}, \quad p > n, \end{aligned}$$

безразмерные функции распределения, причем для расстроенных антенн ($p > n$) φ_p^v сразу выбраны так, чтобы $\varphi_p^v(l_p) = 0$, т. е. чтобы удовлетворялось и второе граничное условие $J_p(l_p) = 0$.

Решение (8) содержит $n + \mu$ неопределенных величин: n постоянных интегрирования A_0^p и μ коэффициентов A_v . Для их нахождения мы воспользуемся n оставшимися граничными условиями для настроенных антенн:

$$J_p(l_p) = 0, \quad p \leq n,$$

и μ условиями конечности полей: $F_v = 0$ ($v = 1, 2, \dots, \mu$). Вводя для удобства записи единый параметр малости χ ($\chi_p = \alpha_p \chi$, все α_p порядка единицы) и безразмерные коэффициенты

$$\begin{aligned} T_{0v}^p &= k \alpha_p \int_{l_p} E_p^v \sin ks ds, \quad p \leq n, \\ T_{0v} &= \sum_{p=1}^N k \alpha_p \int_{l_p} E_p^v \varphi_p^v ds, \end{aligned}$$

зависящие, в конечном счете, только от геометрии эндовибратора и антенн, мы можем записать эти условия в виде

$$\sum_{\sigma=1}^{\mu} T_{\sigma\sigma}^p A_{\sigma} = 0, \quad p = 1, 2, \dots, n, \quad (9)$$

$$\sum_{\sigma=1}^{\mu} T_{\sigma\nu} A_{\sigma} + \sum_{p=1}^n T_{\sigma\nu}^p A_0^p = -\frac{I_{\nu}}{\chi}, \quad \nu = 1, 2, \dots, \mu,$$

где $I_{\nu} = k \int_V i_0 E^{\nu} dV$ — величины, имеющие, очевидно, тот же порядок,

что и сторонний ток, возбуждающий эндовибратор.

4. При некоторой специальной конфигурации антенн система (9) может иметь бесконечно большие решения (для этого необходимо, конечно, обращение детерминанта системы в нуль). Физически это означает, что для данной конфигурации, по крайней мере, одна из новых собственных частот совпадает* с ω_0 . Как и раньше, мы будем предполагать, что это не имеет места, т. е. что поле в эндовибраторе конечно.

Возможны три случая:

а) $n < \mu$. В этом случае система (9) определяет величины A_{ν} и A_0^p все, вообще говоря, отличные от нуля и имеющие порядок I/χ (I — амплитуда стороннего тока). Следовательно, даже в нулевом приближении, токи во всех (в том числе и в настроенных) антеннах несинусоидальны и имеют порядок I .

б) $n = \mu$. Если детерминант матрицы $T_{\sigma\nu}^p$ отличен от нуля (тот специальный случай, когда он равен нулю, как и другие вырожденные случаи, мы здесь не будем рассматривать), то все $A_{\nu} = 0$. Система (9) сводится к

$$\sum_{p=1}^n T_{\sigma\nu}^p A_0^p = -\frac{I_{\nu}}{\chi}, \quad \nu = 1, 2, \dots, \mu. \quad (10)$$

Таким образом, в нулевом приближении токи в ненастроенных антеннах равны нулю, а в настроенных имеют синусоидальное распределение. Амплитуды этих токов имеют порядок I и однозначно определяются системой (10).

в) $n > \mu$. В этом случае опять все $A_{\nu} = 0$, но система (10), число уравнений в которой меньше числа неизвестных, уже не определяет однозначно амплитуды синусоидальных токов в настроенных антеннах. Для их полного определения нужно, как и в теории антенн в свободном пространстве (2), иметь дело с правой частью уравнений, получающихся из (6) в следующем за нулевым приближении, т. е. с остаточными операторами R_p .

Поступило
2 II 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ Я. Н. Фельд, Основы теории щелевых антенн, М., 1948. ² М. Леонтович, М. Левиц, ЖТФ, 14, 481 (1944). ³ Дж. Слэтер, Электроника сверхвысоких частот, М., 1948.

* С той степенью точности, с какой вообще верна теория тонких антенн (2).