

Академик В. В. ШУЛЕЙКИН

РАЗВИТИЕ ВОЛН ОТ НАВЕТРЕННОГО БЕРЕГА ДО ПОДВЕТРЕННОГО, НА ГЛУБОКОМ МОРЕ*

В неограниченно простирающемся глубоком море развитие волн под действием равномерного поля ветра достаточно надежно описывается соотношениями, которые были нами выведены в предыдущих работах (¹⁻⁴). Таковы же условия развития волн в нашем штормовом бассейне, в котором все точки на пути следования волн равноправны, если они не лежат слишком близко к боковым стенам кольцевого бассейна (некоторое влияние самых стен учитывается дополнительными соотношениями). Если мощность W_v , передаваемая ветром волне, в расчете на единицу поверхности моря, выражается соотношением (²):

$$W_v = Ar(V - c)^2, \quad (1)$$

а мощность, теряемая на внутреннее турбулентное трение в воде, в расчете на ту же площадь верхней границы, W_μ будет представлена приближенной формулой

$$W_\mu \approx -qr^2, \quad (2)$$

то в неограниченно простирающемся глубоком море высота волны $h = 2r$ может нарастать до «физически предельной» $h_\infty = 2r_\infty$ определяемой на основании простого баланса энергии: $W_v + W_\mu = 0$. Иными словами, при учете (1) и (2)

$$r_\infty \approx \frac{A}{q}(V - c)^2. \quad (3)$$

В чрезвычайно глубоком море фактически нет надобности учитывать разрушение волн под действием мелководья (⁵). Однако и без учета этого осложняющего обстоятельства ограниченная протяженность моря в направлении движения волн может сделать соотношение (3) либо совсем неосуществимым, либо осуществимым лишь весьма далеко от наветренного берега. Обычно говорят, что для нарастания волн до сколько-нибудь значительной высоты необходим большой «разбег». Однако в свете последних исследований (²) такой термин следует считать механистическим: ветер фактически воздействует не на геометрический профиль волн, а на материальные частицы, движущиеся по орбитам (с небольшой поступательной составляющей). Вместо «разбега» профиля необходимо исследовать поток энергии, который передается материальными частицами в направлении движения волн. Именно этот поток энергии, неодинаковый в точках ограниченного пути, создает неравноправие точек, лежащих между наветренным берегом и подветренным.

Как известно, поток энергии Φ равен произведению плотности энергии волн на групповую скорость волн, которую в глубоком море можно считать равной половине фазовой скорости (⁶). Удобнее предста-

* Для точек поверхности моря наветренным является берег, с которого дует ветер. Противоположный берег — подветренный.

вить его как явную функцию полувысоты волн r (радиуса орбит поверхностных частиц) и отношения N высоты волн $2r$ к их длине λ :

$$\Phi = \frac{\delta g^{1/2}}{V\pi} N^{-1/2} r^{1/2} = sr^{1/2}. \quad (4)$$

Поток Φ пересекает единицу длины, выделенную в направлении, перпендикулярном к вектору Φ . Он нарастает по мере увеличения расстояния x от наветренного берега. Следовательно, если поток Φ_x входит в наветренную грань вертикальной призмы с площадью основания $1 \times dx$, то из подветренной грани той же элементарной призмы выходит больший поток Φ_{x+dx} , который может быть выражен соотношением:

$$\Phi_{x+dx} = \Phi_x + \frac{5}{2} sr^{1/2} \frac{\partial r}{\partial x} dx. \quad (5)$$

Легко видеть, что благодаря этому обстоятельству выделенная элементарная призма теряет, в расчете на единицу поверхности моря, мощность W_Φ , уносимую «вперед»:

$$W_\Phi = -\frac{5}{2} sr^{1/2} \frac{\partial r}{\partial x}. \quad (6)$$

Учтя (6), запишем выражение баланса энергии для точки, находящейся на произвольном расстоянии от наветренного берега, применительно к любому моменту времени, отсчитываемого от начала действия ветра:

$$\frac{\partial E}{\partial t} = \delta gr \frac{\partial r}{\partial t} = Ar(V-c)^2 - qr^2 - \frac{5}{2} sr^{1/2} \frac{\partial r}{\partial x}. \quad (7)$$

Помимо очевидной возможности сокращения обеих частей уравнения на r , приведем (7) к наиболее удобной для исследования форме, внося в него вместо аргументов x , t и функции r аналогичные безразмерные величины. Легко убедиться, что для этого придется лишь положить:

$$x = \frac{5}{2V\pi} \delta \left(\frac{g}{q}\right)^{1/2} \left(\frac{A}{N}\right)^{1/2} (V-c)\xi, \quad r = r_\infty \eta, \quad t = \delta \frac{g}{q} \tau. \quad (8)$$

После подстановки таких выражений в (7) получим изящное уравнение в частных производных первого порядка, описывающее развитие волн на всем протяжении от наветренного берега до подветренного:

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = 1 - \eta - \eta^{1/2} \frac{\partial \eta}{\partial \xi}. \quad (9)$$

Сперва рассмотрим предельный случай установившегося волнения, соответствующий значению $\partial \eta / \partial \tau = 0$ во всех точках пути волн. Интеграл уравнения (9) с нулем в левой части запишется в форме:

$$\xi = -2\eta^{1/2} + \ln \left(\frac{1 + \eta^{1/2}}{1 - \eta^{1/2}} \right). \quad (10)$$

Вычислив по (10) значения ξ для различных значений $\eta^{1/2}$, введем в квадрат соответствующие величины $\eta^{1/2}$ и затем построим на рис. 1 кривую a , представляющую закон нарастания безразмерной высоты волн η при удалении от наветренного берега на безразмерное расстояние ξ . Масштаб высот здесь задается формулами (3), (8). Масштаб расстояний, определяемый первым из уравнений (8), становится весьма наглядным после следующих рассуждений. Перед безразмерным аргументом ξ в (8) стоит множитель, обладающий размерностью длины. В него входит, в свою очередь, сомножитель $(V-c)$ скорость ветра относительно движущихся волн. Значит, второй сомножитель должен представлять собой какой-то промежуток времени τ , в продолжение которого частицы воздуха несутся с такой скоростью.

В принятых пределах погрешностей этот промежуток можно рассматривать как своего рода «универсальную постоянную» для всех режимов волнообразования; масштаб диаграммы определяется одним лишь значением:

$$x = \mathcal{E}(V - c)\xi. \quad (11)$$

Здесь «масштабный» отрезок $\mathcal{E}(V - c)$ представляет собой путь, который пролетают воздушные частицы относительно гребней волн за промежуток времени $\mathcal{E}$. В свою очередь, на основании (8):

$$\mathcal{E} = \frac{5}{2V\pi} \delta \left(\frac{g}{q} \right)^{1/2} \left(\frac{A}{N} \right)^{1/2}. \quad (12)$$

Возвратимся теперь к уравнению (9) в его полном виде. Будем искать его интеграл в форме произведения двух функций:

$$\eta = (1 - e^{-\tau}) X, \quad (13)$$

где первая (в скобках) зависит только от безразмерного времени τ , а вторая (X) — только от безразмерного расстояния ξ от наветренного берега. Подстановка (13) в (9) дает:

$$1 - X - (1 - e^{-\tau})^{1/2} X^{1/2} \frac{\partial X}{\partial \xi} = 0, \quad (14)$$

Как видим, (14) отличается от неполного уравнения (9) с нулем в одной части только масштабом длин. Следовательно, интеграл уравнения (14) не будет по существу отличаться от (10). Приняв во внимание изменение масштаба по оси абсцисс, а также изменение масштаба по оси ординат, вытекающее из (13), можно легко построить кривые распределения безразмерных высот волн η от берега до берега соответственно любому заданному значению τ : стоит лишь соответственно деформировать кривую a на рис. 1.

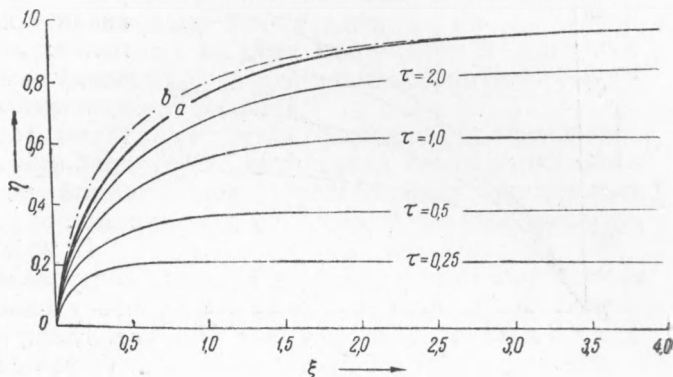


Рис. 1

На рис. 1 нанесены четыре такие кривые, соответственно значениям τ , отмеченным на каждой из них: 0,25; 0,50; 1,0 и 2,0. Диаграмма рис. 1 позволяет по этим кривым построить кривые нарастания безразмерных высот η волн во времени, применительно к различным заданным значениям расстояния ξ . На рис. 2 нанесены четыре такие кривые, соответствующие значениям ξ : 0,25; 0,50; 1,0 и 2,0. Справа видны отрезки асимптот, к которым стремятся кривые. Они соответствуют высотам волн при установившемся режиме на том или ином расстоянии от наветренного берега.

Мы довели до конца приближенное решение задачи, чтобы составить наиболее наглядное представление об истинном физическом смысле так называемого «разбега» волн и о физическом смысле масштабов, которые определяются значением скорости ветра относительно гребней волн. Теперь необходимо попытаться уточнить решение, вспомнив, что в действительности потеря мощности на внутреннее турбулентное трение должна выражаться формулой, более сложной, чем (2), и что в действительности крутизна волн N меняется во времени и пространстве.

Ведь, с одной стороны, по исследованиям С. В. Доброклонского (7), коэффициент внутреннего турбулентного трения μ в воде должен быть пропорционален r^2/T , где, в свою очередь, период волн T пропорционален $\lambda^{1/4}$. С другой стороны, по исследованиям А. А. Иванова*, крутизна волн $2r/\lambda$ должна быть пропорциональна $(V-c)$ в степени, близкой к $3/4$. Нам кажется, что есть больше оснований считать r/λ пропорциональным величине $(V-c)$ в степени $3/5$.

Приняв во внимание отмеченные уточнения, запишем уравнение баланса энергии в уточненном виде вместо (7) и вновь перейдем к безразмерным величинам, установив соотношения, аналогичные системе (8), но более сложные и неудобные для наглядного анализа. Тогда вместо (9) возникнет более точное дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial \zeta}{\partial \tau} = 1 - \zeta - \zeta^2 \frac{\partial \zeta}{\partial \xi}, \quad \text{где } \zeta = \eta^{1/4}. \quad (15)$$

В случае установившегося волнения, при $\tau = 0$, интеграл уравнения (15) с нулем в левой части запишется в виде:

$$\xi = 2(1 - \zeta) - \frac{1}{2}(1 - \zeta)^2 - \ln(1 - \zeta) - 3/2. \quad (16)$$

На рис. 1 построена кривая b по этому уравнению. Она очень мало отличается от приближенной кривой a . Поэтому мы не останавливаемся здесь ни на расшифровке нового масштаба, ни на анализе неустановившегося волнения: можно поручиться, что ввиду малого различия между кривыми a и b на рис. 1 будут также малы и различия между приближенной и уточненной картиной во всех иных отношениях.

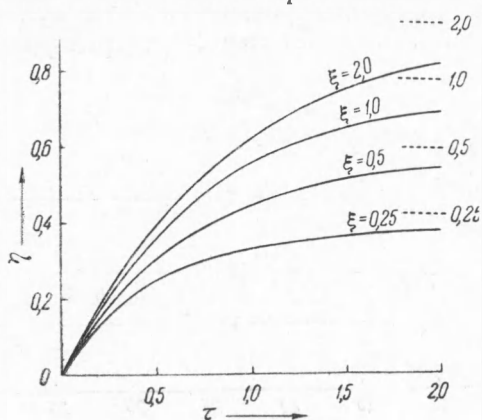


Рис. 2

И уравнение (9), и уточненное уравнение (15) показывают, что у самого наветренного берега, где $\eta = 0$, $\partial \eta / \partial \xi$ обращается в бесконечность: кривые a и b должны касаться оси ординат. Это значит, что и высота, и

длина волн здесь нарастает чрезвычайно резко по мере удаления от наветренного берега.

При сильном береговом ветре море «кипит» в прибрежной полосе: над ним стелется белая пелена брызг, срываемых ветром с вершин тех мелких волн, какие могут возникать близ наветренного берега. На основании современных исследований (8), скорости орбитальных движений частиц тут всегда малы, а скорости поверхностного ветрового течения достаточно велики для того, чтобы разрушать вершины мелких волн.

Морской гидрофизический институт
Академии наук СССР

Поступило
10 VII 1954

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ В. В. Шулейкин, ДАН, 91, № 5, 1079 (1953). ² В. В. Шулейкин, ДАН, 94, № 4, 677 (1954). ³ В. В. Шулейкин, ДАН, 94, № 6, 1049 (1954). ⁴ В. В. Шулейкин, ДАН, 95, № 3, 509 (1954). ⁵ В. В. Шулейкин, Изв. АН, сер. геофиз., № 1, 65 (1954). ⁶ В. В. Шулейкин, Физика моря, изд. 3, М.—Л., 1953, стр. 934. ⁷ С. В. Доброклонский, ДАН, 58, № 7, 1345 (1947). ⁸ В. В. Шулейкин, ДАН, 95, № 6, 1185 (1954).

* Об этих исследованиях см. (6), стр. 267.